SPRAWOZDANIA WYDZIAŁU III T.N.W.

33-3
194
-45

COMPTES RENDUS DES SÉANCES
DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES ET DES LETTRES DE VARSOVIE
XXXIII—XXXVIII Année Classe III 1940—1945

SPRAWOZDANIA
z posiedzeń
TOWARZYSTWA NAUKOWEGO WARSZAWSKIEGO

Wydział III
nauk matematyczno-fizycznych

Rok XXXIII—XXXVIII 1940—1945

WARSZAWA
NAKŁADEM TOWARZYSTWA NAUKOWEGO WARSZAWSKIEGO
Z ZASIŁKU MINISTERSTWA WYZNAŃ RELIGIJNYCH I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO
1946

Redaktor:
BOLESŁAW HRYNIEWIECKI

DRUKARNIA UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO
pod zarządem Karola Kiecia
M - 11507

TREŚĆ.

TABLE DES MATIÈRES.

SPRAWOZDANIA Z POSIEDZEŃ
TOWARZYSTWA NAUKOWEGO WARSZAWSKIEGO
Wydział III nauk matematyczno-fizycznych.

Posiedzenie
z dnia 5 czerwca 1945 r.

Karol Borsuk (Warszawa).

O rozkładzie rozmaitości na iloczyny kartezjańskie.

Komunikat wygłoszony dnia 5 czerwca 1945 r.

Contribution au problème de l'unicité de la décomposition en produits cartésiens.

Mémoire présenté à la séance du 5 juin 1945.

On dit qu'un espace E est *décomposé en produit cartésien* des ensembles $E_1, E_2, \ldots, E_n$, lorsque E est homéomorphe au produit cartésien $E_1 \times E_2 \times \ldots E_n$. Le problème si le système des facteurs $E_1, E_2, \ldots, E_n$ est topologiquement déterminé par E est, en général, difficile. Le but de cette Note est d'indiquer quelques résultats speciaux concernant ce problème.

Termes et notations. Par un *polytope* nous entendons un espace E tel qu'il existe pour tout point $p \in E$ un entourage U homéomorphe à une somme finie des simplexes. Un polytope compact s'appelle *polyèdre*. Par une *variété k-dimensionnelle* nous entendons un espace connexe, dont chaque point a un entourage homéomorphe à l'espace euclidien k-dimensionnel R_k. Une variété à deux dimensions s'appelle *surface*.

Nous disons qu'un point $p \in E$ est *singulier*, lorsqu'il n'existe aucun entourage de p dans E homéomorphe à un sous-ensemble de R_k. où k désigne la dimension de E en p. L'ensemble de tous les points singuliers de E sera désigné par $\omega(E)$. En posant $\omega_0(E) = E$ et $\omega_{i+1}(E) = \omega[\omega_i(E)]$ pour $i = 0, 1, \ldots$, on parvient, pour tout espace E, à une suite décroissante des ensembles. Pour un polytope de dimension 1, les points singuliers coïncident avec les points de *ramification*.

***Théorème 1.** Si un polytope E se laisse décomposer en produit cartésien $A_1 \times A_2 \times \ldots A_n \times M$, où A_i sont des continus de dimension 1 non homéomorphes à une circonférence et M est une variété, alors le système des ensembles $A_1, A_2, \ldots, A_n$, ainsi que la dimension et tous les caractères homologiques de la variété M sont topologiquement déterminés par E.*

Nous allons indiquer seulement l'idée de la démonstration. On voit aisément que les ensembles A_i sont des polyèdres et que l'ensemble $\omega_i(E)$ coïncide avec l'ensemble des points $(x_1, x_2, \ldots, x_n, z) \in E$ tels que parmi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ il existe au moins i points de ramification. En désignant par β le nombre des arcs simples qui se trouvent parmi $A_1, A_2, \ldots, A_n$ et en posant $\alpha = n - \beta$, on a $\omega_\alpha(E) \neq 0 = \omega_{\alpha+1}(E)$.

L'ensemble $\omega_\alpha(E)$ contient un nombre fini de composantes dont chacune est homéomorphe à $Q_\beta \times M$, où Q_β désigne le cube euclidien à β dimensions. Tous les groupes de Betti de $Q_\beta \times M$ sont isomorphes aux groupes correspondants de M. Il en résulte, que tous les caractères homologiques de M sont déterminés par E.

L'ensemble N des points $p \in Q_\beta \times M$ dans lesquels $Q_\beta \times M$ n'est pas localement homéomorphe à $R_{\beta+k}$, où $k = \dim M$, coïncide avec le produit cartésien $S_{\beta-1} \times M$, où $S_{\beta-1}$ est la frontière de Q_β. Or, N contient un cycle $(\beta-1)$-dimensionnel homologique à zéro dans $Q_\beta \times M$, mais non homologique à zéro dans N, tandis que chaque cycle de dimension $< \beta - 1$ contenu dans N et homologique à zéro dans $Q_\beta \times M$ est aussi homologique à zéro dans N. Or, le nombre β, et par conséquent les nombres $n = \alpha + \beta$ et $k = \dim E - n$ sont détérminés d'une manière unique.

