OBLICZANIE WYTRZYMAŁOŚCI

BELEK WIELOPRZĘSŁOWYCH

Z DODANIEM TABLIC

UŁATWIAJĄCYCH WYZNACZENIE NAJWIĘKSZYCH NATĘŻEŃ SIŁ ZEWNĘTRZNYCH

PRZEZ

MAURYCEGO HULEWICZA

Inżyniera, b. ucznia paryzkiej szkoły Dróg i Mostów

Przedstawiono na posiedzeniu Towarzystwa Nauk Ścisłych, dnia 7 listopada 1875 roku.

TREŚĆ

Wstęp. — Oznaczamy nazwą *belki wieloprzęsłowéj*, belkę prostą umieszczoną na pewnéj liczbie podpór większéj od dwóch.

Długość belki zawartą między dwoma podporami sąsiedniemi nazywamy *przęsłem belki*; odległość zaś tychże podpór *długością przęsła*. Podpory skrajne belki noszą nazwę *przyczułków*; podpory zaś środkowe nazwę *filarów*.

Sposób obliczania wytrzymałości belek wieloprzęsłowych jako też i belek umieszczonych na dwóch tylko podporach czyli jednoprzęsłowych, zależy od znajomości dokładnéj największych natężeń sił zewnętrznych w każdém przecięciu poprzeczném danéj do obliczenia belki; i następnie od sprawdzenia, czy wypadkowa sił międzycząsteczkowych, które winny zostawać w równowadze z siłami zewnętrznemi nie przewyższa granicy wytrzymałości materyałów przyjętéj w zastosowaniach.

W przypadku belki jednoprzęsłowéj, siły zewnętrzne łatwo dadzą się wyrazić za pomocą równań dość prostych; wytrzymałość więc tych belek oblicza się bez żadnéj trudności.

Rzecz się ma zupełnie inaczéj przy obliczaniu belek wieloprzęsłowych; wyznaczenie w tym razie sił zewnętrznych, to jest momentów zgięcia (moments fléchissants) i sił poprzecznych (efforts tranchants), wymaga, w skutek znacznéj liczby podpór i zależności wzajemnéj przęseł belki, długich i mozolnych rachunków. Powiedzieć nawet można w ogóle, iż przy dzisiejszym stanie analizy, zadanie dotyczące belek wieloprzęsłowych, wzięte w całéj ścisłości, przedstawia trudności prawie niepodobne do zwalczenia; dla usunięcia więc ich, inżynierowie zwykli wprowadzać pewne przypuszczenia odnoszące się do kształtów belki i do ciężarów na nią działających, przy pomocy których zadanie staje się łatwiejszém do rozwiązania.

Przypuszczenia na których polega wyznaczenie natężenia sił zewnętrznych działających w każdém przecięciu belki wieloprzęsłowéj, są następujące:

1° Podpory na których belka przypuszcza się wolno położoną nie mają żadnych wymiarów w kierunku równoległym do jéj osi; moment zgięcia wyznaczony w tych warunkach większym jest od rzeczywistego, albowiem podpory belki przedstawiają zawsze pewną długość w kierunku o którym mowa, a ztąd powstaje cząstkowe umocowanie belki (encastrement), które jak wiadomo zmniejsza w tych miejscach wartość momentu zgięcia wywartego pod wpływem sił zewnętrznych.

2° Wyznaczenie momentów zgięcia i sił poprzecznych polega na przypuszczeniu iż belka jest *pryzmatyczna*, to jest iż wszystkie jéj przecięcia poprzeczne w płaszczyznie prostopadłéj do osi, mają kształt i wymiary zupełnie jednostajne. W zastosowaniach jednak, po wyznaczeniu w ten sposób wartości sił zewnętrznych, wymiary belki zwiększają się lub zmniejszają w pewnych oznaczonych częściach, stosownie do wielkości momentów zgięcia lub sił poprzecznych.

Zmieniając przecięcia belki, zmieniamy tém samém prawa jéj wygięcia i rozkład wewnętrzny sił; wypadki więc ztąd otrzymane należy uważać jako przybliżone. Chcąc otrzymać wartości dokładniejsze należałoby na nowo wyznaczyć wartości momentów zgięcia i sił poprzecznych dla belki o przecięciu nowo znalezioném, i następnie z tych warunków wyznaczyć nowe jéj przecięcie. Tym sposobem, za pomocą kolejnych przybliżeń, możnaby otrzymać wypadek bardzo zbliżony do prawdziwego. Rachunki jednakże do których wchodzi przecięcie zmienne belki, byłyby bardzo długie i zawiłe. W zastosowaniach więc daleko prościéj jest przyjąć wartości otrzymane pierwszym sposobem, tém bardziéj, iż budowle wykonane podług tych zasad wytrzymały zawsze wszystkie przewidziane próby nie przedstawiając odkształceń zdradzających za wielkie natężenia sił międzycząsteczkowych.

3° Podpory belki przypuszczają się być niezmienne i umieszczone w ten sposób, iż oś belki znajduje się na linii poziomėj, a zatém siły zewnętrzne działające na belkę w kierunku pionowym są prostopadłe do téjże osi; przypuszcza się nadto, iż prostopadłość ta ma miejsce nawet po odkształceniu belki.

4° Ciężary działające na belkę przyjmują się dwojakiego rodzaju :

a) *Ciężar stały* p' jednostajnie rozłożony na całéj długości belki; powstaje on z własnego ciężaru belki i innych części budowli na niéj umieszczonych stale.

b) *Ciężar przypadkowy* p'' (surcharge) powstający z ciężaru pociągów, wozów przechodzących po moście i t. p.; ten ostatni przypuszcza się również jednostajnie rozłożonym na jedném przęśle lub na pewnéj ich liczbie.

Ciężar więc całkowity działający na uważane przęsło, składa się z summy tych dwóch ciężarów, i może być zastąpionym przez jeden ciężar równoważny; oznaczywszy ten ostatni przez p otrzymamy

$$p = p' + p''.$$

Przedmiot niniejszéj pracy — Praca którą przedstawiamy obecnie ma głównie na celu podanie wzorów ułatwiających wyznaczenie w każdém przecięciu belki wieloprzęsłowéj największych wartości momentów zgięcia i sił poprzecznych.

Wiadomo, iż belki wieloprzęsłowe, stanowią główny dział mostów metalicznych tak zwanych o belkach prostych; nadto używane są one często do budowy dachów, sufitów i innych części wielu ważnych budowli, jako to stacyi kolei żelaznych, gmachów publicznych i t. p. Zastosowanie więc tego rodzaju belek bardzo często się daje napotykać w zawodzie inżynierskim, obliczenie zaś ich wytrzymałości, jakeśmy wspomnieli powyżéj, wymaga często długich i mozolnych rachunków, sądzimy więc, iż wzory ułatwiające obliczenie wytrzymałości tych belek, któreśmy ułożyli początkowo dla własnego użytku, dadzą się w wielu razach bardzo korzystnie zastosować.

Pracę niniejszą podzieliliśmy na trzy części.

Część pierwsza zawiera teoryę ogólną belek wieloprzęsłowych; do zasad teoryi po dziś dzień znanych nic nowego nie wprowadzamy, są one téż same, jak je wyłożyli Navier, Clapeyron, Bertot i następnie rozwinęli Collignon, Bresse, Winkler, Humbert i inni; uznaliśmy tylko za stosowne wprowadzić niektóre uproszczenia w dowodzeniach, spodziewając się, iż przyczynią się one do jaśniejszego przedstawienia kwestyi tyle zawiłéj saméj przez się.

Część druga obejmuje zastosowanie wzorów ogólnych do belek tak zwanych symetrycznych ogólnie używanych w zastosowaniach. W części téj podaliśmy wyrażenia momentów zgięcia na podporach w funkcyi δ (*), jak również wartości ich liczebne dla stosnnków δ zwykle używanych, t. j. dla $\delta = 1{,}00$, $1{,}10$, $1{,}20$, $1{,}25$ i $1{,}30$; nakoniec wskazaliśmy, jak za pomocą tych wartości otrzymać można wyrażenia analityczne momentów zgięcia w każdym punkcie belki.

Nakoniec w części trzeciéj podajemy zastosowania liczebne wzorów rozwiniętych poprzednio, do belek mających od 3 do 8 przęseł. W tablicach téj części zamknęliśmy równania wyrażające największe *wartości całkowite* momentu zgięcia w każdym punkcie belki; wartości te wyrażone są

(*) Ilość δ oznacza stosunek długości jednego z przęseł środkowych do przęsła skrajnego.

w funkcyi ciężarów p i p' i długości przęsła pierwszego l_1. Przykład więc każdy służyć może dla wszystkich belek mających też samą ilość przęseł i tenże stosunek δ.

CZĘŚĆ I

WZORY OGÓLNE MOMENTÓW ZGIĘCIA I SIŁ POPRZECZNYCH.

Uwagi ogólne. — Wspomnieliśmy we wstępie iż dla ułatwienia rachunków, belka przypuszcza się wolno położoną na podporach, w tym przypadku moment zgięcia wywarty na podporach skrajnych jest zerem; na innych zaś podporach wartość momentu zgięcia jest znaczną i przewyższa w ogóle największą wartość momentu wywartego w części środkowéj przęsła, t. j. pomiędzy filarami; na każdéj bowiem z podpór środkowych wywiązuje się siła zwana *oddziaływaniem podpory*, która będąc skupioną na małéj przestrzeni, wywiera daleko silniejszy wpływ niżeli ciężar rozłożony na pewnéj długości przęsła.

Najważniejszém i zarazem najtrudniejszém zadaniem przy obliczaniu wytrzymałości belek wieloprzęsłowych jest wyznaczenie wartości momentów zgięcia na podporach; albowiem z równań doń odnoszących się możemy z łatwością otrzymać wszelkie inne wartości jużto momentów zgięcia, już éż sił poprzecznych, w każdym punkcie belki. Zajmiemy się najprzód podaniem wzorów dotyczących wyznaczenia wielkości momentów zgięcia na podporach.

I. — Wyznaczenie momentów zgięcia.

Równanie trzech momentów. — Równanie trzech momentów wyprowadzone po raz pierwszy przez Bertot (w 1855) i następnie rozwinięte przez Clapeyron'a (w 1858), ułatwia bardzo wyznaczanie momentów zgięcia; przedstawia ono bowiem związek prosty pierwszego stopnia między wartościami momentów zgięcia natrzech po sobie idących podporach.

Niech będzie BC część belki leżącéj poziomo na podporach B, O, C; których numera porządkowe oznaczymy przez $k-1$, k, $k+1$; po odkształceniu oś belki pozioma początkowo, przybierze kształt zbliżony do przedstawionego linią krzywą na figurze pierwszéj.

Weźmy za początek spółrzędnych punkt O, linię prostą OC za oś X i oznaczmy przez

M_{k-1} M_k M_{k+1} wartości momentów zgięcia } na podporach uważanych B.O.C;
A_{k-1} A_k A_{k+1} » sił poprzecznych }

l_k l_{k+1} odległości między podporami, BO i OC

p_k p_{k+1} ciężar całkowity jednostajnie rozłożony na jednostkę długości w przęsłach uważanych BO i OC.

Wiadomo z wytrzymałości materyałów, iż moment zgięcia w punkcie którymkolwiek m jest summą momentów, wziętych względem tegoż punktu, sił zewnętrznych działających na część przęsła Om; wiadomo nadto, że jeżeli belka zostaje w równowadze pod działaniem sił zewnętrznych, wtedy moment wypadkowy sił międzycząsteczkowych, czyli moment sprężystości w tymże punkcie równa się i jest znaku przeciwnego z momentem zgięcia. Wyrażenie więc tych momentów będzie

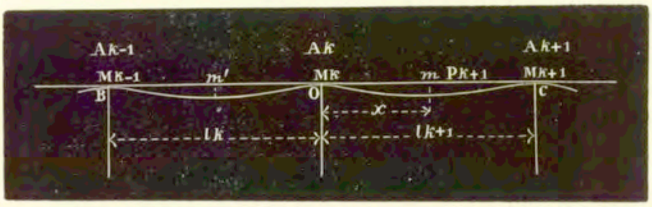


Fig. 1.

$$(a) \qquad \mathrm{EI}\frac{d^2y}{dx^2} = \mathrm{M}_k + \mathrm{P}_k x - \frac{p_{k+1}x^2}{2}.$$

W tém równaniu E wyraża spółczynnik sprężystości podłużnéj, a I moment bezwładności przecięcia poprzecznego belki względem osi pozioméj przechodzącéj przez środek ciężkości tego przecięcia.

Po pierwszém zcałkowaniu powyższego równania otrzymamy

$$(b) \qquad \mathrm{EI}\left(\frac{dy}{dx} - \mathrm{tg}\varphi\right) = \mathrm{M}_k x + \mathrm{A}_k\frac{x^2}{2} - \frac{p_{k+1}x^3}{6}$$

Równanie to dla $x = 0$ daje

$$\frac{dy}{dx} = \mathrm{tg}\,\varphi.$$

Ilość więc stała φ oznacza kąt jaki tworzy włókno obojętne belki z osią X w punkcie O.

Zcałkowawszy raz jeszcze otrzymamy

$$(c) \qquad \mathrm{EI}(y - x\,\mathrm{tg}\,\varphi) = \mathrm{M}_k\frac{x^2}{2} + \mathrm{A}_k\frac{x^3}{6} - \frac{p_{k+1}x^4}{24}.$$

Jeżeli założymy w pierwszém i ostatniém równaniu $x = l_{k+1}$, wtedy

$$y = 0,$$

$$\mathrm{EI}\frac{d^2y}{dx^2} = \mathrm{M}_{k+1}.$$

W skutek ostatniego warunku, równania uważane przybiorą kształt następujący

$$(d) \qquad \mathrm{M}_{k+1} = \mathrm{M}_k + \mathrm{A}_k l_{k+1} - \frac{p_{k+1}l^2_{k+1}}{2}$$

$$(e) \qquad -\mathrm{EI}l_{k+1}\mathrm{tg}\,\varphi = \mathrm{M}_k\frac{l^2_{k+1}}{2} + \mathrm{A}_k\frac{l^3_{k+1}}{6} - \frac{p_{k+1}l^4_{k+1}}{24}.$$

Po wyrugowaniu między dwoma ostatniemi równaniami ilości A_k i po usunięciu czynnika wspólnego l_{k+1} otrzymamy

$$l_{k+1}\mathrm{M}_{k+1} = -6\mathrm{EI}\,\mathrm{tg}\,\varphi - \frac{p_{k+1}l^3_{k+1}}{4} - 2l_{k+1}\mathrm{M}_k.$$

Podobnym sposobem postępując od punktu 0 do punktu B znajdziemy

$$l_k\mathrm{M}_{k-1} = 6\mathrm{EI}\,\mathrm{tg}\varphi - \frac{p_k l^3_k}{4} - 2l_k\mathrm{M}_k.$$

Dodawszy do siebie dwa ostatnie wyrażenia otrzymamy równanie trzech momentów w kształcie następującym

$$(1) \qquad l_k M_{k-1} + 2(l_k + l_{k+1})M_k + M_{k+1} l_{k+1} = -\frac{p_k l^3_k}{4} - \frac{p_{k+1} l^3_{k+1}}{4}.$$

Moment zgięcia na drugiéj i przedostatniéj podporze. — Niech będzie belka o n przęsłach, to jest umieszczona na $n+1$ podporach; oznaczmy przez

$l_1\, l_2 \ldots l_n$ długości przęseł;

$p_1\, p_2 \ldots p_n$ ciężary odpowiadające na jednostkę długości;

$M_2\, M_3 \ldots M_n$ wartości momentów zgięcia na podporach.

Za pomocą równania trzech momentów (1) możemy ułożyć szereg $n-1$ równań, które wyznaczą następnie $n-1$ momentów zgięcia niewiadomych, będzie więc

$$(2) \quad \left\{\begin{array}{l}
0 + 2(l_1 + l_2)M_2 + l_2 M_3 = -\frac{1}{4}(p_1 l^3_1 + p_2 l^3_2) = P_2, \\
l_2 M_2 + 2(l_2 + l_3)M_3 + l_3 M_4 = -\frac{1}{4}(p_2 l^3_2 + p_3 l^3_3) = P_3, \\
l_3 M_3 + 2(l_3 + l_4)M_4 + l_4 M_5 = -\frac{1}{4}(p_3 l^3_3 + p_4 l^3_4) = P_4, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
l_{n-2} M_{n-2} + 2(l_{n-2} + l_{n-n})M_{n-1} + l_{n-1} M_n = -\frac{1}{4}(p_{n-2} l^3_{n-2} + p_{n-1} l^3_{n-1}) = P_{n-1}, \\
l_{n-1} M_{n-1} + 2(l_{n-1} + l_n)M_n + 0 = -\frac{1}{4}(p_{n-1} l_{n-1} + p_n l_n) = P_n.
\end{array}\right.$$

Dla wyznaczenia wartości momentu M_2 użyjemy metody tak zwanej Bezont, która zależy jak wiadomo z algebry, na pomnożeniu równań uważanych z wyjątkiem ostatniego przez pewne ilości tak dobrane, aby spółczynniki wszystkich momentów zgięcia, z wyjątkiem momentu szukanego M_2 równały się zeru.

