Odpowiedź p. T. Gutkowskiemu.

Jakkolwiek rozważania p. Gutkowskiego są bardzo zajmujące i cenne, to jednakże nie są one w stanie sprowadzić mnie ze stanowiska, jakie zająłem, pisząc swój artykuł. Gdybym, idąc za radą p. G., wprowadził dowód istnienia granicy dla e zwykłą metodą, niezależnie od ruchu, artykuł mój straciłby swoją wartość; mnie bowiem chodziło o to, aby wskazać na tym konkretnym zagadnieniu o zupełnie uwarunkowanym ruchu, że można na drodze kinematycznej dojść do pewnych prawd, chociażby skądinąd nam znanych. Zgodzę się z tym, że w tych wędrówkach po nowych drogach powinna nad nami czuwać matematyka, to też nie twierdzę bynajmniej, że odkryłem coś nowego, lecz— mając przeświadczenie, zdobyte uprzednio ze źródła matematycznego, że granica omawiana istnieje i posiada pewną określoną wartość — usiłowałem wskazać sposób podprowadzenia ucznia do tych prawd drogą, jak mi się zdawało, dla niego przystępniejszą, a może nawet ciekawszą. To był mój cel i we wstępie wyraźnie nań wskazywałem.

Przechodząc do rozważań p. G., sądzę, że będę w stanie usunąć źródło nieporozumienia i w ten sposób ku zobopólnemu zadowoleniu rzecz wyjaśnić.

Ja stoję na tym stanowisku, że ruch punktu winien posiadać pewne konieczne cechy, mianowicie ciągłość[1]) i jednoznaczność położenia względem czasu. Te cechy miałem na myśli, mówiąc „o naturze takiego zjawiska, jak ruch". Z tego wynika, że o ile dla jakiegoś ruchu istnieje funkcja czasu, wyznaczająca położenie punktu, to funkcja ta przynajmniej w tym zakresie czasu, w jakim ruch odbywa się faktycznie, musi być ciągła i jednowartościowa: funkcja ciągła lecz wielowartościowa może być odwzorowaniem ruchu z tym koniecznym zastrzeżeniem, że będą dane dodatkowe warunki, dzięki którym będzie wiadomo, o które z jej znaczeń chodzi: taka właśnie okoliczność zachodzi w przypadku, podanym przez p. G.: $x = arctg\, t$. Gdybyśmy, nie licząc się z naturą ruchu, kazali, jak to czyni p. G., punktowi poruszać się, stosując się do właściwości i kaprysów pierwszej lepszej funkcji czasu, moglibyśmy bardzo łatwo spotkać się z takiemi niespodziankami, z któremi niewiadomo byłoby, co począć; np. każmy punktowi poruszać się według prawa $x = E(t)$ lub chociażby $x^2 + t^2 = a^2$ przy $t > a$, a przekonamy się, że odmówi on nam posłuszeństwa.

Wracając do zagadnienia ruchu, podanego w moim artykule, zgodzę się na to, że należało wyraźniej podkreślić, iż charakter tego ruchu jest w zgodzie z zasadą ciągłości (w dowolnym położeniu punktu przyrost odległości oraz prędkości w czasie θ zmierza do zera razem z θ); co się zaś tyczy zasady jednoznaczności położenia, to była ona p o s t u l o w a n a, jako oczywista. Można postulat ten przyjąć lub odrzucić, to inna sprawa; ponieważ jednak wyobrazić sobie takiego ruchu, w którym poruszający się punkt jednocześnie zajmowałby kilka rozmaitych położeń, nie możemy, jak nie możemy sobie wyobrazić ciała, pozbawionego rozciągłości, więc postulat ten przyjąłem, jako narzucającą się swą oczywistością podstawę, umożliwiającą mi utrzymanie całości pracy w jednolitym charakterze.

Co się tyczy przykładu z cyklojdą, nawiasem mówiąc, bardzo interesującego, to nie jest on w stanie obalić mojego twierdzenia o niemożliwości zmiany kierunku ruchu na wprost przeciwny bez zatrzymania się, gdyż gdzie w grę wchodzą nieskończenie wielkie prędkości tudzież nieskończenie wielkie przyśpieszenia wyższych rzędów, tam zwykłe nasze zabiegi matematyczne mogą, jak wiadomo, zawieść: skoro jednocześnie punkt posiada prędkość $+\infty$ i $-\infty$, to tam można się wszystkiego spodziewać, nie jest więc wyłączona możliwość, że w tym samym momencie punkt posiada wszystkie inne możliwe prędkości, zaś w ich liczbie i zero.

Na zakończenie dodam parę słów sprostowania co do znaczenia przypisywanych mi słów: 1) bynajmniej nie przypuszczałem możliwości takiego ruchu, w którym punkt mógłby zajmować jednocześnie kilka położeń na torze; 2) zależność $x = \pm\sqrt{kt}$ była przytoczona przezemnie jedynie jako przykład dwuwartościowej funkcji, która może ilustrować ruch punktu pod warunkiem, że z zadania będzie rzeczą widoczną, który z dwuch znaków należy tu mieć na względzie.

Z. Arlitewicz.

---

[1]) Por. J. N. Franke. Mechan. teoret. I, I str. 4. ...„Ponieważ punkt nie może z jednego miejsca przenieść się do innego, nie zajmując kolejno miejsc pośrednich, przeto r u c h p u n k t u z e w z g l ę d u n a p r z e s t r z e ń j e s t z j a w i s k i e m c i ą g ł y m".

Już po oddaniu swej odpowiedzi do druku otrzymałem uwagi p. Wojtowicza, dotyczące również omawianej sprawy. P. W. wysuwa na plan pierwszy kwestję zasadniczą, niezmiernie ciekawą i ważną, zasługującą na pociągnięcie ku sobie szerszego grona osób, które chciałyby się wypowiedzieć w tej sprawie. Co do mnie osobiście, to zaznaczę tutaj, że nie dotykałem jej dlatego, że zostałem zainterpelowany przez p. G. w dwuch szczegółowych punktach swego artykułu,—na nie więc przedewszystkim poczuwałem się do obowiązku dać odpowiedź.

Z. A.