Il ne reste qu'à montrer que tous les ensembles $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sont aussi déterminés par E. Pour fixer les idées, nous allons admettre que $A_{\alpha+1}, A_{\alpha+2}, \ldots, A_n$ sont des arcs simples, c. à d. $E = A_1 \times A_2 \times \ldots A_\alpha \times Q_\beta \times M$, où chacun des ensembles $A_1, A_2, \ldots, A_\alpha$ contient des points de ramification. Or, l'ensemble $\omega_\alpha(E)$ coïncide avec l'ensemble des points de la forme $(a_1, a_2, \ldots, a_\alpha, y, z)$, où $a_\nu \in \omega(A_\nu)$, $y \in Q_\beta$ et $z \in M$. Par conséquent, $\omega_\alpha(E)$ est une somme d'un nombre fini d'ensembles disjoints $H_1, H_2, \ldots, H_l$ homéomorphes à $Q_\beta \times M$. D'autre part, l'ensemble $\omega_{\alpha-1}(E)$ coïncide avec l'ensemble des points de la forme $(x_1, x_2, \ldots, x_\alpha, y, z)$, où parmi les points $x_1, x_2, \ldots, x_\alpha$ pas plus qu'un est non singulier. A toute composante $B_{i,j}$ de l'ensemble $B_i = A_i - \omega(A_i)$ (évidement $B_{i,j}$ est un arc simple dépourvu au moins d'une de ses extrémités) correspondent toutes ces composantes G de $\omega_{\alpha-1}(E) - \omega_\alpha(E)$, dont les points sont de la forme $(x_1, x_2, \ldots, x_\alpha, y, z)$, où x_i parcourt $B_{i,j}$ et les autres x_ν sont singuliers.

Soit G et G' deux composantes de $\omega_{\alpha-1}(E) - \omega_\alpha(E)$ contigues au même ensemble H, où H est un des ensembles $H_1, H_2, \ldots, H_l$. Or, comme on voit aisément, pour que G et G' correspondent aux deux arcs appartenant aux deux différents parmi les ensembles $A_1, A_2, \ldots, A_\alpha$, il faut et il suffit qu'il existe un arc simple dont les extrémités appartiennent respectivement à G et G' et l'intérieur est contenu dans $E - \omega(E)$. Les ensembles A_ν étant connexes, cette propriété nous permet de distinguer les classes de composantes G correspondant aux composantes $B_{i,j}$ avec l'index i fixe. Deux arcs d'une de ces classes ont une extrémité commune lorsque les fermetures des composantes correspondantes ne sont pas disjointes. Le cas où un arc $B_{i,j}$ contient une seule extrémité et le cas, où les deux extrémités de $B_{i,j}$ se confondent peuvent être distingués par la structure topologique de la composante correspondante, dont la fermeture est dans le prémier cas homéomorphe à $Q_{\beta+1} \times M$, dans le second à $Q_\beta \times (S_1 \times M)$.

Les arcs et les coïncidences de leurs extrémités sont ainsi déterminés pour tout polyèdre 1-dimensionnel A_ν. Or, la structure topologique des ensembles $A_1, A_2, \ldots, A_n$ est déterminée par l'ensemble E.

Théorème 2. *Tout polyèdre E admet tout au plus une décomposition en produit cartésien des ensembles topologiquement premiers* [1]), *dont chacun est soit un ensemble de dimension $\leqslant 1$, soit une somme finie de surfaces compactes, de courbes simples fermées et de points isolés.*

---

[1]) c. à d. qui ne sont pas des produits cartésiens de deux ensembles dont aucun ne se reduit à un seul point.

L'idée de la démonstration est la suivante: Si E admet une telle décomposition, les composantes $E_1, E_2, \ldots, E_\gamma$ de E satisfont aux hypothèses du théorème 1. Or, leurs facteurs qui ne sont pas des variétés sont déterminés topologiquement par ces composantes. Le produit cartésien de tous les autres facteurs d'une composante E_ν est une variété V_ν dont les caractères homologiques sont connus. Or la décomposition de la variété V_ν en produit cartésien des circonférences et des surfaces, donnée par l'hypothèse, est unique [2]),