Pomnóżmy więc ostatnie równanie przez jedność, przedostatnie przez pewną ilość, którą oznaczać będziemy przez α_1; równanie następne pomnóżmy przez α_2, i tak dalej aż do równania pierwszego, które pomnożone będzie przez α_{n-2}. Następnie dodajmy do siebie równania w ten sposób pomnożone i przyrównajmy do zera spółczynniki wszystkich momentów z wyjątkiem M_2; otrzymamy ztąd

$$M_2 = -\frac{P_2 \alpha_{n-2} + P_3 \alpha_{n-3} + \ldots P_{n-1}\alpha_1 + P_n}{2(\alpha_{n-2}(l_1 + l_2) + \alpha_{n-3} l_2}.$$

Spółczynniki momentów zgięcia przyrównane do zera za pomocą ilości α, dadzą nam szereg równań następujących z których ilości wspomniane wyznaczą się z wielką łatwością:

$$(3) \quad \left\{\begin{array}{l}
\alpha_{n-2} l_2 + 2(l_2 + l_3)\alpha_{n-3} + \alpha_{n-4} l_3 = 0, \\
\alpha_{n-3} l_3 + 2(l_3 + l_4)\alpha_{n-4} + \alpha_{n-5} l_4 = 0, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\alpha_2 l_{n-2} + 2(l_{n-2} + l_{n-1})\alpha_1 + l_{n-1} = 0, \\
\alpha_1 l_{n-1} + 2(l_{n-1} + l_n) = 0.
\end{array}\right.$$

Na mocy podobieństwa ostatnich wzorów, założyć możemy również

$$\alpha_1 l_1 + 2(l_1 + l_2)\alpha_{n-2} + \alpha_{n-3} l_2 = 0.$$

Warunek ten pozwoli nam uprościć mianownik w wyrażeniu momentu, albowiem

$$2(l_1 + l_2)\alpha_{n-2} + \alpha_{n-1} l_2 = -\alpha_{n-1} l_1,$$

otrzymamy więc ostatecznie

$$M_2 = \frac{P_2\alpha_{n-2} + P_3\alpha_{n-3} + \ldots P_{n-1}\alpha_1 + P_n}{\alpha_{n-1} l_1}, \tag{4}$$

albo ogólnie

$$M_2 = \frac{\sum_2^n P_t \alpha_{n-t}}{\alpha_{n-1} l_1}.$$

Rozwiązując równania (3) otrzymamy następne wartości dla ilości α :

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned}
&\alpha_0 = 1, \\
&\alpha_1 = -2\left(1 + \frac{l_n}{l_{n-1}}\right), \\
&\alpha_2 = -2\alpha_1\left(1 + \frac{l_{n-1}}{l_{n-2}}\right) - \frac{l_{n-1}}{l_{n-2}}, \\
&\alpha_3 = -2\alpha_2\left(1 + \frac{l_{n-2}}{l_{n-3}}\right) - \alpha_1\frac{l_{n-2}}{l_{n-3}}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\alpha_{n-2} = -2\alpha_{n-3}\left(1 + \frac{l_3}{l_2}\right) - \alpha_{n-4}\frac{l_3}{l_2}, \\
&\alpha_{n-1} = -2\alpha_{n-2}\left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) - \alpha_{n-3}\frac{l_2}{l_1}.
\end{aligned} \right.$$

Badając ostatnią grupę równań, oznaczyć możemy własności liczb α; najważniejsze z tych własności które nam będą użyteczne w dalszym ciągu, są następujące :

Spółczynnik α_1 jest zawsze większym od 2 i ma wartość odjemną.

Spółczynniki ze wskazami parzystemi, to jest α_2 α_4.... są dodatne.

Spółczynniki zaś ze wskazami nieparzystymi α_1 α_3 α_5.... są zawsze odjemne.

Wartość bezwzględna tych spółczynników zwiększa się ze wskazem.

Postępując w podobny sposób jak poprzednio, wyznaczyć można moment zgięcia M_n, na przedostatniéj podporze zaczynając od drugiego końca belki. Szereg spółczynników w tym razie który oznaczymy przez γ będzie

$$
(6)\qquad \begin{cases}
\gamma_0 = 1, \\
\gamma_1 = -2\left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right), \\
\gamma_2 = -2\gamma_1\left(1 + \frac{l_2}{l_3}\right) - \frac{l_2}{l_3}, \\
\gamma_3 = -2\gamma_2\left(1 + \frac{l_3}{l_4}\right) - \frac{l_3}{l_4}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\gamma_{n-2} = -2\gamma_{n-3}\left(1 + \frac{l_{n-2}}{l_{n-1}}\right) - \gamma_{n-4}\frac{l_{n-2}}{l_{n-1}}, \\
\gamma_{n-1} = -2\gamma_{n-2}\left(1 + \frac{l_{n-1}}{l_n}\right) - \gamma_{n-3}\frac{l_{n-1}}{l_n}.
\end{cases}
$$

Wyrażenie ogólne momentu M_n będzie

$$
M_n = \frac{\sum_{2}^{n} P_t \gamma_{t-2}}{\gamma_{n-1} l_n}.
$$

Moment zgięcia na podporze którejkolwiek. — Za pomocą szeregów α i γ (5) i (6) wyznaczyć możemy wprost moment zgięcia na jakiejkolwiek podporze k.

Przedewszystkiém na figurze następującéj podamy llości i spółczynniki odnoszące się do każdego przęsła.

N° podpór	1		2		3	…	$k-1$		k		$k+1$	…	$n-1$		n		$n+1$
N° przęseł		1		2				$k-1$		k				$n-1$		n	
Długość przęseł		l_1		l_2				l_{k-1}		l_k				l_{n-1}		l_n	
Ciężar całk. p na jed. długości		p_1		p_2				p_{k-1}		p_k				p_{n-1}		p_n	
Szeregi α	α_{n-1}		α_{n-2}		α_{n-3}		α_{n-k+1}		α_{n-k}		α_{n-k-1}		α_1		α_0		0
» γ	0		γ_0		γ_1		γ_{k-3}		γ_{k-2}		γ_{k-1}		γ_{n-3}		γ_{n-2}		γ_{n-1}
Funkcye ciężarów			P_2		P_3		P_{k-1}		P_k		P_{k+1}		P_{n-1}		P_n		

Fig. 2.

Dla znalezienia wartości momentu zgięcia wywartego na podporze k, pomnóżmy najprzód przez α_{n-k} równania (2) od pierwszego aż do k włącznie; pozostałe zaś równania od $k+1$ do $n-1$ przez spółczynnik γ_{k-2}.

Pomnóżmy następnie pierwszą grupę równań przez spółczynniki im odpowiednie γ, ostatnią zaś przez spółczynniki odpowiednie α.

Po wykonaniu wskazanych działań i dodaniu do siebie równań otrzymamy spółczynniki wszystkich momentów zgięcia będą zerami z wyjątkiem spółczynnika momentu szukanego; otrzymamy więc

$$M_k = -\frac{\alpha_{n-k}(P_2 + P_3\gamma_1 + \ldots P_k\gamma_{k-2}) + \gamma_{k-2}(P_{k-1}\alpha_{n-k-1} + \ldots P_{n-1}\alpha_1 + P_n)}{l_{k-1}\alpha_{n-k}\gamma_{k-3} + 2(l_{k-1} + l_k)\alpha_{n-k}\gamma_{k-2} + l_k\alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2}}.$$

Mianownik tego wyrażenia, na zasadzie równań (5) da się uprościć, albowiem mamy

$$l_{k-1}\gamma_{k-3} + 2(l_{k-1} + l_k)\gamma_{k-2} + l_k\gamma_{k-1} = 0,$$

związek, który pomnożony przez α_{n-k} daje na powyżej otrzymany mianownik wartość następującą:

$$-l_k\alpha_{n-k}\gamma_{k-1} + l_k\alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2} = -l_k(\alpha_{n-k}\gamma_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2}).$$

Zajmiemy się obecnie udowodnieniem iż mianownik, w wyrażeniu momentu zgięcia wywartego na jakiejkolwiek podporze, jest ilością stałą. W samej rzeczy; mianownik o którym mowa jest różnicą iloczynów utworzonych z pomnożenia spółczynników α odpowiadających jednemu końcowi przęsła k przez spółczynniki γ odpowiadające drugiemu końcowi tegoż przęsła; dostateczném więc będzie dowieść, iż w dwóch przęsłach sąsiednich jakichkolwiek $k-1$ i k różnica ta jest stałą.

Na mocy równań (5) i (6) mamy:

$$l_{k-1}\alpha_{n-k-1} + 2(l_{k-1} + l_k(\alpha_{n-k} + l_k\alpha_{n-k-1} = 0,$$

$$l_{k-1}\gamma_{k-3} + 2(l_{k-1} + l_k)\gamma_{k-2} + l_k\gamma_{k-1} = 0.$$

Pomnożywszy pierwsze równanie przez γ_{k-2}, drugie przez α_{n-k} i odjąwszy ostatnie od pierwszego, otrzymamy

$$l_{k-1}(\alpha_{n-k+1}\gamma_{k-2} - \alpha_{n-k}\gamma_{k-3}) = l_k(\alpha_{n-k}\gamma_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2}) = L,$$

co było do dowiedzenia. Ogólnie więc: różnica iloczynów α przez γ odpowiadających ostatecznym punktom tegoż samego przęsła, pomnożona przez jego długość, jest ilością stałą, którą oznaczyliśmy przez L; w pierwszém przęśle ma ona wartość następującą

$$L = l_1\alpha_{n-1},$$

a w ostatniém

$$L = l_n\gamma_{n-1},$$

i tworzy mianownik w wyrażeniu momentów zgięcia M_2 i M_n.

Wyrażenie więc ostateczne momentu zgięcia na podporze którejkolwiek k będzie:

$$(7) \qquad M_k = \frac{\alpha_{n-k}(P_2 + P_3\gamma_1 + \ldots P_k\gamma_{-2}) + \gamma_{k-2}(P_{k+1}\alpha_{n-k-1} + \ldots P_{n-1}\alpha_1 + P_n)}{L},$$

albo ogólnie

$$M_k = \frac{\alpha_{n-k}\sum_{2}^{k} P_t\gamma_{t-2} + \gamma_{k-2}\sum_{k+1}^{n} P_t\alpha_{t-1}}{L}.$$

Mianownik wspólny L przybiera zawsze jak to wiemy z powyższego znak ilości α_{n-1}; będzie on więc dodatnym lub odjemnym, stosownie do tego czy liczba $n-1$ jest parzystą lub nieparzystą.

Wyznaczenie momentu zgięcia w punkcie jakimkolwiek belki pomiędzy dwoma po sobie idącemi podporami. — Przypuśćmy iż punkt uważany znajduje się w przęśle oznaczoném liczbą k na odległości x od podpory k. Równanie (a), które służyło do wyznaczenia wartości momentu zgięcia w powyższym punkcie ma kształt następujący :

$$M = M_k + Ax - \frac{1}{2}px^2.$$

Jeśli w tém równaniu założymy $x = l$, zamieni się ono na następujące :

$$M_{k+1} = M_k + Al - \frac{1}{2}p_k l^2.$$

Po wyrugowaniu między dwoma ostatniemi równaniami ilości A, otrzymamy wyrażenie ogólne momentu szukanego w punkcie x

$$M = \frac{M_k(l_k - x) + M_{k+1}x}{l_k} + \frac{1}{2}p_k x(l_k - x). \tag{8}$$

Pierwszy wyraz równania (8) przedstawia linię prostą przechodzącą przez dwa punkta

$$x = 0, \qquad y = M_k,$$
$$x = l_k \qquad y = M_{k+1},$$

to jest linię łączącą końce linii OO′ i EE′ proporcyonalnych do momentów zgięcia w punktach O i E (fig. 3).

Drugi wyraz tegoż równania przedstawia parabolę, której rzędne dają wartość momentu zgięcia w przypadku gdybyśmy uważali belkę jako uciętą na podporach. Parabola ta ma oś prostopadłą do osi x i przechodzi przez punkta O i E.

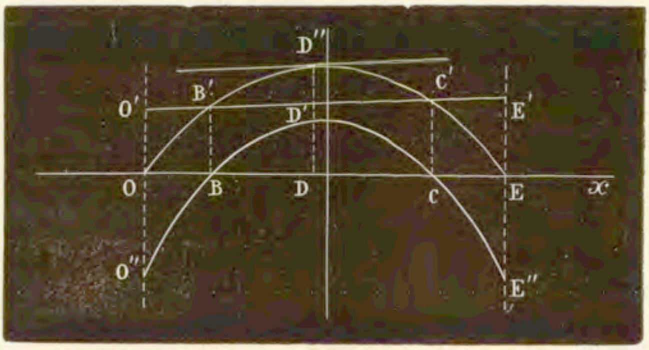


Fig. 3.

Wiemy już zkąd inąd, iż rzędne linii prostej są odjemne, albowiem ilości M_k i M_{k+1} mają wartości odjemne; wiemy nadto, że rzędne paraboli są dodatne; a ponieważ moment całkowity równa się zawsze summie algebraicznéj momentów składowych, zatem moment ostateczny równa się różnicy powyżéj podanych rzędnych. Jeśli więc odetniemy na prostopadłych OO′, EE′ przechodzących przez punkta podpory; długości OO′ i EE′ proporcyonalne do wielkości bezwzględnych momentów M_k i M_{k+1} i jeśli połączymy punkta O′E′, wtedy otrzymamy nową oś O′E′ względem której należy brać rzędne paraboli OD″E′, i rzędne te przedstawią wartość całkowitą momentu zgięcia. Wypada ztąd iż w punkcie O wartość momentu jest — O′O, wartość ta jest zerem w punkcie B′ który jest rzutem punktu B przecięcia linii prostej z parobolą, wartość ta jest największą w punkcie D rzucie punktu D″, gdzie styczna do paraboli jest równoległą do linii O′E′, zacząwszy od tego ostatniego punktu zmniejsza się ona stopniowo i staje się zerem poraz drugi w punkcie C, który jest rzutem punktu C′ na oś x i nakoniec w punkcie E wartość ta staje się równą EE′. Linia więc przedstawiająca wartości momentu zgięcia O″B′D′C′E″, otrzyma się, biorąc różnicę rzędnych dwóch linij OD″E i O′E′; jest to pierwsza parabola OD″E przesunięta w ten sposób aby przechodziła przez punkta O″ i E″, zachowując zawsze oś swoją prostopadłą do osi odciętych.

Wartość więc momentu zgięcia jest odjemną na podporach, następnie zmniejsza się stopniowo postępując ku części środkowej przęsła i staje się zerem w punktach B′ i C′, których odcięte mają wartości równe pierwiastkom równania

$$\frac{1}{2}p_k x - \left(\frac{M_{k+1} - M_k}{l_k} + \frac{1}{2}p_k l_k\right)x - M_k = 0.$$

Między tymi punktami moment zgięcia jest dodatnym, wartość jego zwiększa się ciągle dążąc ku środkowi przęsła i staje się maximum w punkcie D, odcięta tego ostatniego punktu wyznaczy się za pomocą równania

$$\frac{dM}{dx} = \frac{M_{k+1} - M_k}{l_k} + p\left(\frac{1}{2}l - x\right) = 0.$$

W pierwszém przęśle wartość momentu zgięcia otrzyma się z równania ogólnego (8), zakładając w niem $k=1$ i $M_k=0$; otrzymamy ztąd

$$\text{(9)} \qquad M = \frac{M_2}{l_1}x + \frac{1}{2}p_1 x(l_1 - x).$$

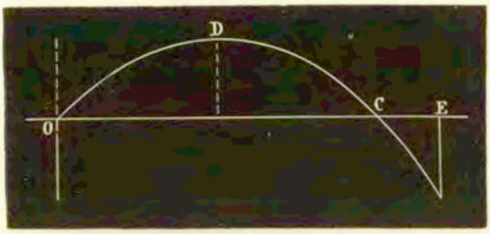


Fig. 4.

Równanie (9) przedstawia parabolę (fig. 4), mającą także oś prostopadłą do osi x, przechodzącą przez początek spółrzędnych, i przecinająca oś x w punkcie C; rzędne tej paraboli w odcinku OC są dodatne, w odcinku zaś CE, odjemne.

W przęśle ostatniem gdzie $k=n$ i $M_{k+1}=0$ wyrażenie momentu zgięcia będzie

$$\text{(10)} \qquad M = \frac{M_n(l_n - x)}{l_n} + \frac{1}{2}p_n x(l_n - x).$$

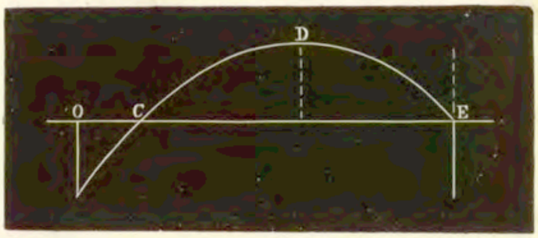


Fig. 5.

Wyrażenie (10) przedstawia również parabolę mającą położenie odwrotne do poprzedzającej (fig. 5). Wartości momentu zgięcia są odjemne w odcinku OC i dodatne w odcinku pozostałym CE.

II. — WYZNACZENIE SIŁY POPRZECZNEJ.

Wartości siły poprzecznéj w przęsłach środkowych. — Wiadomo iż wyrażenie siły poprzecznéj w punkcie którymkolwiek przęsła jest pochodną funkcyi wyrażającéj wartość momentu zgięcia w tymże punkcie.