Toute composante E_ν de E ainsi décomposée d'une manière univoque, désignons par $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m$ tous les types topologiques [3]) des ensembles paraissant comme facteurs dans les décompositions des ces composantes, en désignant par 1 le type des ensembles ne contenant qu'un seul point. Faisons correspondre à toute composante E_ν le produit abstrait $P(E_\nu) = \xi_1^{i_1} \xi_2^{i_2} \ldots \xi_m^{i_m}$, où i_k désigne le nombre de facteurs de type ξ_k dans la décomposition de E_ν; par ξ^0 nous entendons 1. Posons $P(E) = \sum_{\nu=1}^{m} P(E_\nu)$. Il est facile d'observer que par cette définition à chaque produit cartésien de deux ensembles, satisfaisant aux hypothèses du théorème 2, correspond le produit cartésien des polynomes ainsi construits. Il en résulte que $P(E)$ se décompose en produit des polynomes de dégré $\leqslant 1$, dont chacun a des coefficients naturels sans diviseurs communs. Or l'unité algébrique d'une telle décomposition entraîne l'unité topologique de la décomposition de E en produit cartésien.

---

[2]) Voir ma Note *On the Decomposition of Manifolds into Products of Curves and Surfaces*, Fund. Math. 33 (1945), p. 296.

[3]) Par un type topologique d'un ensemble A nous entendons la classe de tous les ensembles (p. ex. contenus dans l'espace de Hilbert), homéomorphes à A.

Posiedzenie
z dnia 15 czerwca 1945 r.

Alicja Dorabialska.

Dwa doświadczenia z zakresu promieniotwórczości antymonu.

Komunikat wygłoszony dnia 15 czerwca 1945 r.

Deux expériences dans le domaine de la radioactivité d'antimoine.

Mémoire présenté à la séance du 15 juin 1945.

Praca niniejsza stanowi przyczynek do badań nad promieniotwórczością antymonu, prowadzonych przeze mnie, w ciągu 7 lat przed wojną. Zespół doświadczeń (1) (2), wykonanych w Zakładzie Chemii Fizycznej Politechniki Lwowskiej w latach 1937—38, doprowadził mię do wniosku, że antymon jest źródłem słabego naturalnego promieniowania obojętnego, zdolnego do jądrowych działań wtórnych. Proste zmieszanie sproszkowanego antymonu metalicznego z dowolną substancją obcą powoduje często, że substancja ta staje się promieniotwórcza. Ta wzbudzona promieniotwórczość o sile rzędu potasowego daje się wykryć za pomocą licznika Geigera-Müllera i spada według zwykłego prawa wykładniczego. Ostatnie moje przed wojną badania (1) obejmowały aktywację miedzi, cynku, kadmu i mosiądzu za pomocą antymonu. Wszystkie te metale i stop wykazały słabą promieniotwórczość wzbudzoną.

Jako konsekwencja tych pierwszych mych prac nasuwała się dalej konieczność bliższego zbadania natury zachodzącego procesu. Należało odpowiedzieć na pytanie, jaki radiopierwiastek powstaje w każdym z tych przypadków pod wpływem wzbudzenia antymonowego.

Pracę rozpoczęliśmy od układu antymon-miedź, przechodząc następnie na antymon-kadm i te to dwie serie doświadczeń stanowią treść niniejszego artykułu. Badania wykonane były w czasie od wiosny 1939 r. do lata 1940 r. Jest to niestety typowa praca wojenna, odtworzona w przeważnej części z pamięci. W wyniku działań wojennych zniszczone zostały dane liczbowe i fotografie widm. Charakter pracy pozwala jednak na to, aby ją opublikować w tej wysoce niedoskonałej formie. Wyniki same przez się, jak sądzę, pozostają w mocy i jako zaobserwowane fakty mogą być podane do wiadomości specjalistów.

Część doświadczalna.

1. Aktywacja miedzi za pomocą promieniowania antymonowego.

Wstępne moje badania[1]) nad promieniotwórczością antymonu doprowadziły do wniosku, że blaszka miedziana, leżąca kilkadziesiąt godzin w sproszkowanym metalicznym antymonie nabywa słabej promieniotwórczości. Średni okres półtrwania, zmierzony za pomocą licznika Geigera-Müllera wynosił 12,4 godz.

Celem pierwszej serii doświadczeń podanych w pracy niniejszej było stwierdzenie, jaki rodzaj atomów staje się w tych warunkach promieniotwórczy. Jeśli założyć, że antymon jest źródłem promieniowania obojętnego, jak przypuszczamy neutronowego, i jeśli cząstki emitowane wywołują w miedzi jakieś reakcje jądrowe, to przebieg procesu może być wieloraki. Neutron może się po prostu wbić w jądro miedzi, dając radiomiedź, albo reakcji towarzyszyć może wydzielenie protonu i wtedy powstanie radionikiel. Może być wreszcie proces typu (n, α), który doprowadziłby do radiokobaltu. Pozostałe reakcje typu $(n, 2n)$ i (n, γ) są również możliwe, nie zmieniają jednak natury chemicznej atomu, prowadząc, jak pierwsza, do radiomiedzi. W rezultacie należało wykonać analizę chemiczną aktywnej blaszki, poszukując czy promieniotwórczość jest związana z atomami miedzi, niklu, czy kobaltu. W pracy uwzględniliśmy ponadto mało prawdopodobną ewentualność cynku, jako najbliższego cięższego sąsiada miedzi w układzie okresowym, gdzie mamy: ...$_{27}$Co, $_{28}$Ni, $_{29}$Cu, $_{30}$Zn.

Bieg serii doświadczeń analitycznych był następujący. Drobno sproszkowane metale antymon i miedź zmieszano ze sobą i pozostawiono na okres kilku miesięcy. Gdy późniejsze badania wykazały, że radioprodukt zanika do połowy w ciągu kilkunastu godzin, okres ten można było skracać do kilku dni. Stopień sproszkowania dwóch metali był różny i tak dobrany że miedź dawała się szybko i ilościowo odsiewać od antymonu.

Świeżo odsianą miedź roztwarzano w stęż. HNO_3, odparowywano do sucha i powstały $Cu(NO_3)_2$ rozpuszczano w wodzie. Roztwór ten stanowił objekt dalszych badań. Rozumiejąc, że atomy promieniotwórcze wytrącać się będą razem ze swymi izotopami, dodawaliśmy do roztworu siarczanów kobaltu, niklu i cynku w ilościach tego rzędu, co $Cu(NO_3)_2$. Dalej miedź wytrącana była jako biały rodanek miedziawy, a nikiel, kobalt i cynk w postaci siarczków według następującego schematu:

$Cu + HNO_3$ odpar. $+ H_2O + CoSO_4 + NiSO_4 + ZnSO_4$
$+ NH_4CNS$ z przepuszczaniem SO_2

↓ biały $CuCNS$, promieniotwórczy $T =$ ok. 12,5 godz.

↓ przesącz $+ NH_3 + (NH_4)_2S$

↓ CoS, NiS, ZnS niepromieniotwórcze

↓ przesącz niepromieniotwórczy

Rodanek wytrącany był w środowisku redukującym, co osiągaliśmy przepuszczając strumień gazowego SO_2 przez roztwór. Wskaźnikiem czystości osadu CuCNS była jego zupełnie biała barwa. Osad ten wysuszony wykazał w liczniku Geigera zdolność jonizacyjną, spadającą z okresem półtrwania ok. 12,5 godz. Z przesączu zobojętnionego amoniakiem działaniem $(NH_4)_2S$ wytrąciliśmy siarczki niklu, kobaltu i cynku, które nie przejawiały żadnej promieniotwórczości.

W tej części pracy analitycznej, wymagającej dużego pośpiechu i wprawy, pomagał mi p. M. Trunko-Czajkowski.

Gdy pierwsze doświadczenia wykazały, że promieniotwórczość wiąże się wyłącznie z miedzią, dalsze operacje chemiczne można było uprościć. Dodawany więc był wyłącznie nikiel, albo wyłącznie kobalt czy cynk, strącana wreszcie sama miedź w postaci siarczku. We wszystkich przypadkach promieniotwórczość towarzyszyła miedzi i powtarzał się okres półtrwania bliski 12,5 godz.

Ujemną stronę powyższych doświadczeń stanowił fakt, że preparat CuCNS względnie CuS był słaby. Przy największym pośpiechu w pracy osiągaliśmy preparaty, których siła nie przekraczała 70 wyładowań licznika na minutę. Wobec ruchu własnego licznika ok. 10 dawało to pomiary niezłe, ale z dość dużym błędem doświadczenia (ok. 3%).

Aby wzmocnić siłę preparatu radiomiedziowego, postarałam się wyzyskać efekt Chalmersa i Szilarda. Efekt ten, jak wiadomo, polega na tym, że atom trafiony przez neutron nabywa energię kinetyczną dostatecznie wielką, aby został oddzielony od całości cząsteczki, lub jonu złożonego, w skład którego wchodzi. W rezultacie atomy powstałego radiopierwiastka mogą się chemicznie różnić od pozostałej masy, a wtedy można je wydzielić za pomocą odpowiedniej reakcji.

W danym przypadku cały proces przeprowadzony był na ogólnie znanej błękitnej soli aminomiedziowej $[Cu(NH_3)_4]SO_4$, zawierającej, jak wiadomo, jony zespolone $[Cu(NH_3)_4]^{\cdot\cdot}$. Sól ta w stanie suchym, drobnokrystalicznym zmieszana była z metalicznym sproszkowanym antymonem. Po miesiącu sól rozpuszczono w wodzie, oddekantowano z nad antymonu i wytrącono czarny CuS. Siarczek okazał się znacznie silniej promieniotwórczy od poprzednich preparatów, bo dawał na początku przeszło 150 wyładowań licznika na minutę. Okres półtrwania wynosił, jak uprzednio, ok. 12,5 godz.