Wziąwszy tedy pochodnę z równania (8), otrzymamy równanie następujące, które przedstawi wartość siły poprzecznéj w przęśle k.

$$\text{(11)} \qquad \frac{dM}{dx} = A = -px + \left(\frac{M_{k+1} - M_k}{l_k} + \frac{p_k l_k}{2}\right).$$

Wyrażenie (11) jest pierwszego stopnia, przedstawia więc ono linię prostą; rzędna téj linii na osi rzędnych przedstawiająca wartość siły poprzecznéj na podporze k, otrzyma się, zakładając więc w ostatniém równaniu $x=0$, więc będzie

$$A_k=\frac{M_{k+1}-M_k}{l_k}+\frac{1}{2}p_k l_k. \tag{12}$$

Równanie (12) przedstawia największą wartość dodatną siły poprzecznéj w przęśle k; ku środkowi przęsła wartość ta zmniejsza się proporcyonalnie do rzędnych linii prostéj (11) i staje się zerem w punkcie przecięcia się téj linii z osią x; odcięta punktu ostatniego ma wartość

$$x=\frac{A_k}{p_k}=\frac{M_{k+1}-M_k}{l_k}+\frac{1}{2}l_k.$$

W odcinku następnym wyrażenia siły poprzecznéj są odjemne, zwiększają się one razem z odciętą x, i dochodzą do największéj wartości w punkcie podpory $k+1$, jak to widzimy na figurze 6ej podanéj poniżéj.

Równanie (13) daje wartość jéj analityczną.

$$B_k=\frac{M_{k+1}-M_k}{l_k}-\frac{1}{2}p_k l_k. \tag{13}$$

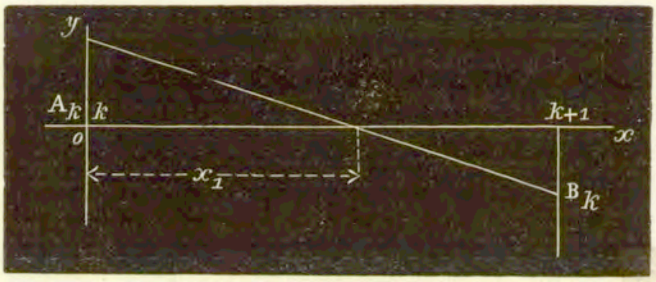


Fig. 6.

Spółczynnik kątowy prostéj przedstawionéj równaniem (13), zależy jedynie od ilości p_k, wyrażającéj ciężar belki w przęśle k; ciężar ten p według założenia podanego na początku niniejszéj pracy składa się z ciężaru stałego p' i ciężaru przypadkowego p''; ponieważ tedy przęsło uważane zostawać może pod wpływem samego tylko ciężaru stałego p' lub ciężaru całkowitego p, przeto wartości sił poprzecznych we wszystkich przęsłach, wyrażone będą przez rzędne dwóch systemów linij równoległych do kierunków

$$y=\pm p'x,$$

$$y=px=\pm(p'+p'')x.$$

Wartości siły poprzecznéj w przęsłach skrajnych. — Równanie siły poprzecznéj w pierwszém przęśle otrzymamy, zakładając w równaniu poprzedniém (13) $k=1$ i $M_k=0$, będzie więc

$$A=\frac{M_1}{l_1}+\frac{1}{2}p_1 l_1-p_1 x. \tag{14}$$

Największa wartość dodatna téj siły będzie miała miejsce na pierwszéj podporze, gdzie x równa się zeru, czyli będzie

$$A_1=\frac{M_1}{l_1}+\frac{1}{2}p_1 l_1. \tag{15}$$

Największa zaś jéj wartość odjemna znajdzie się na drugiéj podporze, dla $x=l_1$,

$$B_1=\frac{M_2}{l_1}-\frac{p_1 l_1}{2}. \tag{16}$$

Uwaga. — Roztrząsając powyższe równania widzimy, iż każdéj jakiéjkolwiek podporze k odpowiadają dwie wartości siły poprzecznéj, jedna z tych wartości jest odjemną B_{k-1} i odpowiada końcowi przęsła $k-1$, druga zaś jest dodatną A_k i odpowiada początkowi przęsła k; różnica tych dwóch ilości $-B_{k-1}+A_k$ stanowi oddziaływawanie całkowite podpory spólnéj k; oddziaływanie to wpływając na belkę jako siła odosobniona i skończona, jest właśnie powodem różnic zachodzących w wartościach siły poprzecznéj, które znajdujemy dla punktów belki sąsiednich podporze wziętéj pod uwagę.

III. — O WIELKOŚCI MOMENTÓW ZGIĘCIA.

Wpływ ciężaru przypadkowego znajdującego się w którémkolwiek przęśle t na wartość momentu zgięcia w przęśle uważaném k. — Moment zgięcia w przecięciu którémkolwiek belki, powstaje w skutek działania ciężaru stałego i przypadkowego; wpływ jaki wywiera każdy z tych ciężarów na daną belkę jest niezależnym jeden od drugiego na mocy praw mechaniki, moment więc zgięcia ostateczny, będzie summą lub różnicą momentów cząstkowych stosownie czy ciężary wyżéj wspomniane działają w tym samym kierunku, lub w kierunkach przeciwnych.

Kwestya, którą się w téj chwili zajmujemy t. j. oznaczenie wartości momentów zgięcia, pod wpływem ciężarów stałego i przypadkowego, działających jednocześnie, traktowana wprost, przedstawiałaby wiele trudności; tymczasem dzieląc ją na dwie części, na mocy powyżéj podanéj własności, t. j. szukając najprzód momentu zgięcia, utworzonego pod wpływem ciężaru stałego, a następnie wartości momentu zgięcia, utworzonego tylko przez ciężar przypadkowy i biorąc ich summę algebraiczną, ułatwia się znacznie rozwiązanie kwestyi. Zaczniemy więc najprzód od zbadania wpływu ciężaru przypadkowego.

Przypuśćmy, iż ciężar stały jest zerem we wszystkich przęsłach belki, i że ciężar przypadkowy p'' działa tylko na przęsło t.

Przypuśćmy nadto, iż przęsło obciążone znajduje się po lewéj stronie przęsła uważanego k, to jest że $t<k$; wprowadzając powyższe przypuszczenia w wyrażenie wartości momentu zgięcia (7), otrzymamy następujące wartości, z których każda odpowiada jednéj z podpór przęsła uważanego,

$$M_k=\frac{\alpha_{n-k}(\gamma_{t-2}+\gamma_{t-1})}{4l.\alpha_{n-1}}p_t l^3_t$$

$$M_{k+1}=\frac{\alpha_{n-k-1}(\gamma_{t-2}+\gamma_{t-1})}{4l_1\alpha_{n-1}}p_t l^3_t.$$

Podstawmy tak znalezione wartości w równaniu (8) i załóżmy w niém $p_k=0$, a otrzymamy wartości momentu zgięcia w przęśle uważaném :

$$(17)\qquad M=\frac{p_t l^3_t}{4l_k l_1\alpha_{n-1}}(\gamma_{t-2}+\gamma_{t-1})[\alpha_{n-k}l_k-(\alpha_{n-k}-\alpha_{n-k-1})x].$$

Powyższe równanie wskazuje, iż moment zgięcia wywarty w przęśle k, pod wpływem ciężaru przypadkowego działającego w przęśle t, przedstawionym jest przez rzędne linii prostéj, która przecina oś odciętych w punkcie D, (fig. 7) danym przez równanie :

$$\alpha_{n-k}l_k-(\alpha_{n-k}-\alpha_{n-k-1})x=0.$$

Oznaczmy odciętę punktu D przez x_3 i rozwiążmy ostatnie równanie, a otrzymamy dla x_3 wartość następującą

$$x_3 = \frac{\alpha_{n-k}}{\alpha_{n-k} - \alpha_{n-k-1}} l_k. \tag{18}$$

W skutek własności podanych poprzednio dla ilości α, widzimy, iż mianownik wyrażenia (18) ma znak ilości α_{n-k} i jest większym od licznika, odcięta więc x_3 ma wartość dodatną, lecz zawsze mniejszą od długości przęsła l_k, czyli że punkt D znajduje się w przęśle k i nadto, że odcięta x_3 jest niezależną od liczby t; czyli że

Wszystkie linie proste przedstawiające momenty zgięcia w przęśle k, w skutek ciężaru przypadkowego, działającego w przęśle jakiémkolwiek t znajdującém się po lewéj jego stronie, przecinają się w punkcie stałym D, leżącym na osi odciętych tegoż przęsła k.

Znak spółczynnika kątowego tych linij

$$-\frac{p_t l_t}{4 l_k l_1}\left(\frac{\alpha_{n-k} l_k - \alpha_{n-k-1}}{\alpha_{n-1}}\right)(\gamma_{t-2} + \gamma_{t-1})$$

zależy od ilości zawartych w nawiasach, jest on przeto naprzemian: dodatnym i odjemnym i zwiększa się bezwzględnie razem z liczbą t. Największa wartość tego spółczynnika będzie gdy

$$t = k - 1,$$

to jest gdy przęsło obciążone, dotyka przęsła k.

W tym ostatnim przypadku znak spółczynnika jest dodatnym, albowiem znaki obydwóch nawiasów są też same. Znaki o ktorych mowa zależą od ilości.

$$\frac{-\alpha_{n-k}}{\alpha_{n-1}} l_k \quad \text{i} \quad \gamma_{k-2},$$

a zatém, jeżeli k jest parzystém, ilości $-\alpha_{n-k}$ i α_{n-}. będą tych samych znaków, i pierwszy nawias będzie dodatnym; nadto wskaźnik $t-1 = k-2$ będzie również parzystym i nada ilości γ_{k-2}, a tém samém i ostatniemu nawiasowi znak dodatny.

W sposób podobny znajdziemy, iż w przypadku gdy k jest nieparzystém, obydwa nawiasy będą odjemne, a zatém iloczyn ich będzie, jak poprzednio dodatnym.

Niezależnie więc od liczby k, w skutek obciążenia przęsła $k-1$, spółczynnik kątowy linii przedstawiającéj momenty zgięcia w przęśle k, jest dodatnym.

W przęśle $k-2$ nawiasy są znaków przeciwnych; znak więc spółczynnika kątowego będzie odjemnym; w przęśle następném spółczynnik o którym mowa przybierze znowu znak dodatny i tak naprzemian aż do końca belki.

Ostatecznie więc spółczynnik kątowy linij przedstawiających momenty zgięcia w przęśle k będzie miał znak dodatny, jeśli ciężar przypadkowy pokrywać będzie przęsła

$$k-1, \quad k-3, \quad k-5 \ldots$$

będzie on zaś odjemny, gdy ciężar przypadkowy pokrywać będzie przęsła

$$k-2, \quad k-4, \quad k-6 \ldots$$

W pierwszym razie, momenty zgięcia będą dodatne w części przęsła; DF i odjemne w części OD; w ostatnim zaś wartości momentów dodatne będą w części OD, a odjemne w części DF.

Na figurze 7 linie proste przedstawiające momenty zgięcia oznaczone są temiż samemi znakami co i przęsła pokryte przez ciężar przypadkowy, t. j. linia $k-2$ oznacza moment zgięcia w przęśle k utworzony przez działanie ciężaru przypadkowego na przęsło $k-2$.

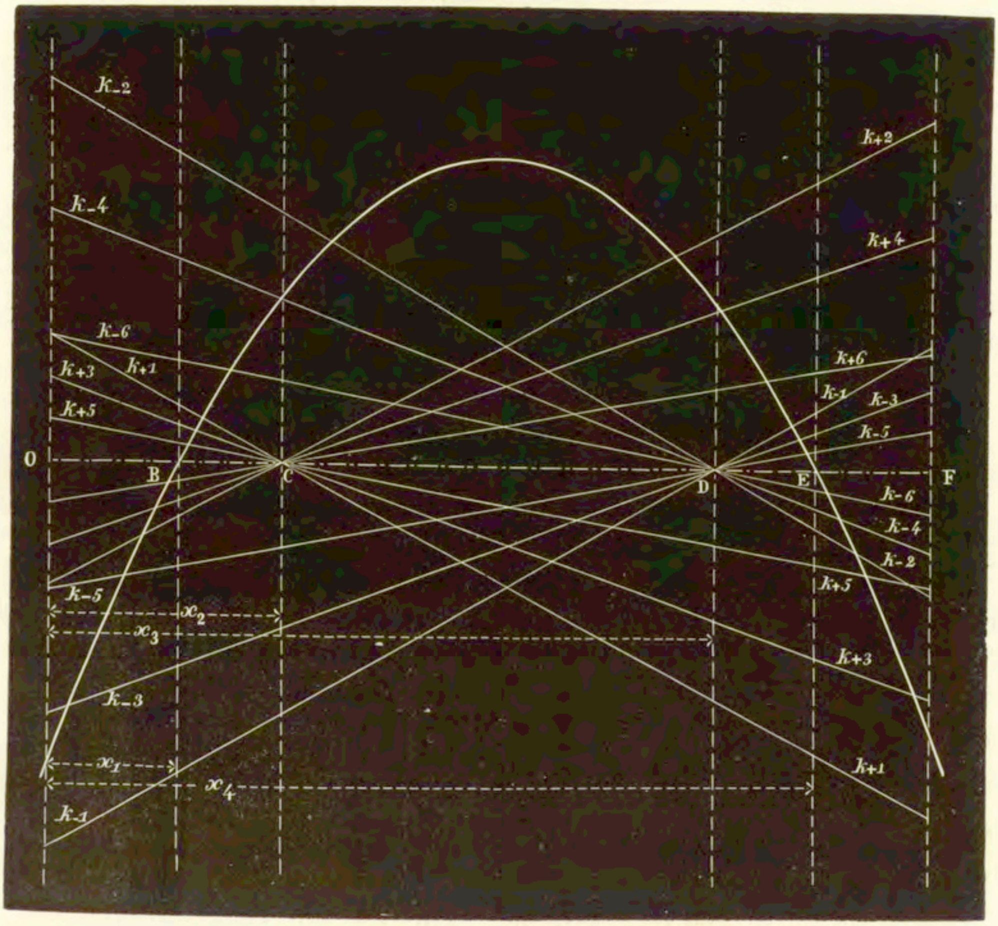


Fig. 7.

Zajmijmy się obecnie drugim przypadkiem, t. j. gdy przęsło t zostające pod wpływem ciężaru przypadkowego znajduje się po prawéj stronie przęsła k.

W przypadku o którym mowa, postępując w sposób podobnypoprzedniemu znajdziemy, iż momenty zgięcia wyrażone będę przez rzędne linij prostych, których wyrażenie ogólne ma kształt następujący :

(19) $$M = \frac{p_t l_t^3}{4 l_k l \alpha_{-1}} (\alpha_{n-t} + \alpha_{n-t-1})[\gamma_{k-2} l_k + (\gamma_{k-1} - \gamma_{k-2}) x].$$

Linie te przecinają się w punkcie stałym C, wartość odciętéj tego punktu, którą oznaczymy przez x_2 otrzyma się z równania (19) przyrównanego do zera.

$$x_2 = \frac{\gamma_{k-2}}{\gamma_{k-2}-\gamma_{k-1}} l_k. \tag{20}$$

Odcięta x_2 mniejszą jest od poprzednio znalezionéj x_3 albowiem

$$\frac{\gamma_{k-2}}{\gamma_{k-2}-\gamma_{k-1}} < \frac{\alpha_{n-k}}{\alpha_{n-k}-\alpha_{n-k-1}} \text{ (*)}.$$

Spółczynnik kątowy w przęśle k jest dodatnym gdy przęsła pokryte przez ciężar przypadkowy są

$$k+2, \quad k+4, \quad k+6, \ldots$$

odjemny zaś wtenczas gdy ciężar przypadkowy pokrywa przęsła

$$k+1, \quad k+3 \quad k+5, \ldots$$

W trzecim przypadku, jeżeli ciężar przypadkowy działa w samém przęśle k, to jest gdy $t=k$, wyrażenia momentów zgięcia na podporach tego przęsła będą:

$$M_k = \frac{p_k l_k^3}{4 l_1 \alpha_{n-1}} (\alpha_{n-k} + \alpha_{n-k-1})\gamma_{k-2}$$

$$M_{k+1} = \frac{p_k l_k^3}{4 l_1 \alpha_{n-1}} (\gamma_{k-2} + \gamma_{k-1})\alpha_{n-k-1}.$$

(*) Aby dowieść téj nierówności, przypuśćmy najprzód że liczba przęseł n jest nieparzystą. Jeżeli n jest nieparzyste, ilości $\alpha_{n-k} - \alpha_{n-k-1}$ i $\gamma_{k-2} - \gamma_{k-1}$ są tychże samych znaków co ilości α_{n-k} i γ_{k-1}; iloczyn zatém

$$(\alpha_{n-k} - \alpha_{n-k-1})(\gamma_{k-1} - \gamma_{k-2})$$

będzie miał znak iloczynu

$$\alpha_{n-k} \cdot \gamma_{k-1},$$

to jest będzie dodatny.

Nierówność powyższa nie zmieni się, jeśli pomnożymy oba jéj wyrazy przez iloczyn mianowników; wypadnie ztąd

$$\alpha_{n-k}\gamma_{k-1} - \alpha_{n-k}\gamma_{k-2} > \alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2} - \alpha_{n-k}\gamma_{k-2}.$$

Zniósłszy po obu stronach wyraz wspólny $-\alpha_{n-k}\gamma_{k-2}$ otrzymamy

$$\alpha_{n-k}\gamma_{k-1} > \alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2},$$

albo

$$\alpha_{n-k}\gamma_{k-1} - \alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2} > 0,$$

ta ostatnia nierówność jest widoczną, albowiem na mocy równań poprzednich, mamy w każdym przypadku

$$l_k(\alpha_{n-k}\gamma_{k-2} - \alpha_{n-k-1}\gamma_{k-2}) = l_1\alpha_{n-1},$$

drugi zaś wyraz tego równania ma zawsze wartość dodatną gdy n jest parzystém.

W przypadku gdy n jest nieparzystém, należałoby odwrócić nierówność gdy się znoszą mianowniki, albowiem iloczyn ich będzie odjemny, ale jednocześnie ilość α_{n-1} jest również odjemną; wypadek więc ostateczny będzie ten sam co i poprzednio t. j. dodatny.

Moment zgięcia w jakimkolwiek punkcie przęsła przedstawionym jest przez rzędne paraboli, któréj równanie ma kształt następujący

$$(21) \qquad M = \frac{1}{2} p_k x(l_k - x) + \frac{p_k l_k^3}{4 l_k l_1 \alpha_{n-1}} (\gamma_{k-1}\alpha_{n-k-1} - \gamma_{k-2}\alpha_{n-k}) x + \frac{p_k l_k^3 \gamma_{k-2}}{4 l_1 \alpha_{n-1}} (\alpha_{n-k} + \alpha_{n-k-1}).$$

Rzędne téj paraboli, jakeśmy to wskazali roztrząsając równanie (8) są odjemne na podporach; albowiem przypuszczając w tém równaniu $x=0$ i $x=l_k$ otrzymujemy wartości momentów zgięcia M_k i M_{k+1} znaków odjemnych.

Chcąc otrzymać wartość momentu zgięcia w punkcie C, załóżmy w ostatniém równaniu

$$x = x_2 = \frac{\gamma_{k-2}}{\gamma_{k-2} - \gamma_{k-1}} \, l$$

i zastąpmy M_k i M_{k+1} przez ich wartości; po wykonaniu działań i uproszczeniu otrzymamy

$$M = \frac{p_k l^3{}_k \gamma_{k-2}}{4 l_1 \alpha_{n-1} (\gamma_{k-2} - \gamma_{k-1})} + \frac{p_k l^3{}_k \gamma_{k-2} \gamma_{k-1}}{2 l_1 \alpha_{n-1} (\gamma_{k-2} - \gamma_{k-1})^2} = -\frac{1}{4} p_k l_k^2 \frac{\gamma_{k-2}(\gamma_{k-1} + \gamma_{k-2})}{(\gamma_{k-2} - \gamma_{k-1})^2},$$

wartość która, jest dodatną albowiem $\gamma_{k-1} + \gamma_{k-2}$ ma znak ilości γ_{k-1}, iloczyn zaś $-\gamma_{k-1}, \gamma_{k-2}$ jest zawsze dodatnym.

W podobny sposób dowieść możemy iż w punkcie D, wartość momentu zgięcia jest również dodatną. Wartości o których mowa były najprzód odjemne na podporach; moment więc zgięcia staje się zerem w punktach B i E znajdujących się na zewnątrz odcinka CD, a zatém wartości momentu zgięcia utworzonego pod wpływem ciężaru przypadkowego działającego w przęśle k są odjemne w odcinkach OB i EF; dodatne zaś w odcinku BE.

Odcięte x_1 i x_4 punktów B i E gdzie moment zgięcia staje się zerem są pierwiastkami równania (21), wyznaczą się więc one czyniąc to równanie równém zeru i rozwiązując.

W każdym więc przęśle uważać należy pięć odcinków OB, BC, CD DE i EF.

W każdym z tych odcinków wywiązują się momenty zgięcia dodatne lub odjemne, stosownie do rozmaitych kombinacyi położeń ciężaru przypadkowego.

W pierwszém przęśle punkt D nie istnieje; ponieważ nie ma przęsła po lewéj stronie przęsła pierwszego: punkta zaś B i C zlewają się z początkiem spółrzędnych, gdzie moment zgięcia zawsze jest zerem; linie więc przedstawiające momenty zgięcia, przybiorą układ wskazany na figurze 8ej.

Wyznaczenie największych momentów zgięcia. Własności wskazane w ustępie poprzedzającym i figury podane powyżéj pozwolą nam wyznaczyć z wielką łatwością warunki, przy których moment zgięcia będzie miał największą wartość bezwzględną w każdym punkcie przęsła uważanego, dostatecznem jest ku temu znać warunki wyznaczające największą jego wartość w każdym odcinku przęsła.

Na podporach i w odcinkach skrajnych OB i EF moment zgięcia jest odjemnym, w innych zaś odcinkach wartość jego może być już to dodatną, już też odjemną; wyznaczymy tedy warunki, w których momenty zgięcia największe mają wartości odjemne w odcinkach skrajnych; wartości te nazwiemy *granicą odjemną* momentów zgięcia, następnie wyznaczymy największe wartości dodatne i odjemne momentów w odcinkach pozostałych, czyli granicę dodatną i odjemną.

Za pomocą figury 7 granice te, jakeśmy wspomnieli wyżéj, dadzą się wyznaczyć z wielką łatwością.

I tak, zaczynając od podpory k, granica odjemna momentów zgięcia w odcinku OB, otrzyma się dodawszy do rzędnych odjemnych paraboli wszystkie rzędne odjemne linij prostych znajdujących się w tymże samym odcinku i usunąwszy wszystkie rzędne dodatne; ciężary przypadkowe, odpowiadające temu przypadkowi, znajdować się będą na przęsłach

$$\ldots k-5, \quad k-3, \quad k-1, \quad k, \quad k+2, \quad k+4, \quad k+6\ldots$$

Moment zgięcia otrzymany tym sposobem będzie miał największą wartość odjemną; każdy bowiem inny układ ciężarów przypadkowych zmniejszy lub usunie w równaniu jego wyrazy odjemne, lub wprowadzi wyrazy dodatne.

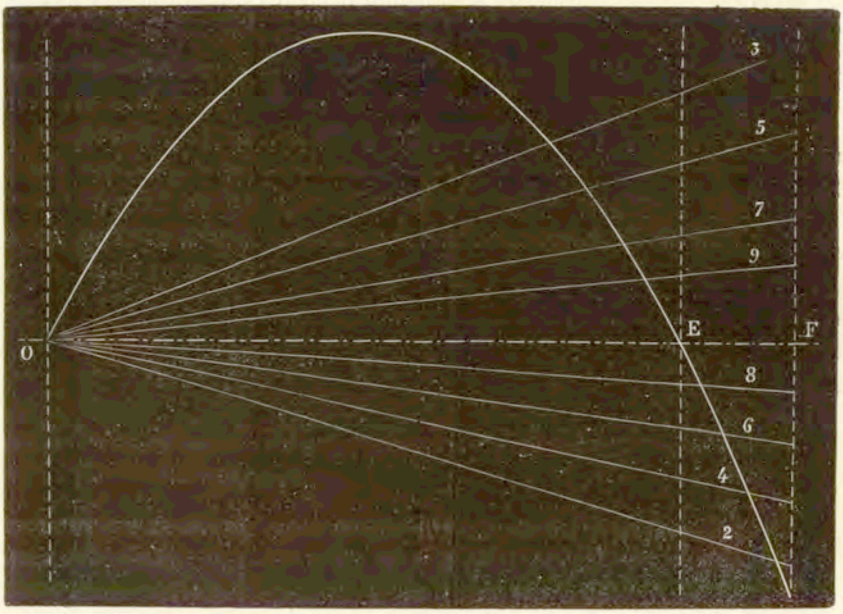


Fig. 8.

Też same warunki wyznaczają największe wartości odjemne momentu w odcinku przyległym E'F znajdującym się w przęśle $k-1$; można więc powiedzieć w ogóle iż:

Moment zgięcia na podporze którejkolwiek i w dwóch odcinkach przyległych tejże podporze będzie miał największą wartość odjemną, jeżeli ciężary przypadkowe znajdować się będą na dwóch przęsłach przyległych podporze uważanéj, i na wszystkich pozostałych branych co drugie.

Wartość najmniejsza czyli granica dodatna momentu zgięcia w tychże odcinkach odpowiadać będzie odwrotnemu układowi ciężarów przypadkowych, ponieważ w tym razie usunąć należy tak rzędne odjemne paraboli, jak również rzędne odjemne linij prostych, a natomiast wprowadzić rzędne dodatne linij prostych.

Moment więc zgięcia na podporze którejkolwiek i w dwóch odcinkach przyległych będzie najmniejszym, to jest dosięgnie granicy dodatnéj, jeśli zostawimy wolnemi dwa przęsła przyległe podporze uważanéj i obciążymy, co drugie, przęsła pozostałe.

W odcinku BC granica odjemna momentów zgięcia otrzyma się dodając do siebie rzędne odjemne linij prostych i usuwając rzędne dodatne tak paraboli jako też i linij prostych; ciężary przypadkowe odpowiadające temu przypadkowi znajdować się będą na przęsłach

$$\ldots k-5,\quad k-3,\quad k-1;\quad k+2,\quad k+4,\quad k+6,\ldots$$

Powyższy układ ciężarów przypadkowych wywiązuje najmniejszy moment zgięcia, t. j. granicę jego dodatną na podporze $k+1$.

Łatwo jest się przekonać iż układ ostatni wywiązuje również granicę odjemną momentów zgięcia w odcinku BC przęsła poprzedzającego. Wysłowiemy więc to w sposób następujący:

Warunki przy których najmniejszy moment zgięcia ma miejsce na podporze którejkolwiek wyznaczają jednocześnie granice jego odjemne w odcinku DE *przęsła uważanego i w odcinku* BC *przęsła poprzedzającego.*

W odcinku CD granica dodatna momentów zgięcia otrzyma się dodając, do rzędnych dodatnych paraboli, rzędne dodatne linij prostych; znajdujących się w tym odcinku i usuwając rzędne odjemne linij pozostałych; ciężary przypadkowe odpowiadające temu przypadkowi znajdować się będą na przęsłach.

$$\ldots k-4,\quad k-2,\quad k;\quad k+2,\quad k+4,\quad k+6,\ \ldots$$

Obciążyć więc należy przęsło uważane i inne przęsła co drugie; warunek ten, jak to łatwo jest sprawdzić na figurze 7ej, wyznacza jednocześnie granicę dodatną momentów zgięcia w odcinku środkowym CD, każdego z przęseł zostających pod wpływem ciężaru przypadkowego.

Moment najmniejszy czyli granica odjemna momentów w tymże odcinku CD odpowiada układowi odwrotnemu ciężarów przypadkowych, to jest gdy te ciężary przypadkowe znajdują się na przęsłach

$$\ldots k-3,\quad k-1,\quad k+1,\quad k+3,\quad k+5,\ldots$$

Układ o którym mowa wyznacza również granicę dodatną momentów zgięcia w odcinkach środkowych przęseł zostających pod wpływem ciążaru przypadkowego. Dwa te więc układy ciężarów przypadkowych wywiązują granice: dodatną i odjemną momentów w odcinkach środkowych wszystkich przęseł.

Granica dodatna momentów w odcinku BC przęsła uważanego k otrzyma się rozkładając ciężar przypadkowy w przęsłach

$$\ldots k-4,\quad k-2,\quad k,\quad k+1,\quad k+3,\quad k+5,\ldots$$

warunki te wyznaczają także największy moment zgięcia na podporze $k+1$.

Granica dodatna w odcinku DE przęsła k otrzyma się rozkładając ciężar przypadkowy w przęsłach

$$k-3,\quad k-1,\quad k,\quad k+2,\quad k+4,\ldots$$

Układ o którym mowa, jakeśmy widzieli poprzednio, wywiązuje największy moment zgięcia na podporze k.

Nakoniec w odcinku pozostałym EF granica odjemna momentów odpowiada układowi ciężaru przypadkowego tworzącego największy moment zgięcia na podporze $k+1$.

Na figurach następujących 9 i 10 przedstawiamy układy ciężarów przypadkowych tworzących największe wartości dodatne i odjemne momentów zgięcia w odcinkach przęsła uważanego; na na figurze 10 linie cienkie przedstawiają przęsła wolne, linie zaś grubsze przęsła obciążone; znaki — lub + oznaczają granicę odjemną lub dodatną.

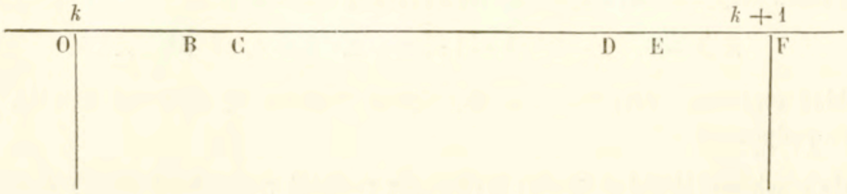


Fig. 9.

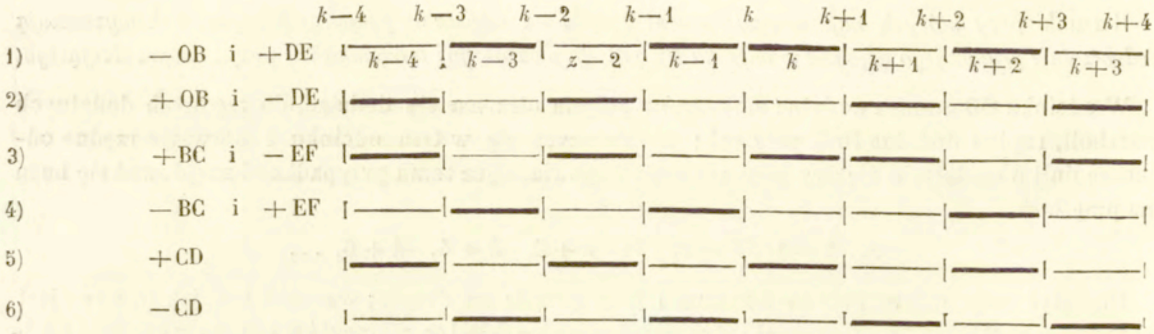


Fig. 10.

Granice więc momentów zgięcia utworzonych przez ciężar przypadkowy wyznaczone będą w każdym punkcie belki przez rzędne paraboli i linij prostych wyliczonych przy układach ciężaru przypadkowego dających:

a) Największy i najmniejszy moment zgięcia na każdéj podporze.

b) Największy i najmiejszy moment zgięcia w części środkowéj każdego przęsła.

Jeżeli więc belka ma *n* przęseł, liczba rozmaitych układów ciężaru przypadkowego niezbędnych do wyznaczenia największych wartości momentów zgięcia, będzie w ogóle

$$2(n-1)+2=2n.$$

W przypadku zaś gdy długości przęseł są symetryczne względem środka belki, liczba ta się zmniejsza; w tym razie układy ciężaru przypadkowego niesymetryczne względem środka belki sprowadzają się do połowy, każdy bowiem z tych układów w drugiéj połowie belki, będzie powtórzeniem układów połowy pierwszéj.

Jeżeli liczba przęseł *n* jest parzystą wtedy układy 1) i 2) z figury ostatniej odpowiadające podporze środkowéj są symetryczne; układy te na innych podporach, jako też i układy 5) i 6) są niesymetryczne, a więc sprowadzają się do połowy; liczba więc układów będzie w tym razie

$$\frac{2(n-2)+2}{2}+2=n+1.$$

W przypadku zaś gdy liczba *n* jest nieparzystą, układy 1) i 2) są niesymetryczne, pozostałe symetryczne; mamy więc

$$\frac{2(n-1)}{2}+2=n+1.$$

W ogóle więc dla belki mającéj n przęseł, liczba układów ciężaru przypadkowego wyznaczających granice momentów zgięcia jest $2n$ jeśli długości przęseł są jakiekolwiek; i $n+1$ jeżeli długości przęseł są symetryczne względem połowy belki.

Moment zgięcia utworzony przez ciężar stały. — Jeżeli teraz wprowadzimy do wzorów poprzednich ciężar stały, w takim razie warunki do wyznaczenia granic momentów zgięcia pozostaną też same co i w przypadku poprzednim; w wyrażeniu bowiem momentu (7) każdy wyraz w nawiasach pomnożonym będzie przez ilość stałą p'; największa więc i najmniejsza summa wyrazów odpowiadać będzie temu samemu układowi ciężaru przypadkowego jak poprzednio. Rzecz się ma w podobny sposób dla układów ciężaru przypadkowego tworzących największy i najmniejszy moment w głównéj części odcinków środkowych.

Ciężar więc stały z wyjątkiem bardzo rzadkich wypadków wywiąże również na filarach belki moment odjemny; moment ten zmniejszać się będzie ku środkowi przęsła, stanie się zerem dla odciętych które nazwiemy x' i x'' i przybierze wartości dodatne między temi punktami.

Odcięte x', x'', są raz mniejsze, drugi raz większe od odciętych x_2 i x_3 znalezionych poprzednio, okoliczność ta zmniejsza nieco długości odcinka środkowego CD, albo dzieli odcinki przyległe BC lub DE na dwie części.

Wprowadzenie więc ciężaru stałego dodaje dwa nowe odcinki do każdego przęsła. W przypadku tedy ogólnym największe granice momentów zgięcia całkowitych będą:

a) odjemne od 0 do x' i od x'' do l_k

b) dodatne od x' do x''.

IV. — WYZNACZENIE NAJWIĘKSZYCH WARTOŚCI SIŁ POPRZECZNYCH.

Przy wyznaczeniu granic największych wartości sił poprzecznych użyjemy tegoż samego sposobu postępowania, któregośmy już użyli poprzednio do wyznaczenia granic momentów zgięcia; to jest wyznaczemy najprzód granicę dodatną i odjemną sił poprzecznych utworzonych przez działanie samego ciężaru przypadkowego, następnie granice utworzone przez ciężar stały, a w końcu dodając do wartości granic sił poprzecznych wywiązanych przez ciężar stały, granice tegoż samego znaku, utworzznych przez ciężar przypadkowy, otrzymamy wypadki, które przedstawią nam największe wartości całkowite szukane.