Interpretacja teoretyczna zespołu tych doświadczeń jest jasna. Atomy promieniotwórcze są atomami radiomiedzi. Literatura zna (³) odmianę izotopową 64 Cu o okresie półtrwania 12,8 godz. Mamy prawo przypuścić, że ten właśnie rodzaj atomów powstaje pod wpływem wzbudzenia antymonowego, gdyż nieduża różnica w okresie półtrwania mieści się w granicach mego błędu doświadczenia. Zważywszy, że miedź pospolita stanowi mieszaninę izotopów o masach 63 i 65 i trzymając się nadal hipotezy neutronowego promieniowania antymonu, możemy napisać równanie:

$${}^{63}_{29}Cu + {}^{1}_{0}n = {}^{64}_{29}Cu \quad \text{albo} \quad {}^{65}_{29}Cu + {}^{1}_{0}n = {}^{64}_{29}Cu + 2\,{}^{1}_{0}n.$$

Druga z tych reakcji jest mniej prawdopodobna, gdyż wiadomo z literatury, że ją wywołują wyłącznie neutrony szybkie, a wszelkie doświadczenia z zakresu promieniotwórczości antymonu przemawiają za istnieniem neutronów powolnych. Zatrzymamy się więc tymczasem na reakcji pierwszej, związanej zresztą z głównym izotopem (68%) naturalnej miedzi. Reakcja ta wydaje się zupełnie prawdopodobna, w każdym zaś razie trudno znaleźć inne wytłumaczenie otrzymanych wyników doświadczalnych.

2. Analiza widmowa starego preparatu Sb/Cd

Wstępne moje badania (1) wykazały, że kadm aktywuje się działaniem promieni antymonowych. Zjawisko to zostało wyzyskane w celu zbadania, czy w starej mieszance antymonu z kadmem nie nagromadza się jaki produkt przemiany wzbudzonego radiopierwiastka. Chodziło o stwierdzenie za pomocą analizy widmowej, że w mieszance takiej zachodzą istotnie procesy jądrowe.

W tym celu zmieszano sproszkowane metale antymon i kadm i pozostawiono na trzy lata. Równocześnie oddzielne próbki tych samych metali zachowane zostały do późniejszych doświadczeń. Po upływie trzech lat wykonaliśmy analizę widmową mieszaniny Sb/Cd. Zdjęcia wykonane zostały na spektrografie wysokiej czułości w Mechanicznej Stacji Doświadczalnej Politechniki Lwowskiej przez p. K. Horwathównę. Otrzymałyśmy serie widm następujących: 1) mieszanka Sb/Cd zrobiona świeżo, na chwilę przed zdjęciem, 2) mieszanka stara trzyletnia i 3) metaliczne srebro. Zdjęcia robione były 5 razy po trzy seryjnie tak, że widma dwóch mieszanek i srebra wypadały kolejno jedno pod drugim, wobec czego łatwo było porównywać poszczególne linie. W widmie starej mieszanki Sb/Cd można było we wszystkich przypadkach zaobserwować linie srebra, których brakowało w mieszaninie świeżej.

Przypomnijmy, że srebro jest najbliższym sąsiadem kadmu w układzie okresowym, gdzie mamy ...$_{46}$Pd, $_{47}$Ag, $_{48}$Cd, $_{49}$In... Można zatem przypuścić, że neutrony antymonowe, wbijając się w jądro kadmu, dają taką odmianę radiokadmu, która wysyła pozytrony, przekształcając się w srebro. Wniosków co do obecności linii indu nie wysuwam, gdyż nie rozporządzałam preparatem indowym, a identyfikowanie linii wyłącznie na podstawie tablicy długości fal może zawsze budzić zastrzeżenia.

Ograniczając rozważania do możliwego nagromadzania się srebra w preparacie, można doświadczenie wyjaśnić następująco. Literatura zna dwie odmiany izotopowe radiokadmu, emitujące pozytrony: ^{107}Cd i ^{109}Cd. Wiemy też, że kadm naturalny posiada 8 izotopów, wśród których najlżejsze mają masy 106, 108 i 110. Rozumując analogicznie jak dla miedzi, możemy napisać:

$$^{106}_{48}Cd + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{107}_{48}Cd \quad \text{i} \quad ^{108}_{48}Cd + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{109}_{48}Cd$$

ewentualnie też

$$^{110}_{48}Cd + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{109}_{48}Cd + 2\,^{1}_{0}n$$

i dalej

$$^{107}_{48}Cd \rightarrow ^{107}_{47}Ag + ^{0}_{1}e^{+} \qquad ^{109}_{48}Cd \rightarrow ^{109}_{47}Ag + ^{0}_{1}e^{+}$$

Izotopy o masie 107 i 109 są to naturalne trwałe odmiany srebra.