Siły poprzeczne wywiązane przez ciężar przypadkowy. — Wyrażenie siły poprzeczné w przęśle k, powstałéj z umieszczenia ciężaru przypadkowego na jedném tylko przęśle t znajdującém się po lewéj stronie przęsła uważanego, w założeniu, iż ciężar stały jest zerem we wszystkich przęsłach, daném będzie przez pochodną równania (17):

$$A = -\frac{p_t l^3_t}{4 l_k l_1 \alpha_{n-1}} (\alpha_{n-k} - \alpha_{n-k-1}) (\gamma_{t-2} + \gamma_{t-1}).$$

W przypadku gdy przęsło obciążone t znajduje się po prawéj stronie przęsła uważanego k, wyrażenie sił poprzecznych otrzymuje się biorąc pochodnę równania (19) mamy więc

$$A = \frac{p_t l_t^3}{4 l_k l_1 \alpha_{n-1}} \cdot (\gamma_{k-1} - \gamma_{k-2}) (\alpha_{n-t} + \alpha_{n-t-1}).$$

Dwa te ostatnie równania przedstawiają linie proste równoległe do osi odciętych wartość rzędnych tych linij równa się co do znaku i wielkości spółczynnikom kątowym linii przedstawiających momenty zgięcia na fig. 7; wypada więc ztąd, iż też same układy ciężaru przypadkowego, które wywierają w przęśle k momenty zgięcia przedstawione przez linie mające nachylenia dodatne, wywiążą jednocześnie wartości dodatne siły poprzecznéj w temże przęśle, układy zaś ciężarów przypadkowych dające monety zgięcia przedstawione przez linie mające nachylenie odjemne, dają wartości odjemne siły poprzecznéj.

Nakoniec gdy ciężar przypadkowy umieszczonym jest na przęśle uważaném k, wartości siły poprzecznéj przedstawione będą przez pochodnę równania (21).

$$A = \frac{p_k l_k^3}{4 l_k l_1 \alpha_{n-1}} (\gamma_{k-1}\alpha_{n-k-1} - \gamma_{k-2}\alpha_{n-k}) + \frac{1}{2} p_k l_k - p_k x.$$

Powyższe równanie przedstawia linię prostą przecinającą oś odciętych w punkcie odpowiadającym, wierzchołkowi paraboli momentów zgięcia utworzonych przy témże samém położeniu ciężaru przypadkowego; punkt więc ten dzieli na dwie równe części odcinek BE (fig. 7); odcięta jego, którą oznaczymy przez x_a równa się

$$x_a = \frac{x_1 + x_4}{2}.$$

Wartości więc sił poprzecznych w przypadku uważanym będą dodatne w odcinku pierwszym od $x = 0$ do $x = x_a$ i odjemne w odcinku pozostałym od $x = x_a$ do $x = l_k$.

Możemy teraz za pomocą figury 7 wyznaczyć z wielką łatwością warunki, przy których siły poprzeczne przybierają największe wartości dodatne i odjemne w przęśle uważaném.

W pierwszym odcinku od $x = 0$ do $x = x_a$ granica dodatna sił poprzecznych otrzyma się dodając do siebie wartości ich dodatne utworzone we wszystkich kombinacyach ciężaru przypadkowego wskazanych na fig. 7 przez nachylenia dodatne linij momentów zgięcia i usunąwszy inne linie o nachyleniach odjemnych; ciężar przypadkowy w tym razie rozłożyć należy na przęsłach

$$|\ldots k-5,\ k-3,\ k-1,\ k,\ k+2,\ k+4,\ k+6\ldots$$

Jest to układ 1) ciężaru przypadkowego (fig. 10) wywiązujący największy moment zgięcia na podporze k.

Granica odjemna sił poprzecznych, to jest najmniejsze jéj wartości dodatne wyznaczone będą przez układ odwrotny (2) ciężaru przypadkowego tworzącego najmniejszy moment zgięcia na podporze k.

W odcinku następnym od $x = x_a$ do $x = l_k$ granica odjemna sił poprzecznych otrzyma się dodając wypadki odpowiadające liniom mającym nachylenia odjemne i usuwając pozostałe, którym odpowiadają linie o nachyleniach dodatnych; ciężar przypadkowy umieszczonym będzie w tym razie na przęsłach

$$\ldots k-6,\ k-4,\ k-2,\ k,\ k+1,\ k+3,\ k+5,\ldots$$

Warunki tu podane wyznaczają największy moment zgięcia na podporze $k+1$ (układ 3, fig. 10).

Granica dodatna sił poprzecznych w tymże odcinku to jest najmniejsze jéj wartości odjemne wyznaczą się przy układzie odwrotnym (4) ciężaru przypadkowego tworzącego najmniejszy moment zgięcia na podporze $k+1$.

Podobnież za pomocą fig. 8 wyznaczyć można granice sił poprzecznych w przęsłach skrajnych.

W pierwszym przęśle granica dodatna sił poprzecznych, w odcinku pierwszym od $x=0$ do $x=x_a=\frac{0+x_1}{2}$ wyznaczy się przy układzie (5) ciężaru przypadkowego znajdującego się na przęsłach

$$1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, 7 \ldots$$

to jest tworzącego największe wartości momentu zgięcia w odcinku środkowym OE.

Granica odjemna sił poprzecznych w tymże odcinku, t. j. najmniejsze jéj wartości dodatne, wyznaczoną będzie przy układzie odwrotnym (6) ciężaru przypadkowego wywiązującego najmniejsze wartości momentu zgięcia w odcinku wspomnianym OE.

Nakoniec w odcinku pozostałym od $x=x_a$ do $x=l_k$ otrzymamy podobnie jak w przypadku przęsła któregokolwiek; granicę odjemną i dodatną sił poprzecznych przy układach ciężarów przypadkowych wywiązujących największy i najmniejszy moment zgięcia na podporze drugiéj.

Siły poprzeczne utworzone przez ciężar stały.— W przypadku tym ciężar pokrywa wszystkie przęsła belki uważanéj, równanie więc sił poprzecznych otrzyma się dodając do równania ostatniego dwa równania przedostatnie wzięte we wszystkich odpowiednich przęsłach. Działania te nie zmienią znaku spółczynnika kątowego linii przedstawiającéj siły poprzeczne, nachylenie więc téj ostatniéj, jak to widać zresztą z równań (11) i (14), pozostanie odjemném, i linia wspomniana przetnie oś odciętych w punkcie odpowiadającym wierzchołkowi paraboli momentów utworzonych w témże przęśle przez ciężar stały; odcięta zatém tego punktu, którą znaczymy przez x''' będzie miała wartość

$$x'''=\frac{x'+x''}{2}.$$

W pierwszéj części przęsła od $x=0$ do $x=x'''$ wartości siły poprzecznéj będą dodatne, w części zaś pozostałéj od $x=x'''$ do $x=l_k$ wartości te będą odjemne.

Wartości całkowite sił poprzecznych utworzonych przez ciężary stały i przypadkowy działających jednocześnie. — Największe wartości sił poprzecznych w całéj rozciągłości przęsła uważanego otrzymamy dodając do wartości ich utworzonych przez ciężar stały :

a) granicę dodatną sił poprzecznych powstałą z ciężaru przypadkowego od $x=0$ do $x=x'''$,

b) granicę odjemną tychże od $x=x'''$ do $x=l_k$.

W największéj liczbie przypadków odcięta x''' różni się od odciętéj x_a, jest ona raz większą, drugi raz mniejszą od téj ostatniéj stosownie do położenia i długości względnéj przęsła; w przypadkach więc tych siły poprzeczne przedstawione będą w przęśle uważaném przez rzędne *trzech linij prostych* przecinających się; pierwsza i ostatnia z nich wyznaczone będą z układu 1go i 3go ciężaru przypadkowego (fig. 10) skombinowanego z ciężarem stałym; środkowa zaś linia między odciętemi x''' i x_a wyznaczy się z układu 2go w przypadku, gdy $x'''<x_a$, albo też przeciwnie z układu 4go, gdy $x'''>x_a$.

W przypadku zaś gdy $x'''=x_a$, co ma miejsce szczególnie wprzęśle, środkowym belki symetrycznéj mającéj liczbę nieparzystą przęseł, wartości sił poprzecznych wyrażone będą przez rzędne *dwóch tylko* linij prostych symetrycznych względem połowy przęsła ; linie te są również wyznaczone z układów 1go i 3go

W pierwszém przęśle $x''' < x_a$, siły więc poprzeczne będą tu przedstawione również jak i w przęsłach środkowych przez rzędne trzech linij prostych; największe ich wartości dodatne w odcinku pierwszym od $x + 0$ do $x = x'''$ wyznaczą się kombinując układ 5, ciężaru przypadkowego z ciężarem stałym; w odcinkach następnych największe wartości odjemne sił poprzecznych wyznaczą się za pomocą układów 6go i 1go ciężaru przypadkowego, łącząc je również z ciężarem stałym.

Z porównania warunków wypływających na wielkość sił zewnętrznych danéj belki, które rozebraliśmy w dwóch ostatnich ustępach, wypada, iż też same układy ciężaru przypadkowego, które wyznaczają główne granice momentów zgięcia, służą również do wyznaczenia granic sił poprzecznych.

Przedstawienie za pomocą rysunku momentów zgięcia i sił poprzecznych. — Dwa są główne sposoby przedstawienia natężeń sił zewnętrznych w każdym punkcie belki; jeden z nich wskazany przez PP. Mondésir, Collignon, Regnault, nosi nazwę sposobu geometrycznego, drugi zaś rozwinięty przez P. Bresse, daje sposób analityczny.

Postępując podług sposobu geometrycznego wyznacza się najprzód wartość momentów zgięcia i sił poprzecznych tylko na podporach we wszystkich układach ciężaru przypadkowego dających granicę dodatną i odjemną sił zewnętrznych. Następnie oznacza się, na skali stosownéj, długość belki i długość podpór; daléj przyjmuje się dwie skale, jednę dla momentów zgięcia, drugę dla sił poprzecznych i wykreśla się parabole momentów zgięcia i proste sił poprzecznych w sposób wskazany poniżéj.

Wartości momentów zgięcia przedstawione będą przez rzędne paraboli, odjemne przy podporach, a dodatne w ogóle w części środkowéj przęseł; chcąc jednak uważać tylko wartości bezwzględne momentów zgięcia, należy umieścić tak części dodatne jak odjemne parabol po nad osią odciętych.

We wszystkich układach ciężaru przypadkowego uważać będziemy tylko dwie parabole, kształt bowiem tych linij zależy od ich parametru a spółczynnik ten ma tylko dwie wartości:

$-\frac{2}{p}$ dla przęseł zostających pod wpływem ciężaru przypadkowego.

$-\frac{2}{p}$ dla przęseł zostających pod wpływem ciężaru stałego.

Parabole o których mowa można wykroić z tekturki lub drzewa podług stosownéj skali; ograniczyć je należy cięciwą prostopadłą do osi.

Nakreśliwszy na tablicy oś belki i linie prostopadłe oznaczające podpory, odcina się na tych ostatnich rzędne odjemne parabol, przedstawiające wartości momentów zgięcia na podporach; następnie umieszcza się parabolę tak aby ona przechodziła przez powyżéj wskazane dwa punkta, zachowując oś jéj prostopadłą do osi odciętych; w położeniu tém wykreśla się część dodatną pierwszéj lub drugiéj paraboli stosownie do obciążenia przęsła, znajdującą się po nad osią X, i w końcu przenosi się nad też oś odciętych części odjemne paraboli. Parabola w ten sposób wykreślona przedstawi kontur wartości bezwzględnych momentów zgięcia w przęśle uważaném przy danym układzie ciężaru przypadkowego.

Podobne kontury wykreślić należy we wszystkich przęsłach dla każdego układu ciężaru przypadkowego dającego granice momentów. Jeżeli więc belka jest o n przęsłach, wtedy otrzymamy w każdém z nich $n+1$ albo $2n$ parabol, które przecinając się utworzą kontur złożony z części linii krzywych obejmujący największe wartości momentów zgięcia. Po wykreśleniu takiém, wielkości momentów zgięcia oceniają się za pomocą skali.

W przypadku belki symetrycznéj przedstawia się na rysunku tylko pierwsza jéj połowa; druga bowiem będąc symetryczna przedstawi układ parabol zupełnie podobny do układu ich w pierwszéj połowie; tylko należy w tym razie, doszedłszy do połowy belki, odwrócić wykreślenie dalszych parabol na połowę pierwszą.

Wartości sił poprzecznych przedstawione będą przez rzędne dwóch systemów linij równoległych wykreślonych dla wszystkich układów ciężaru przypadkowego wskazanych powyżéj; linie te umieszczają się wszystkie pod osią odciętych przenosząc tam części ich dodatne.

Sposób analityczny znalezienia wartości sił zewnętrznych, jak nazwa jego wskazuje, polega na wyznaczeniu, za pomocą równań, ich natężenia w punkcie jakimkolwiek belki oznaczonym w każdém przęśle przez odciętę x.

W sposobie tym wyznaczają się największe wartości momentów zgięcia na podporach i na końcu każdego z odcinków przęsła uważanego, następnie za pomocą wzorów (8) (9) wyprowadzają się równania momentów zgięcia na przestrzeni każdego z odcinków. Po wyprowadzeniu równań, jeśli przedstawić chcemy na rysunku wartości momentów zgięcia, wtedy otrzymamy w każdém przęśle, za pomocą metody przez nas proponowanéj, jednę tylko linię łamaną oznaczającą granice momentów, podobną do wskazanéj na figurze 12; wówczas gdy używając metody P. Bresse'a otrzymalibyśmy dwie linie: jednę dla ciężaru stałego a drugą dla ciężaru przypadkowego. Punkta przez które ta linia przechodzi i gdzie się załamuje są dokładnie wyznaczone. Ostatni więc sposób jest ściślejszym od sposobu podanego poprzednio. Wartości sił poprzecznych otrzymują się łatwo biorąc pochodne równań momentów zgięcia.

W przypadku jednakże ogólnym, gdzie długości przęseł l są jakiekolwiek sposób analityczny wymagałby wiele długich i mozolnych rachunków; lepiéj jest więc w tym razie uciec się do sposobu geometrycznego, który chociaż mniéj dokładny, daje jednak z dostateczném przybliżeniem wartości momentów zgięcia.

Przeciwnie sposób analityczny bardzo dobrze daje się zastosowywać w przypadku belek symetrycznych ogólnie używanych. Wypadki otrzymane za pomocą tego sposobu upraszczają znacznie wyprowadzenie ostatecznych wzorów lub też wykreślenie natężenia sił poporzecznych, jak to wykażemy w drugiéj części niniejszéj pracy.

CZĘŚĆ II

O BELKACH SYMETRYCZNYCH.

I. — WZORY OGÓLNE

Stosunek δ. — W pierwszéj części niniejszéj pracy podaliśmy wzory służące do wyznaczenia momentów zgięcia i sił poprzecznych w przypadku ogólnym, w którym ilości p, p' i l mogą być jakiekolwiek, obecnie rozwiniemy te wzory i zastosujemy je do przypadku uproszczonego belek zazwyczaj używanych przy budowie mostów. Belki o których mowa, noszą nazwę *symetrycznych*, albowiem podpory na których one spoczywają, są ustawione symetrycznie względem ich połowy; w przypadku tym długości przęseł środkowych są sobie równe, długości zaś przęseł skrajnych są podobnież równe między sobą ale różne od długości przęseł środkowych; jeśli więc oznaczymy przez l_1 i l_n długości przęseł skrajnych i przez $l_2\, l_3\, l_4 \ldots l_{n-1}$ długości przęseł środkowych otrzymamy :

$$l_1 = l_n$$
$$l_2 = l_3 = l_4 = \ldots = l_{n-1}.$$

Stosunek długości przęseł środkowych do długości przęseł skrajnych oznaczymy, jakeśmy to już w pierwszéj części wspomnieli, przez δ, t. j. że będzie

$$\frac{l_k}{l_1} = \delta$$

otrzymamy ztąd następujący ogólny związek między długościami przęseł belki symetrycznéj,

$$l_2 = l_3 = l_4 = l_{n-1} = \delta l_1 = \delta l_n \tag{22}$$

Stosunek δ jest zazwyczaj większym od jedności; wartości najczęściéj nadawane temu stosunkowi są zawarte w granicach od 1,00 do 1,30 : albowiem belka w tych warunkach zbudowana przedstawia najkorzystniejszy rozkład sił zewnętrznych. Wszystkie wartości na δ mniejsze od jedności są powodem iż moment zgięcia na pierwszym i ostatnim filarze, jak również i w przęsłach skrajnych jest za wielki; wszystkie zaś wartości na δ większe od 1,30 są powodem niedogodności odwrotnéj (*). Wzory tedy ostateczne które podajemy w dalszym ciągu niniejszéj pracy zostaną wyliczone dla następujących wartości δ :

$$\delta = 1{,}00 \qquad 1{,}10 \qquad 1{,}20 \qquad 1{,}25 \qquad 1{,}30.$$

Gdyby w zastosowaniach praktycznych stosunek δ nie odpowiadał dokładnie wartościom podanym powyżéj, lecz był jużto zawartym pomiędzy niemi, już też przybierał wartości mniejsze lub większe, w takim razie użycie wzorów ogólnych w funkcyi δ, które podajemy w dalszym ciągu, z łatwością doprowadzi do szukanego wypadku.