Doświadczenie może służyć, jako jeden więcej dowód zdolności antymonu do wywoływania wzbudzonych przemian jądrowych.

Streszczenie.

Wykonano dwie serie doświadczeń, mających na celu zbliżenie się do wyjaśnienia natury słabego promieniowania, zaobserwowanego przez autorkę u antymonu jeszcze w r. 1932.

W pierwszej serii doświadczeń wywoływano aktywację miedzi za pomocą antymonu. Drogą analizy chemicznej wykazano, że w tych warunkach powstaje radiomiedź o okresie półtrwania bliskim 12,5 godz. Fakt ten znajduje wytłumaczenie jeśli założyć, że antymon jest źródłem słabego promieniowania neutronowego, zdolnego do wtórnych działań jądrowych.

W drugiej serii doświadczeń wykonano analizę widmową trzyletniej mieszaniny dwóch metali: antymonu i kadmu. W preparacie tym wykryto linie srebra, których świeżo zmieszane antymon z kadmem nie wykazywały. Fakt ten wytłumaczono przypuszczeniem, że słabe promieniowanie antymonu

wzbudza radiokadm, będący źródłem promieni pozytronowych i przekształcający się w srebro.

Obie serie doświadczeń stanowią argument, przemawiający za słabym naturalnym neutronowym promieniowaniem antymonu.

Alicja Dorabialska.

Deux expériences dans le domaine de la radioactivité d'antimoine.

Mémoire présenté à la séance du 15 juin 1945.

RÉSUMÉ.

Par la suite d'une série de travaux publiés en 1938 ([1]) on a effectué deux expériences, ayant pour but d'expliquer la nature d'un faible rayonnement émis par l'antimoine.

Dans la première série de ces expériences on est parvenu à exciter la radioactivité du cuivre par l'action de l'antimoine. L'analyse chimique a révélé la présence du radiocuivre artificiel ^{64}Cu, qui est caractérisé par une période de 12,5 h. La production s'explique par la réaction nucléaire ${}^{63}_{29}Cu(n-){}^{64}_{29}Cu$. La réaction n'est possible que si l'on admet l'hypothèse d'une radioactivité neutronique de l'antimoine. Cette hypothèse avait été émise par M. W. Świętosławski et M-elle A. Dorabialska en 1932.

Une seconde série d'expériences est consacrée à l'analyse spectrale d'un mélange d'antimoine et du cadmium métalliques. L'analyse spéctrale d'un mélange vieux de trois ans a démontré la présence d'argent, tandis qu'un mélange fraichement préparé ne donne aucune ligne de cet élément.

On pourrait expliquer ce phénomène par les réactions nucléaires:

$$ {}^{106}_{48}Cd(n-){}^{107}_{48}Cd, \quad {}^{108}_{48}Cd(n-){}^{109}_{48}Cd $$

suivies de transformations spontanées:

$$ {}^{107}_{48}Cd \rightarrow {}^{107}_{47}Ag + {}^{0}_{1}e^{+} \qquad \text{et} \qquad {}^{109}_{48}Cd \quad {}^{109}_{47}Ag + {}^{0}_{1}e^{+} $$

où Ag 107 et 109 sont les isotopes naturels d'argent.

Les deux séries d'expériences semblent confirmer l'hypothèse d'une activité neutronique d'antimoine.

Przypisy.

1) A. Dorabialska, Roczniki Chem. **18**, 447 (1938). 2) A. Dorabialska i E. Turska, Roczniki Chem. **18**, 457 (1938); A. Dorabialska i E. Masłowski, Roczniki Chem. **18**, 465 (1938). **3**) S. N. van Voorhis, Phys. Rev. **50**, 895 (1936), M. L. Pool, J. M. Cork i R. L. Thornton, Phys. Rev. **52**, 41 (1937).

Posiedzenie

z dnia 31 lipca 1945 r.

Irena Chmielewska.

Kilka uwag o fermentach proteolitycznych trzustki.

Komunikat przedstawiony przez W. Lampego dnia 31 lipca 1945 r.

Quelques observations sur les enzymes protéolitiques du Pancreas.

Mémoire présenté par M. W. Lampe à la séance du 31 juillet 1945.

Posiedzenie
z dnia 7 grudnia 1945 r.

W. Sierpiński.

Sur un problème de triades.

Mémoire présenté à la séance du 7 décembre 1945.

En 1852 J. Steiner a posé le problème qu'on peut énoncer comme il suit [1]: E étant un ensemble fini à n éléments, quel doit être le nombre n pour qu'il existe une famille F de sous-ensembles de E contenant chacun trois éléments, telle que chaque sous-ensemble de E formé de deux éléments fait partie d'un et seulement d'un seul ensemble de la famille F. Comme on sait, la réponse est que n doit être un nombre de la forme $6k+1$ ou $6k+3$ [2]).