Szeregi α i γ.— W przypadku, którym w téj chwili się zajmujemy, w skutek symetryi belki, każdy wyraz szeregu α równa się odpowiedniemu wyrazowi szeregu γ, to jest wyrazy z tym samym wskazem są sobie równe, czyli że ogólnie mamy

$$\alpha_k = \gamma_k.$$

Wprowadzając do równań (5) podanych powyżéj (Część 1sza) warunek symetryi, (22) otrzymamy dla ilości α wyrażenia następujące :

$$\left\{\begin{aligned}
&\alpha_0 = 1,\\
&\alpha_1 = -2\left(1 + \frac{1}{\delta}\right),\\
&\alpha_2 = -4\alpha_1 - 1,\\
&\alpha_3 = -4\alpha_2 - \alpha_1,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\alpha_{n-2} = -4\alpha_{n-3} - \alpha_{n-4},\\
&\alpha_{n-1} = -2(1+\delta)\,\alpha_{n-2} - \delta\alpha_{n-3}.
\end{aligned}\right. \tag{23}$$

(*) Rozbiór szczegółowy wartości stosunku δ znajdzie czytelnik w Iym tomie dzieła p. Bresse'a *Mécanique appliquée*, deuxième édition.

Ilości te wyrażone w funkcyi δ przybiorą kształt następujący :

$$(24)\quad \begin{cases} \alpha_0 = +1, \\ \alpha_1 = -\frac{2}{\delta}(1+\delta), \\ \alpha_2 = +\frac{1}{\delta}(8+7\delta), \\ \alpha_3 = -\frac{2}{\delta}(15+13\delta). \\ \alpha_4 = +\frac{1}{\delta}(112+97\delta). \\ \alpha_5 = -\frac{2}{\delta}(209+181\delta), \\ \alpha_6 = +\frac{1}{\delta}(1560+1351\delta). \end{cases}$$

Ograniczamy się tutaj na wyznaczeniu ilości α_6; liczby te są dostateczne do rozwiązania zadania w przypadku belki mającéj ośm przęseł, do tego bowiem tylko przypadku zamierzyliśmy rozwinąć wzory ogólne.

Ostatnie wyrazy szeregu α, to jest wyrazy α_{n-1}, wyrażone również w funkcyi δ przedstawią się w formie następującéj :

$$(25)\quad \begin{cases} n=3 & \alpha_2 = \frac{1}{\delta}(4+8\delta+3\delta^2) = \frac{1}{\delta}(2+\delta)(2+3\delta), \\ n=4 & \alpha_3 = -\frac{4}{\delta}(4+7\delta+3\delta^2) = -\frac{4}{\delta}(1+\delta)(4+3\delta), \\ n=5 & \alpha_4 = \frac{1}{\delta}(60+104\delta+45\delta^2) = \frac{1}{\delta}(6+5\delta)(10+9\delta), \\ n=6 & \alpha_5 = -\frac{4}{\delta}(56+97\delta+42\delta^2) = -\frac{4}{\delta}(7+6\delta)(8+7\delta), \\ n=7 & \alpha_6 = \frac{1}{\delta}(836+1448\delta+627\delta^2) = \frac{1}{\delta}(38+33\delta)(22+19\delta), \\ n=8 & \alpha_7 = -\frac{4}{\delta}(780+1351\delta+585\delta^2) = -\frac{4}{\delta}(52+45\delta)(15+13\delta). \end{cases}$$

Wyrażenia ogólne momentów zgięcia na podporach. — Dla ułatwienia rachunków podanych w dalszym ciągu niniejszéj pracy zajmiemy się tutaj wyrażeniami ogólnemi momentów zgięcia na podporach, zostawiając tymczasowo ciężar p nieokreślonym. Za pomocą tych wyrażeń otrzymamy następnie wartość momentów zgięcia w rozmaitych odcinkach przęseł, przy rozmaitych kombinacyach ciężaru przypadkowego.

Podajmy najprzód dwa równania zasadnicze (4) i (7) z części pierwszéj :

$$(26)\begin{cases} M_2 = \dfrac{l^2}{\dfrac{4\alpha_{n-1}}{\delta}}\left[\dfrac{\alpha_{n-2}}{\delta^3}p_1 + (\alpha_{n-2}+\alpha_{n-3})p_2 + (\alpha_{n-4}+\alpha_{n-5})p_3 + \ldots(\alpha_2+\alpha_1)p_{n-2} + (\alpha_1+1)p_{n-1} + \dfrac{p_n}{\delta^3}\right], \\ M_k = \dfrac{l^2}{\dfrac{4\alpha_{n-1}}{\delta}}\left[\left(\dfrac{p_1}{\delta^3} + (1+\alpha_1)p_2 + (\alpha_1+\alpha_2)p_3 + \ldots(\alpha_{k-2}+\alpha_{k-3})p_{k-1}\right)\alpha_{n-k}\right. \\ \qquad \left. + \alpha_{k-2}\left((\alpha_{n-k}+\alpha_{n-k-1})p_k + (\alpha_{n-k-1}+\alpha_{n-k-2})p_{k+1} + \ldots(\alpha_1+1)p_{n-1} + \dfrac{p_n}{\delta^3}\right)\right], \end{cases}$$

równania te następnie zastosowane do belek mających od 3 do 8 przęseł, przybiorą kształt następujący

Dla $\mathbf{n}=3$ przęsłom

$$M_2 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_2}{\delta}}\left[\frac{\alpha_1}{\delta^3}p_1 + (1+\alpha_1)p_2 + \frac{p_3}{\delta^3}\right]$$

$$= -\frac{\dfrac{2+2\delta}{\delta^2}p_1 + \delta(2+\delta)p_2 - \dfrac{p_3}{\delta}}{4(\delta+2)(3\delta+2)}\,l^2.$$

$\mathbf{n}=4$

$$M_2 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_3}{\delta}}\left[\frac{\alpha_2}{\delta^3}p_1 + (\alpha_2+\alpha_1)p_2 + (\alpha_1+1)p_3 + \frac{p_4}{\delta}\right]$$

$$(27)\qquad = -\frac{\dfrac{8+7\delta}{\delta^2}p_1 + \delta(6+5\delta)p_2 - \delta(2+\delta)p_3 + \dfrac{p_4}{\delta}}{16(\delta+1)(3\delta+4)}\,l^2.$$

$$M_3 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_3}{\delta}}\left[\frac{p_1}{\delta^3} + (1+\alpha_1)p_2 + (1+\alpha_1)p_3 + \frac{p_4}{\delta^3}\right]\alpha_1$$

$$= -\frac{-\dfrac{p^2}{\delta^3} + (2+\delta)p_2 + (2+\delta)p_3 - \dfrac{p_4}{\delta^2}}{8(3\delta+4)}\,l^2.$$

$\mathbf{n}=5$

$$M_2 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_4}{\delta}}\left[\frac{\alpha_3}{\delta^3}p_1 + (\alpha_3+\alpha_2)p_2 + (\alpha_2+\alpha_1)p_3 + (\alpha_1+1)p_4 + \frac{p_5}{\delta^3}\right]$$

$$= -\frac{\dfrac{30+26\delta}{\delta^2}p_1 + \delta(22+19\delta)p_2 - \delta(6+5\delta)p_3 + \delta(2+\delta)p_4 - \dfrac{p_5}{\delta}}{4(5\delta+6)(9\delta+10)}\,l^2.$$

$$M_3 = \frac{l^2}{4\frac{\alpha_4}{\delta}}\left\{\frac{\alpha_2}{\delta^3}p_1 + \alpha_2(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_1\left[(\alpha_2+\alpha_1)p_3 + (\alpha_1+1)p_4 + \frac{p_5}{\delta^3}\right]\right\}$$

$$= -\frac{-(8+7\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2\right] + (2+2\delta)\left[(6+5\delta)p_3 - (2+\delta)p_4 + \frac{p_5}{\delta^2}\right]}{4(5\delta+6)(9\delta+10)}\,l^2.$$

$$M_4 = \frac{l^2}{4\frac{\alpha_4}{\delta}}\left[\frac{\alpha_1}{\delta^3}p_1 + \alpha_1(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_1(\alpha_1+\alpha_2)p_3 + \alpha_2(\alpha_1+1)p_4 + \frac{\alpha_2}{\delta^3}p_5\right].$$

$$= -\frac{(2+2\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2 + (6+5\delta)p_3\right] - (8+7\delta)\left[-(2+\delta)p_4 + \frac{p_5}{\delta^2}\right]}{4(5\delta+6)(9\delta+10)}\,l^2.$$

(27)

$\mathbf{n = 6}$

$$M_2 = \frac{l^2}{4\frac{\alpha_5}{\delta}}\left[\frac{\alpha_4}{\delta^3}p_1 + (\alpha_4+\alpha_3)p_2 + (\alpha_3+\alpha_2)p_3 + (\alpha_2+\alpha_1)p_4 + (\alpha_1+1)p_5 + \frac{p_6}{\delta^3}\right]$$

$$= -\frac{\frac{112+97\delta}{\delta^2}p_1 + \delta(82+71\delta)p_2 - \delta(22+19\delta)p_3 + \delta(6+5\delta)p_4 - \delta(2+\delta)p_5 + \frac{p_6}{\delta}}{4\times4(6\delta+7)(7\delta+8)}\,l^2.$$

$$M_3 = \frac{l^2}{4\frac{\alpha_5}{\delta}}\left\{\frac{\alpha_3}{\delta^3}p_1 + \alpha_3(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_1\left[(\alpha_3+\alpha_2)p_3 + (\alpha_2+\alpha_1)p_4 + (\alpha_1+1)p_5 + \frac{p_6}{\delta^3}\right]\right\}$$

$$= -\frac{-(30+26\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2\right] - (2+2\delta)\left[-(22+19\delta)p_3 + (6+5\delta)p_4 - (2+\delta)p_5 + \frac{p_5}{\delta^2}\right]}{4\times4(6\delta+7)(7\delta+8)}\,l^2.$$

$$M_4 = \frac{l^2}{4\frac{\alpha_5}{\delta}}\left\{\frac{\alpha_2}{\delta^3}p_1 + \alpha_2(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_2(\alpha_1+\alpha_2)p_3 + \alpha_2\left[(\alpha_2+\alpha_1)p_4 + (\alpha_1+1)p_5 + \frac{p_6}{\delta^3}\right]\right\}$$

$$= -\frac{\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2 + (6+5\delta)p_3 + (6+5\delta)p_4 - (2+\delta)p_5 + \frac{p_6}{\delta^2}}{16(6\delta+7)}\,l^2.$$

$\mathbf{n = 7}$

$$M_2 = \frac{l^2}{4\frac{\alpha_6}{\delta}}\left[\frac{\alpha_5}{\delta^3}p_1 + (\alpha_5+\alpha_4)p_2 + (\alpha_4+\alpha_3)p_3 + (\alpha_3+\alpha_2)p_4 + (\alpha_2+\alpha_1)p_5 + (\alpha_1+1)p_6 + \frac{p_7}{\delta^3}\right]$$

$$= -\frac{\frac{418+362\delta}{\delta^2}p_1 + \delta(306+265\delta)p_2 - \delta(82+71\delta)p_3 + \delta(22+19\delta)p_4 - \delta(6+5\delta)p_5 + \delta(2+\delta)p_6 - \frac{p_7}{\delta}}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}\,l^2.$$

$$M_3 = \frac{l^2}{4\frac{\alpha_6}{\delta}}\left\{\frac{\alpha_4}{\delta^3}p_1 + \alpha_4(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_1\left[(\alpha_4+\alpha_3)p_3 + (\alpha_3+\alpha_2)p_4 + (\alpha_2+\alpha_1)p_5 + (\alpha_1+1)p_6 + \frac{p_7}{\delta^3}\right]\right\}$$

$$= -\frac{-(112+97\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2\right] + (2+2\delta)\left[(82+71\delta)p_3 - (22+19\delta)p_4 + (6+5\delta)p_5 - (2+\delta)p_6 + \frac{p_7}{\delta^2}\right]}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}\,l^2.$$

$$M_4 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_6}{\delta}} \Big\{ \frac{\alpha_3}{\delta^3} p_1 + \alpha_3(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_3(\alpha_1+\alpha_2)p_3 + \alpha_3 \left[(\alpha_3+\alpha_2)p_4 + (\alpha_2+\alpha_1)p_5 + (\alpha_1+1)p_6 + \frac{p_7}{\delta^3} \right] \Big\}$$

$$= -\frac{(30+26\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2 + (6+5\delta)p_3\right] - (8+7\delta)\left[-(22+19\delta)p_4 + (6+5\delta)p_5 - (2+\delta)p_6 + \frac{p_7}{\delta^2}\right]}{4(33\delta+38)(19\delta+22)} l^2.$$

$$M_5 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_6}{\delta}} \Big\{ \frac{\alpha_2}{\delta^3} p_1 + (1+\alpha_1)\alpha_2 p_2 + \alpha_2(\alpha_1+\alpha_2)p_3 + \alpha_2(\alpha_2+\alpha_3)p_4 + \alpha_3 \left[(\alpha_2+\alpha_1)p_5 + (\alpha_1+1)p_6 + \frac{p_1}{\delta^3} \right] \Big\}$$

$$= -\frac{-(8+7\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2 + (6+5\delta)p_3 - (22+19\delta)p_4\right] + (30+26\delta)\left[(6+5\delta)p_5 - (2+\delta)p_6 + \frac{p_7}{\delta^2}\right]}{4(33\delta+38)(19\delta+22)} l^2.$$

$n = 8$

$$M_2 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_7}{\delta}} \left[\frac{\alpha_6}{\delta^3} p_1 + (\alpha_6+\alpha_5)p_2 + (\alpha_5+\alpha_4)p_3 + (\alpha_4+\alpha_3)p_4 + (\alpha_3+\alpha_2)p_5 + (\alpha_2+\alpha_1)p_6 + (\alpha_1+1)p_7 + \frac{p_8}{\delta^3} \right]$$

$$= -\frac{\frac{1560+1351\delta}{\delta^2}p_1 + \delta(1142+989\delta)p_2 - \delta(306+265\delta)p_3 + \delta(82+71\delta)p_4 - \delta(22+19\delta)p_5 + \delta(6+5\delta)p_6 - \delta(2+\delta)p_7 + \frac{p_8}{\delta}}{16(45\delta+52)(13\delta+15)} l^2. \tag{27}$$

$$M_3 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_7}{\delta}} \Big\{ \frac{\alpha_5}{\delta^3} p_1 + (1+\alpha_1)\alpha_5 p_2 + \alpha_1 \left[(\alpha_5+\alpha_4)p_3 + (\alpha_4+\alpha_3)p_4 + (\alpha_3+\alpha_2)p_5 + (\alpha_2+\alpha_1)p_6 + (\alpha_1+1)p_7 + \frac{p_8}{\delta^3} \right] \Big\}$$

$$= -\frac{-(418+362\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} - (2+\delta)p_2\right] - (2+2\delta)\left[-(306+265\delta)p_3 + (82+71\delta)p_4 - (22+19\delta)p_5 + (6+5\delta)p_6 - (2+\delta)p_7 + \frac{p_8}{\delta^3}\right]}{16(45\delta+52)(13\delta+15)} l^2.$$

$$M_4 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_7}{\delta}} \Big\{ \frac{\alpha_4}{\delta^3} p_1 + \alpha_4(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_4(\alpha_1+\alpha_2)p_3 + \alpha_2 \left[(\alpha_4+\alpha_3)p_4 + (\alpha_3+\alpha_2)p_5 + (\alpha_2+\alpha_1)p_6 + (\alpha_1+1)p_7 + \frac{p_8}{\delta^3} \right] \Big\}$$

$$= -\frac{(112+97\delta)\left[\frac{p_1}{\delta^2} + (2+\delta)p_2 + (6+5\delta)p_3\right] + (8+7\delta)\left[(82+71\delta)p_4 - (22+19\delta)p_5 + (6+5\delta)p_6 - (2+\delta)p_7 + \frac{p_8}{\delta^2}\right]}{16(45\delta+52)(13\delta+15)} l^2.$$

$$M_5 = \frac{l^2}{\frac{4\alpha_7}{\delta}} \Big\{ \frac{\alpha_3}{\delta^3} p_1 + \alpha_3(1+\alpha_1)p_2 + \alpha_3(\alpha_1+\alpha_2)p_3 + \alpha_3 \left[(\alpha_3+\alpha_2)p_5 + (\alpha_2+\alpha_1)p_6 + (\alpha_1+1)p_7 + \frac{p_8}{\delta^3} \right] \Big\}$$

$$= -\frac{-\frac{p_1}{\delta^2} + (2+\delta)p_2 - (6+5\delta)p_3 + (22+19\delta)p_4 + (22+19\delta)p_5 - (6+5\delta)p_6 + (2+\delta)p_7 + \frac{p_8}{\delta^2}}{8(45\delta+52)} l^2.$$

II. — WYZNACZENIE NAJWIĘKSZYCH WARTOŚCI MOMENTU ZGIĘCIA.

Wartości momentu zgięcia wyznaczone są za pomocą metody analitycznéj, która pozwoli zarazem zostosować metodę geometryczną; uproszczenia które wprowadzamy, oceni czytelnik porównywając naszą metodę z metodami podanemi w dziełach pp. Bresse, Winkler, Colignon, Albaret, które nam posłużyły nie tylko do dokładnego zbadania kwestyi lecz także i do zaczerpnięcia niektórych wypadków w tych dziełach się znajdujących.

Najważniejszém zadaniem jest wyznaczenie wartości momentu zgięcia na podporach, przy rozkładach ciężaru przypadkowego wskazanych w części pierwszéj.

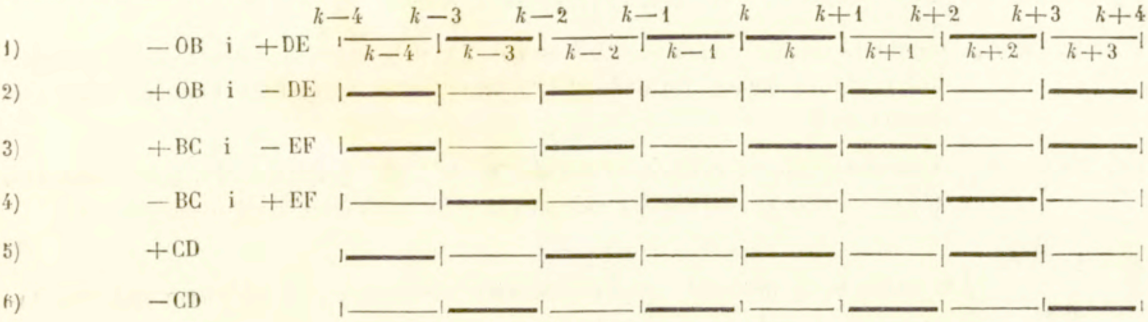


Fig. 11.

Rozkłady ciężaru przypadkowego, wskazane na ostatniéj figurze, wywierają największe wartości momentu zgięcia we wszystkich odcinkach przęsła uważanego k. Rozbiór jednakże dokładny wyrażeń wskazuje, iż dostateczném jest brać pod uwagę trzy tylko z tych rozkładów, t. j. 1, 3 i 5; rozkłady te i równania do nich się odnoszące nazwiemy *zasadniczemi*; równania zaś odnoszące się do rozkładów pozostałych, które nazwiemy *dopełniającemi*, łatwo się dadzą wyprowadzić z równań zasadniczych, na mocy własności następującéj :

Moment zgięcia na podporze uważanéj k, wyznaczony dla któregokolwiek rozkładu zasadniczego wyraża się przez równanie następujące

$$M_k = -(ap \pm a'p')l^2.$$

W rozkładzie dopełniającym, przęsła które były wolne poprzednio, znajdują się teraz pod wpływem ciężaru przypadkowego, wtenczas gdy wszystkie inne obciążone poprzednio będą teraz wolne; czynniki więc odpowiednie które poprzednio były pomnożone przez ilość p', obecnie będą pomnożone przez p i odwrotnie. Wyrażenie więc momentu zgięcia na téj saméj podporze, przy układzie dopełniającym będzie

$$M_k = -(\pm a'p + ap')l^2.$$

W podobny sposób, *przez proste przestawienie czynników* z równania zasadniczego, wyrażającego moment zgięcia w którymkolwiek odcinku, otrzymamy równanie dopełniające momentu zgięcia w tymże odcinku.

Widzimy więc ztąd, iż pozostaje wyznaczyć dla każdego przęsła trzy tylko równania zasadnicze 1°, 3°, 5°, to jest równania dające.

a) Największe wartości odjemne momentu zgięcia na każdéj podporze i w odcinkach przyległych.

b) Największe jego wartości dodatne w odcinku środkowym.

Wartości momentu zgięcia na podporach przy tych rozkładach ciężaru przypadkowego można otrzymać z równań (26) lub (27) podanych na końcu 1go ustępu, jednakże, tak dla ułatwienia kwestyi, jako téż dla wyznaczenia zarazem odciętych x_1, x_4 x', x'', wyznaczymy te ilości osobno dla ciężaru stałego i dla ciężaru przypadkowego. Następnie przez proste dodanie dwóch wartości odpowiednich, otrzymamy moment całkowity w danym punkcie.

Dla jaśniejszego przedstawienia rzeczy przyjmiemy następujące notacye dla wartości momentu zgięcia na podporach; nazwiemy:

m_k moment zgięcia na podporze k utworzony przez ciężar stały.

m'_{k-1} m'_k m'_{k+1} momenty zgięcia na podporach $k-1, k$, i $k+1$, utworzone przez ciężar przypadkowy odpowiadający rozkładowi 1mu tworzącemu największy moment zgięcia na podporze k.

m''_{k-1} m''_k m''_{k+1} momenty zgięcia utworzone również przez ciężar przypadkowy, przy rozkładzie (5) wywierającym największy moment zgięcia w odcinku środkowym przęsła k.

$M_k = m_k + m'_k$ albo $M_k = m_k + m''_k$ — Wyrażać będą moment zgięcia całkowity utworzony pod wpływem ciężarów stałego i przypadkowego działających jednocześnie.

MOMENT ZGIĘCIA UTWORZONY PRZEZ CIĘŻAR STAŁY.

Wartości momentu zgięcia na podporach. — Ciężar stały przypuszcza się jednostajnie rozłożonym na całéj długości belki w ilości p' kilogramów na jednostkę długości; będzie więc w tym razie

$$p_1 = p_2 = \dots p_n = p'.$$

Wprowadziwszy ten warunek do równań ogólnych (26) otrzymamy

$$(28)\begin{cases} M_2 = \dfrac{p'l^2\delta}{4\alpha_{n-1}}\left[\dfrac{1+\alpha_{n-2}}{\delta^3} + \alpha_{n-2} + 2\alpha_{n-3} + 2\alpha_{n-4} + \dots 2\alpha_1 + 1\right] \\ M_k = \dfrac{p'l^2\delta}{4\alpha_{n-1}}\left[\dfrac{\alpha_{n-k} + \alpha_{k-2}}{\delta^3} + (1 + 2\alpha_1 + 2\alpha_2 + \dots 2\alpha_{k-3})\alpha_{n-k} + \alpha_{k-2}(\alpha_{n-k} + 2\alpha_{n-k-1} + \dots 2\alpha_1 + 1)\right]. \end{cases}$$

Równania te zastosojemy do belek mających od 3 do 8 przęseł i wyznaczymy je najprzód w sposób ogólny dla stosunków jakichkolwiek δ; po wykonaniu rachunków i uproszczeniu otrzymamy:

$$(29)\begin{cases} \mathbf{n=3} \\ m_2 = m_3 = -\dfrac{pl^2}{4}\left(\dfrac{\dfrac{1}{\delta^2} + \delta}{3\delta + 2}\right), \\ \mathbf{n=4} \\ m_3 = m_4 = -\dfrac{pl^2}{4}\left(\dfrac{\dfrac{2}{\delta^2} + \delta}{3\delta + 4}\right), \\ m_3 = m_4 = -\dfrac{pl^2}{4}\left(\dfrac{-\dfrac{1}{\delta^2} + 2 + 2}{3\delta' + 4}\right), \end{cases}$$

(29)

$\mathbf{n=5}$

$$m_2 = m_5 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{\frac{5}{\delta^2}+3\delta}{9\delta+10}\right],$$

$$m_3 = m_4 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{-\frac{1}{\delta^2}+4+3\delta}{9\delta+10}\right],$$

$\mathbf{n=6}$

$$m_2 = m_6 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{\frac{7}{2\delta^2}+2\delta}{6\delta+7}\right],$$

$$m_3 = m_5 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{-\frac{1}{\delta^2}+3+2\delta}{6\delta+7}\right],$$

$$m_4 = \qquad -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{\frac{1}{2\delta^2}+2+2\delta}{6\delta+7}\right],$$

$\mathbf{n=7}$

$$m_2 = m_7 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{\frac{19}{\delta^2}+11\delta}{33\delta+38}\right],$$

$$m_3 = m_6 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{-\frac{5}{\delta^2}+16+11\delta}{33\delta+38}\right],$$

$$m_4 = m_5 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{\frac{1}{\delta^2}+12+11\delta}{33\delta+38}\right].$$

$\mathbf{n=8}$

$$m_2 = m_8 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{\frac{26}{\delta^2}+15\delta}{45\delta+52}\right].$$

$$m_3 = m_7 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{-\frac{7}{\delta^2}+22+15\delta}{45\delta+52}\right].$$

$$m_4 = m_6 = -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{\frac{2}{\delta^2}+16+15\delta}{45\delta+52}\right],$$

$$m_5 = \qquad -\frac{pl^2}{4}\left[\frac{-\frac{1}{\delta^2}+18+15\delta}{45\delta+52}\right].$$

Jeżeli teraz w powyżéj podanych wzorach za δ podstawimy wartości przyjęte, otrzymamy dla momentów zgięcia na podporach, wartości liczebne następujące :

Tablica I. — *Momenty zgięcia na podporach utworzone przez ciężar stały.*

m_k	Wartości m_k gdy stosunek $\delta =$				
	1,00	1,10	1,20	1,25	1,30
n = 3					
$m_2 = m_3 = -pl_1^2$	0,100000	0,109953	0,121786	0,128397	0,135466
n = 4					
$m_1 = m_4$ »	0,107143	0,114075	0,122632	0,127521	0,132816
m_3	0,071429	0,094212	0,118684	0,131552	0,144842
n = 5					
$m_2 = m_5$ »	0,105263	0,112977	0,122404	0,127757	0,133537
$m_3 = m_4$ »	0,078947	0,098405	0,119519	0,130699	0,142293
n = 6					
$m_2 = m_6$ »	0,105769	0,113272	0,122465	0,127694	0,133345
$m_3 = m_5$ »	0,076923	0,097279	0,119296	0,130927	0,142973
m_4 »	0,086538	0,102610	0,120352	0,129849	0,139764
n = 7					
$m_2 = m$ »	0,102634	0,113193	0,122448	0,127711	0,133396
$m_3 = m_6$ »	0,077465	0,097581	0,119356	0,130866	0,142790
$m_4 = m_5$ »	0,084507	0,101484	0,120129	0,130077	0,140442
n = 8					
$m_2 = m_8$ »	0,105670	0,113214	0,122453	0,127706	0,133382
$m_3 = m_7$ »	0,077320	0,097500	0,119340	0,130882	0,142839
$m_4 = m_6$ »	0,085052	0,101786	0,120189	0,130016	0,140260
m_5 »	0,082474	0,100357	0,119906	0,130305	0,141120

Moment zgięcia w przecięciu którémkolwiek przęsła. — Znając wartość momentu zgięcia na podporach, łatwo będzie otrzymać jego wartość w przecięciu którémkolwiek przęsła używając równań ogólnych (8) i (9). W saméj rzeczy równania szukane będą :

Dla przęseł środkowych

(30) $$M = m_k + \left(\frac{m_{k+1} - m_k}{l_k} + \frac{pl_k}{2}\right)x - \frac{px^2}{2};$$

Dla przęseł skrajnych

(31) $$M = \left(\frac{m_2}{l_1} + \frac{pl_1}{2}\right)x - \frac{px^2}{2}.$$

W sposób podobny do poprzednio użytego przedstawimy tu naprzód wyrażenia ogólne momentów zgięcia w funkcyi δ dla przypadków rozbieranych poprzednio.

Pierwsze przęsło.

(32) $$\begin{cases} n = 3 \\ M = \left(\frac{1}{2} - \frac{1 + \delta^3}{4(3\delta + 2)}\right)pl_1 x - \frac{px^2}{2} \end{cases}$$

n = 4

$$M=\left(\frac{1}{2}-\frac{2+\delta^3}{4(3\delta+4)}\right)pl_1x-\frac{px^2}{2}$$

n = 5

$$M=\left(\frac{1}{2}-\frac{5+3\delta^3}{4(9\delta+10)}\right)pl_1x-\frac{px^2}{2}$$

n = 6

$$M=\left(\frac{1}{2}-\frac{3{,}5+2\delta^3}{4(6\delta+7)}\right)pl_1x-\frac{px^2}{2}$$

n = 7

$$M=\left(\frac{1}{2}-\frac{19+11\delta^3}{4(33\delta+38)}\right)pl_1x-\frac{px^2}{2}$$

n = 8

$$M=\left(\frac{1}{2}-\frac{26+15\delta^3}{4(45\delta+52)}\right)pl_1x-\frac{px^2}{2}.$$

Drugie przęsło.

(32) n = 3

$$M=-\left[\frac{\frac{1}{\delta^2}+\delta}{4(3\delta+2)}\right]pl^2+\frac{plx}{2}-\frac{px^2}{2}$$

n = 4

$$M=-\left[\frac{\frac{2}{\delta^2}+\delta}{4(3\delta+4)}\right]pl^2+\left[\frac{1}{2}-\frac{2-\frac{3}{\delta^2}}{4(3\delta+4)}\right]plx-\frac{px^2}{2}$$

n = 5

$$M=-\left[\frac{\frac{5}{\delta^2}+3\delta}{4(9\delta+10)}\right]pl^2+\left[\frac{1}{2}-\frac{4-\frac{6}{\delta^2}}{4(9\delta+10)}\right]plx-\frac{px^2}{2}$$

n = 6

$$M=-\left[\frac{\frac{7}{2\delta^2}+2\delta}{4(6\delta+7)}\right]pl^2+\left[\frac{1}{2}-\frac{3-\frac{9}{2\delta^2}}{4(6\delta+7)}\right]plx-\frac{px^2}{2}$$

n = 7

$$M=-\left[\frac{\frac{19}{\delta^2}+11\delta}{4(33\delta+38)}\right]pl^2+\left[\frac{1}{2}-\frac{16-\frac{24}{\delta^2}}{4(33\delta+38)}\right]plx-\frac{px^2}{2}$$

n = 8

$$M = -\left[\frac{\frac{26}{\delta^2} + 15\delta}{4(45\delta + 52)}\right] pl^2 + \left[\frac{1}{2} - \frac{22 - \frac{33}{\delta^2}}{4(45\delta + 52)}\right] plx - \frac{px^2}{2}$$

Trzecie przęsło.

n = 5

$$M = -\left[\frac{4 + 3\delta - \frac{1}{\delta^2}}{4(9\delta + 10)}\right] pl^2 + \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2}$$

n = 6

$$M = -\left[\frac{3 + 2\delta - \frac{1}{\delta^2}}{4(6\delta + 7)}\right] pl^2 + \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{3}{2\delta} - 1}{4(6\delta + 7)}\right] plx - \frac{px^2}{2}$$

n = 7

(32)

$$M = -\left[\frac{16 + 11\delta - \frac{5}{\delta^2}}{4(33\delta + 38)}\right] pl^2 + \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{6}{\delta^2} - 4}{4(33\delta - 38)}\right] plx - \frac{px^2}{2}$$

n = 8

$$M = -\left[\frac{22 + 15\delta - \frac{7}{\delta^2}}{4(45\delta + 52)}\right] pl^2 - \left[\frac{1}{2} - \frac{\frac{9}{\delta^2} - 6}{4(45\delta + 52)}\right] plx - \frac{px^2}{2}$$

Czwarte przęsło.

n = 7

$$M = -\left[\frac{12 + 15\delta + \frac{1}{\delta^2}}{4(33\delta + 38)}\right] pl^2 + \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2}$$

n = 8

$$M = -\left[\frac{16 + 15\delta + \frac{2}{\delta^2}}{4(45\delta + 52)}\right] pl^2 + \left[\frac{1}{2} - \frac{2 - \frac{3}{\delta^2}}{4(45\delta + 52)}\right] plx - \frac{px^2}{2}.$$

Wyznaczenie odciętych x' i x''. — Jeżeli w równaniach podanych powyżéj za δ podstawimy wartości przyjęte powyżéj, albo łatwiéj jeszcze jeżeli w równania (30) i (31) za m_{k+1} i m_k podstawimy wartości podane w tablicy ostatniéj, otrzymamy szereg równań dających wartości momentów zgięcia w którymkolwiek punkcie przęsła. Każde z tych równań przedstawia trzy punkta ważne do wyznaczenia.

a) Punkt gdzie wartość momentu zgięcia jest największą w odcinku środkowym.

b) Dwa punkta których odcięte oznaczymy przez x' i x'', gdzie moment zgięcia staje się zerem.

Odcięta pierwszego punktu otrzyma się czyniąc pochodnę $\frac{dM}{dx}$ równą zeru. Wartości tych jednakże nie będziemy wyznaczać, ponieważ moment zgięcia utworzony tylko przez ciężar stały przedstawia największą wartość w innym punkcie niżeli moment całkowity utworzony przez ciężary : stały i przypadkowy, działające jednocześnie. Szczegóły zaś odnoszące się do tego ostatniego przypadku podamy w tablicach zawartych w trzeciéj części niniejszéj pracy.

Znajomość dokładna położenia punktów (x', x''), gdzie moment zgięcia zmienia znak, to jest gdzie on staje się zerem, jest bardzo ważną, albowiem punkta te oddzielają granice dodatne momentów zgięcia od granic odjemnych w każdém przęśle.

Odcięte x', x'' wyznaczą się z łatwością przyrównywając do zera i rozwiązując równania (32) dające wartość momentów zgięcia.

Wypadki otrzymane w ten sposób dla wartości przyjętych dla δ są zamknięte w tablicy następującéj.