En rapport avec ce résultat je démontrerai (à l'aide de l'axiome du choix) ce

Théorème. *E étant un ensemble infini quelconque, il existe une famille F formée de sous-ensembles de E contenant chacun trois éléments, telle que chaque sous-ensemble de E formé de deux éléments fait partie d'un seul ensemble de la famille F.*

Démonstration. Soit E un ensemble infini donné. Il résulte de l'axiome du choix que la puissance de E est un aleph, soit $\overline{\overline{E}}=\aleph_\lambda$. Sans nuire à la généralité de notre démonstration, nous pouvons supposer que l'ensemble E est formé de tous les nombres ordinaux $\xi<\omega_\lambda$.

---

[1]) Journ. f. r. u. a. Math. **45** (1853), p. 181.

[2]) Voir p. e. E. Netto Lehrbuch der Combinatorik, Leipzig 1901, pp. 206—211.

Ordonnons l'ensemble P de tous les systèmes (α, β) de deux nombres ordinaux $\alpha < \beta < \omega_\lambda$ d'après la convention que $(\alpha,\beta) \prec (\gamma,\delta)$, si $\alpha+\beta<\gamma+\delta$, ou bien si $\alpha+\beta=\gamma+\delta$ et $\alpha<\gamma$. Comme on sait, l'ensemble P sera ainsi bien ordonné de type ω_λ, soit $P=\{(\alpha_\xi, \beta_\xi)\}_{\xi<\omega_\lambda}$.

Nous définirons maintenant par l'induction transfinie une suite transfinie de nombres ordinaux $<\omega_\lambda$, $\{\varphi_\xi\}_{\xi<\omega_\lambda}$, comme il suit.

Soit $\varphi_1=1$. Soit maintenant γ un nombre ordinal, $1<\gamma<\omega_\lambda$, et supposons que nous avons déjà défini tous les nombres ordinaux φ_ξ, où $\xi<\gamma$: nous définirons φ_γ comme le plus petit nombre ordinal μ, tel que

$$\{\alpha_\mu, \beta_\mu\} - \{\alpha_{\varphi_\xi}, \beta_{\varphi_\xi}, \alpha_{\varphi_\xi}+\beta_{\varphi_\xi}+\xi\} \neq 0 \quad \text{pour} \quad \xi<\gamma$$

(où $\{a,b,c,\ldots\}$ désigne l'ensemble, dont les éléments sont $a,b,c,\ldots$): vu que $\gamma<\omega_\lambda$, on voit sans peine qu'un tel nombre ordinal $\mu<\omega_\lambda$ existe.

La suite transfinie $\{\varphi_\xi\}_{\xi<\omega_\lambda}$ est ainsi définie par l'induction transfinie et on voit sans peine qu'elle est croissante.

Soit F la famille de tous les ensembles

$$\{\alpha_{\varphi_\xi}, \beta_{\varphi_\xi}, \alpha_{\varphi_\xi}+\beta_{\varphi_\xi}+\xi\}, \quad \text{où} \quad \xi<\omega_\lambda:$$

je dis que la famille F satisfait à notre théorème.

En effet, soient α et β deux éléments distincts de l'ensemble E, donc deux nombres ordinaux distincts $<\omega_\lambda$, p. e. $\alpha<\beta$. D'après la définition de l'ensemble P, il existe un nombre ordinal $\mu<\omega_\lambda$, tel que $\alpha=\alpha_\mu$ et $\beta=\beta_\mu$. La suite $\{\varphi_\xi\}_{\xi<\omega_\lambda}$ étant croissante, il existe un nombre ordinal $\gamma<\omega_\lambda$, tel que $\varphi_\gamma>\mu$: vu la définition de φ_γ, on conclut qu'il existe un $\xi<\gamma$, tel que $\{\alpha_\mu,\beta_\mu\}-\{\alpha_{\varphi_\xi},\beta_{\varphi_\xi},\alpha_{\varphi_\xi}+\beta_{\varphi_\xi}+\xi\}=0$, c. à d. que $\{\alpha_\mu,\beta_\mu\} \subset \{\alpha_{\varphi_\xi},\beta_{\varphi_\xi},\alpha_{\varphi_\xi}+\beta_{\varphi_\xi}+\xi\}$. Tout sous-ensemble de E formé de deux éléments fait donc partie d'un (au moins) ensemble de la famille F.

Supposons maintenant qu'il existe deux nombres ordinaux distincts, $\xi<\eta<\omega_\lambda$, tels que

(1) $\{\alpha,\beta\} \subset \{\alpha_{\varphi_\xi},\beta_{\varphi_\xi},\alpha_{\varphi_\xi}+\beta_{\varphi_\xi}+\xi\}$ et $\{\alpha,\beta\} \subset \{\alpha_{\varphi_\eta},\beta_{\varphi_\eta},\alpha_{\varphi_\eta}+\beta_{\varphi_\eta}+\eta\}$.

Vu que $\alpha < \beta$, $\alpha_{\varphi_\xi} < \beta_{\varphi_\xi}$, $\alpha_{\varphi_\eta} < \beta_{\varphi_\eta}$, on conclut que l'on a 9 cas suivants:

1) $\alpha = \alpha_{\varphi_\xi}$, $\beta = \beta_{\varphi_\xi}$, $\alpha = \alpha_{\varphi_\eta}$, $\beta = \beta_{\varphi_\eta}$,
2) $\alpha = \alpha_{\varphi_\xi}$, $\beta = \beta_{\varphi_\xi}$, $\alpha = \alpha_{\varphi_\eta}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$,
3) $\alpha = \alpha_{\varphi_\xi}$, $\beta = \beta_{\varphi_\xi}$, $\alpha = \beta_{\varphi_\eta}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$,
4) $\alpha = \alpha_{\varphi_\xi}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi$, $\alpha = \alpha_{\varphi_\eta}$, $\beta = \beta_{\varphi_\eta}$,
5) $\alpha = \alpha_{\varphi_\xi}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi$, $\alpha = \alpha_{\varphi_\eta}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$,
6) $\alpha = \alpha_{\varphi_\xi}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi$, $\alpha = \beta_{\varphi_\eta}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$,
7) $\alpha = \beta_{\varphi_\xi}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi$, $\alpha = \alpha_{\varphi_\eta}$, $\beta = \beta_{\varphi_\eta}$,
8) $\alpha = \beta_{\varphi_\xi}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi$, $\alpha = \alpha_{\varphi_\eta}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$,
9) $\alpha = \beta_{\varphi_\xi}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi$, $\alpha = \beta_{\varphi_\eta}$, $\beta = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$.

Le cas 1) donne $\alpha_{\varphi_\xi} = \alpha_{\varphi_\eta}$ et $\beta_{\varphi_\xi} = \beta_{\varphi_\eta}$, donc

$$(2) \qquad \{\alpha_{\varphi_\eta}, \beta_{\varphi_\eta}\} - \{\alpha_{\varphi_\xi}, \beta_{\varphi_\xi}, \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi\} = 0,$$

contrairement à la définition de φ_η.

Le cas 2) donne $\beta_{\varphi_\xi} = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$, donc $\alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} > \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta}$. Or, comme $\xi < \eta$, on a $\varphi_\xi < \varphi_\eta$, donc, dans P, $(\alpha_{\varphi_\xi}, \beta_{\varphi_\xi}) \lesssim (\alpha_{\varphi_\eta}, \beta_{\varphi_\eta})$, donc $\alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} \leqslant \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta}$, ce qui est impossible.

Le cas 3) donne $\beta_{\varphi_\xi} = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$, d'où $\alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} > \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta}$, ce qui est impossible, comme nous avons vu dans le cas 2).

Le cas 4) donne $\alpha_{\varphi_\xi} = \alpha_{\varphi_\eta}$ et $\beta_{\varphi_\eta} = \alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi$, d'où l'égalité (2), contrairement à la définition de φ_η.

Le cas 5), 6), 8) et 9) donnent $\alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi = \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta} + \eta$, d'où (vu que $\xi < \eta$) $\alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} > \alpha_{\varphi_\eta} + \beta_{\varphi_\eta}$, ce qui est impossible, comme nous l'avons démontré dans le cas 2).

Le cas 7) donne $\beta_{\varphi_\xi} = \alpha_{\varphi_\eta}$, $\alpha_{\varphi_\xi} + \beta_{\varphi_\xi} + \xi = \beta_{\varphi_\eta}$, ce qui donne l'égalité impossible (2).

Tous les 9 cas 1)—9) sont ainsi impossibles. Les inclusions (1) sont donc incompatibles. Aucun sous-ensemble de E formé de deux éléments n'appartient donc à deux ensembles distincts de la famille F.

La famille F jouit donc des propriétés désirées et notre théorème se trouve démontré.

Il est à remarquer que même pour l'ensemble E de tous les nombres réels nous ne savons pas démontrer notre théorème sans faire appel à l'axiome du choix.

W. Sierpiński.

O pewnym zagadnieniu trójek.

Komunikat wygłoszony dnia 7 grudnia 1945 r.

STRESZCZENIE.

W związku z pewnym zagadnieniem J. Steinera, autor dowodzi następującego twierdzenia:

Dla każdego zbioru nieskończonego *E* istnieje rodzina *F* jego części trzyelementowych, taka, że każda część dwuelementowa zbioru *E* jest zawarta w jednym i tylko jednym ze zbiorów rodziny *F*.

Dowód opiera się na pewnikn wyboru.