Tablica 2. — *Wartości stosunku odciętych do otworu przęsła* $\frac{x'}{l_k} \cdot \frac{x''}{l_k}$ *punktów w których moment zgięcia utworzony przez ciężar stały staje się zerem.*

	$\delta = 1,00$		$\delta = 1,10$		$\delta = 1,20$		$\delta = 1,25$		$\delta = 1,30$	
	x'	x''	x'	x''	x'	x''	x'	x''	x'	x''
1^{sze} przęsło										
n = 3	0,0000	0,80000	0,0000	0,78009	0,0000	0,75643	0,0000	0,74321	0,0000	0,72907
n = 4	»	0,78571	»	0,77185	»	0,75474	»	0,74496	»	0,73437
n = 5	»	0,78947	»	0,77405	»	0,75519	»	0,74449	»	0,73293
n = 6	»	0.78846	»	0,77346	»	0,75507	»	0,74461	»	0,73331
n = 7	»	0,78873	»	0,77361	»	0,75510	»	0,74458	»	0,73321
n = 8	»	0,78866	»	0,77357	»	0,75509	»	0,74459	»	0,73324
2^{gie} przęsło										
n = 3	0,27639	0,72361	0,23873	0,76127	0,21565	0,78435	0,20734	0,79266	0,20053	0,79947
n = 4	0,26608	0,80535	0,23689	0,79593	0,21564	0,78984	0,20725	0,78759	0,20004	0,78573
n = 5	0,26847	0,78416	0,23737	0,78672	0,21564	0,78836	0,20727	0,78896	0,20018	0,78946
n = 6	0,26781	0,78988	0,23725	0,78918	»	0,78876	0,20726	0,78860	0,20014	0,78846
n = 7	0,26799	0,78835	0,23727	0,78854	»	0,78865	0,20727	0,78870	0,20015	0,78873
n = 8	0,26794	0,78876	0,23726	0,78871	»	0,78868	»	0,78868	»	0,78866
3^{cie} przęsło										
n = 5	0,19651	0,80349	0,20445	0,79555	0,21017	0,78983	0,21241	0,78759	0,21434	0,78566
n = 6	0,19605	0,78472	0,20435	0,78684	»	0,78837	»	0,78897	0,21432	0,78948
n = 7	0,19618	0,78974	0,20438	0,78917	»	0,78876	»	0,78860	»	0,78846
n = 8	0,19615	0,78839	0,20437	0,78854	»	0,78865	»	0,78870	»	0,78873
4te przęsło										
n = 7	0,21542	0,78458	0,21319	0,78681	0,21164	0,78836	0,21103	0,78897	0,21052	0,78948
n = 8	0,21538	0,78977	0,21319	0,78918	0,21163	0,78876	0,21103	0,78860	0,21052	0,78846

MOMENT ZGIĘCIA UTWORZONY PRZEZ CIĘŻAR PRZYPADKOWY.

Widzieliśmy w pierwszéj części iż moment zgięcia utworzony przez ciężar przypadkowy, ma największe wartości odjemne w odcinkach skrajnych; największe zaś jego wartości dodatne mają miejsce w odcinku środkowym każdego przęsła.

Wyznaczymy więc najprzód długości odcinków; odcięte każdego z nich odniesione będą do początku przęsła uważanego.

Podział przęseł na odcinki. — *Wyznaczenie odciętych* x_1 i x_4 (fig. 7). — Odcięte szukane wyznaczają jak wiadomo punkta przecięcia się parabol momentów zgięcia z osią odciętych w założeniu iż ciężar wszystkich przęseł jest zerem z wyjątkiem przęsła uważanego.

Przęsła skrajne. — Równanie ogólne (9) paraboli momentów zgięcia w pierwszém przęśle jest

$$M=\left(\frac{M_2}{l_1}+\frac{pl_1}{2}\right)x-\frac{px^2}{2}.$$

Rozwiązując go otrzymamy dwa pierwiastki rzeczywiste

$$x_1=0,$$

$$x_4=\left(\frac{2M_2}{l_1}+1\right)l_1.$$

Wartość szukana dla M_2 otrzyma się z równań (27); zakładając w nich

$$p_1=p,$$

$$p_2=p_3=p_4=\ldots p_n=0,$$

podstawiając wartości w ten sposób otrzymane w poprzedniém równaniu, otrzymamy kolejno

$$(33)\quad\left\{\begin{array}{l}
\mathbf{n=3} \\
\dfrac{M}{pl_1^2}=\dfrac{x_1}{l_1}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{2+2\delta}{4(\delta+2)(3\delta+2)}-\dfrac{x}{2l_1}\right) \\
\mathbf{n=4} \\
\dfrac{M}{pl_1^2}=\dfrac{x_1}{l_1}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{8+7\delta}{16(\delta+1)(3\delta+4)}-\dfrac{x}{2l_1}\right) \\
\mathbf{n=5} \\
\dfrac{M}{pl_1^2}=\dfrac{x_1}{l_1}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{30+26\delta}{4(5\delta+6)(9\delta+10)}-\dfrac{x}{2l_1}\right) \\
\mathbf{n=6} \\
\dfrac{M}{pl_1^2}=\dfrac{x}{l_1}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{112+97\delta}{16(6\delta+7)(7\delta+8)}-\dfrac{x}{2l_1}\right) \\
\mathbf{n=7} \\
\dfrac{M}{pl_1^2}=\dfrac{x}{l_1}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{418+362\delta}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}-\dfrac{x}{2l_1}\right) \\
\mathbf{n=8} \\
\dfrac{M}{pl_1^2}=\dfrac{x}{l_1}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1560+1351\delta}{16(45\delta+52)(15\delta+15)}-\dfrac{x}{2l_1}\right).
\end{array}\right.$$

Przęsła środkowe. — Wyrażenie ogólne momentu zgięcia powstałego z obciążenia jednego tylko przęsła uważanego k, otrzymamy z równania (21) które przedstawiemy w formie następującéj

$$-\frac{2M}{p_k l_k^2}=\left(\frac{x}{l_k}\right)^2-\left(1+\frac{l_k(\alpha_{n-k-1}\gamma_{k-1}-\alpha_{n-k}\gamma_{k-2})}{2l_1\alpha_{n-1}}\right)\frac{x}{l_k}-\frac{l_k\gamma_{k-2}(\alpha_{n-k}+\alpha_{n-k-1})}{2l_1\alpha_{n-1}}.$$

Zakładając równanie to równém zeru i rozwiązując otrzymamy dwa pierwiastki dodatne, które są odciętemi szukanemi x_1 i x_4.

Tutaj podobnie jak to zrobiliśmy powyżéj, równanie ostatnie wyrazimy w funkcyi δ dla wszystkich belek mających od 3 do 8 przęseł.

Drugie przęsło, $k=2$

(34)

$n=3$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\frac{x}{l}+\frac{\delta}{2(2+3\delta)}=0$$

$n=4$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{4-3\delta^2}{8(\delta+1)(3\delta+4)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(6+5\delta)\delta}{8(\delta+1)(3\delta+4)}=0$$

$n=5$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{16+12\delta^2}{2(5\delta+6)(9\delta+10)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(19\delta+22)\delta}{2(5\delta+6)(9\delta+10)}=0$$

$n=6$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{60-45\delta^2}{8(6\delta+7)(7\delta+8)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(82+71\delta)\delta}{8(6\delta+7)(7\delta+8)}=0$$

$n=7$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{224-168\delta^2}{2(33\delta+38)(19\delta+22)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(306+265\delta)\delta}{2(33\delta+38)(19\delta+22)}=0$$

$n=8$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{836-627\delta^2}{8(45\delta+52)(13\delta+15)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(1142+989\delta)\delta}{8(45\delta+52)(13\delta+15)}=0$$

Trzecie przęsło, $k=3$.

$n=5$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\frac{x}{l}+\frac{(2+2\delta)}{2(9\delta+10)}=0$$

$n=6$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{4-3\delta^2}{8(6\delta+7)(7\delta+8)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(2+2\delta)(22+19\delta)}{8(6\delta+7)(7\delta+8)}=0$$

$n=7$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{16-12\delta^2}{2(33\delta+38)(19\delta+22)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(1+\delta)(82+71\delta)}{(33\delta+38)(19\delta+22)}=0$$

n = 8

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{60-45\delta^2}{8(45\delta+52)(13\delta+15)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(306+265\delta)(1+\delta)}{4(45\delta+52)(13\delta+15)}=0$$

Czwarte przęsło. $k=4$

(34) n = 7

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\frac{x}{l}+\frac{8+7\delta}{2(33\delta+38)}=0$$

n = 8

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2-\left[1-\frac{4-3\delta^2}{8(45\delta+52)(13\delta+15)}\right]\frac{x}{l}+\frac{(8+7\delta)(82+71\delta)}{8(45\delta+52)(13\delta+15)}=0$$

Jeżeli nadamy wartości na δ przyjęte powyżéj, to otrzymamy wartości liczebne odciętych x_1 i x_4 do których P. Bresse doszedł za pomocą wzorów ogólniejszych wprawdzie, ale też bez wątpienia daleko więcej złożonych.

Tablica 3cia. — *Wartości stosunku odciętych do otworu przęsła* $\frac{x_1}{l_k}$, $\frac{x_4}{l_k}$.

	$\delta=1,00$		$\delta=1,10$		$\delta=1,20$		$\delta=1,25$		$\delta=1,30$	
	x_1	x_4	x_1	x_4	x_1	x_4	x_1	x_4	x_1	x_4
1sze przęsło										
n = 3	0,0000	0,86667	0,0000	0,87219	0,0000	0,87723	0,0000	0,87960	0,0000	0,88187
n = 4	»	0,86607	»	0,87198	»	0,87739	»	0,87993	»	0,88236
n = 5	»	0,86603	»	0,87197	»	0,87740	»	0,87995	»	0,88240
n = 6	»	»	»	»	»	0,87740	»	»	»	»
n = 7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
n = 8	»	0,86603	0,0000	0,87197	»	0,87740	0,0000	0,87995	0,0000	0,88240
2gie przęsło										
n = 3	0,11270	0,88730	0,11760	0,88240	0,12204	0,87796	0,12410	0,87590	0,12606	0,87394
n = 4	0,11169	0,87939	0,11725	0,87973	0,12235	0,88004	0,12470	0,88022	0,12698	0,88036
n = 5	0,11161	0,87882	0,11722	0,87954	0,12235	0,88022	0,12475	0,88054	0,12705	0,88084
n = 6	»	0,87878	»	0,87953	»	0,88023	»	0,88056	»	0,88088
n = 7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
n = 8	0,11161	0,87878	0,11722	0,87953	0,12235	0,88023	0,12475	0,88056	0,12705	0,88088
3cie przęsło										
n = 5	0,11956	0,88044	0,11990	0,88010	0,12022	0,87978	0,12037	0,87963	0,12051	0,87949
n = 6	0,11948	0,87988	0,11990	0,87990	0,12024	0,87993	0,12041	0,87994	0,12058	0,87995
n = 7	0,11947	0,87984	0,11988	0,87989	0,12024	0,87994	0,12042	0,87996	»	0,87998
n = 8	0,11947	0,87983	0,11988	0,87989	0,12024	0,87093	0,12042	0,87996	0,12058	0,87999
4te przęsło										
n = 7	0,12004	0,87996	0,12007	0,87993	0,12009	0,87991	0,12010	0,87990	0,12011	0,87989
n = 8	0,12003	0,87992	0,12007	0,87992	0,12009	0,87992	0,12011	0,87992	0,12012	0,77992
5te przęsło i wszystkie następne > 5°										
n > 8	0,12008	0,87992	0,12008	0,87992	0,12008	0,87992	0,12008	0,87992	0,12008	0,87992

Wyznaczenie odciętych x_2 i x_3. — Przypominamy tu iż odcięte szukane x_2, x_3 wyznaczają punkta przecięcia z osią odciętych linij prostych przedstawiających momenty zgięcia utworzone w skutek obciążenia rozmaitych przęseł z wyjątkiem przęsła uważanego k. (fig. 7). Odcięte wspomniane wyznaczą się z równań ogólnych (18) i (20)

$$\frac{x_2}{l_k} = \frac{\gamma_{k-2}}{\gamma_{k-2} - \gamma_{k-1}},$$

$$\frac{x_3}{l_k} = \frac{\alpha_{n-k}}{\alpha_{n-k} - \alpha_{n-k-1}}.$$

Pierwsze równanie jest niezależne od ilości przęseł; ostatnie zaś możemy sprowadzić do pierwszego na mocy tożsamości następujęcéj

$$\frac{\alpha_{n-k}}{\alpha_{n-k} - \alpha_{n-k-1}} = 1 - \frac{\alpha_{n-k-1}}{\alpha_{n-k-1} - \alpha_{n-k}}.$$

Wartości więc ostatniego wyrażenia łatwo się dadzą wyznaczyć za pomocą odpowiednich wartości wyrażenia pierwszego. W ten sposób, dostateczném będzie uformować jedną tylko tablicę dla wzoru $\frac{\gamma_{k-2}}{\gamma_{k-2} - \gamma_{k-1}} = \frac{\alpha_{k-2}}{\alpha_{k-2} - \alpha_{k-1}}$.

I tak, jeśli :

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{k} = 1 & \frac{\alpha_{-1}}{\alpha_{-1} - \alpha_0} = 0, \\ \mathbf{k} = 2 & \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha_1} = \frac{\delta}{2 + 3\delta} \\ \mathbf{k} = 3 & \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{2 + 2\delta}{10 + 9\delta} \\ \mathbf{k} = 4 & \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_3} = \frac{8 + 7\delta}{38 + 33\delta} \\ \mathbf{k} = 5 & \frac{\alpha_3}{\alpha_3 - \alpha_4} = \frac{30 + 26\delta}{142 + 123\delta} \\ \mathbf{k} = 6 & \frac{\alpha_4}{\alpha_4 - \alpha_5} = \frac{112 + 97\delta}{530 + 459\delta} \\ \mathbf{k} = 7 & \frac{\alpha_5}{\alpha_5 - \alpha_6} = \frac{418 + 362\delta}{1798 + 1713\delta}. \end{array} \right.$$

Tablica 4. Wartości liczebne wyrażenia $\frac{\alpha_{k-2}}{\alpha_{k-2} - \alpha_{k-1}}$

	Stosunek $\delta =$				
	1,00	1,10	1,20	1,25	1,30
$k-2 = -1$	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
» $= 0$	0,20000	0,20755	0,21429	0,21739	0,22034
» $= 1$	0,21053	d,21106	0,21154	0,21176	0,21198
» $= 2$	0,21127	0,21131	0,21134	0,21136	0,21137
» $= 3$	0,21132	0,21132	0,21133	0,21133	0,21133
» $= 4$	»	»	0,21132	0,21133	0,21133
» > 4	0,21132	0,21132	0,21132	0,21132	0,21132

NAJWIĘKSZE WARTOŚCI MOMENTU ZGIĘCIA UTWORZONEGO PRZEZ CIĘŻAR PRZYPADKOWY.

Widzieliśmy w pierwszéj części niniejszéj pracy iż wyznaczenie momentów zgięcia na podporach dla ciężaru przypadkowego tworzącego największe i najmniejsze ich wartości

a) na podporach i w odcinkach skrajnych

b) w odcinku środkowym każdego przęsła,

rozwiązuje zupełnie kwestyę; to jest iż wartości te stosownie podstawione w równania (8) i (9) wyznaczą największe wartości dodatne i odjemne momentów zgięcia w każdym punkcie belki.

Wyznaczymy więc najprzód wartości momentów zgięcia na podporach w założeniach powyżéj przyjętych; metodę ogólną zastosujemy do wyznaczenia tylko wyrażeń zasadniczych, pozostałe zaś

Wyrażenia ogólne momentów zgięcia na trzech sąsiednich podporach, $k-1$, k, i $k+1$ przy układzie

(36)

		WYRAŻENIA MO
$k=$	Przęsła pod wpływem ciężaru przypadkowego.	m_{k-1}
		Trzy
2	1 . 2	$m_1'=0,$
		Cztery
2	1 . 2 . 4	$m_1'=0,$
3	2 . 3	$m'_2=-\dfrac{2}{4(3\delta+4)}vl^2$
		Pięć
2	1 . 2 . 4	$m'_1=0$
3	2 . 3 . 5	$m'_2=-\dfrac{16+14\delta-\frac{1}{\delta^2}}{4(6+5\delta)(9\delta+10)}pl^2$

wyrażenia dopełniające otrzymują się bardzo łatwo za pomocą tych ostatnich przy wyznaczeniu całkowitych wartości momentów zgięcia.

1. Moment zgięcia na podporach. — Moment zgięcia utworzony pod wpływem ciężaru przypadkowego przybiera największą wartość na podporze uważanéj k jeżeli ten ciężar przypadkowy znajduje się na przęsłach

$$k-5,\; k-3,\; k-1,\; k,\; k+2,\; k+4,\; k+6, \ldots$$

i jeżeli ciężar innych przęseł na które ciężar przypadkowy nie działa jest zerem.

Wprowadzając ten ostatni warunek do równań ogólnych (27), otrzymaliśmy wyrażenia największych momentów zgięcia na podporach w funkcyi δ i długości jednego z przęseł środkowych l; wyrażenia te podane są w tablicy następującéj. Do każdéj z tych wartości $\mathbf{m}'_k$ dołączamy jednocześnie wartości momentów na dwóch podporach sąsiednich m'_{k-1} i m'_{k+1}; wartości te są niezbędne do wyliczenia parabol momentów zgięcia w odcinkach skrajnych przyległych podporze k.

(1) *ciężaru przypadkowego wywiązującego największy moment zgięcia na podporze k.*

MENTÓW ZGIĘCIA

$\mathbf{m}'_k$ MAXIMUM	m'_{k+1}
przęsła	
$\mathbf{m}'_2 = -\dfrac{\dfrac{2+2\delta}{\delta^2}+2\delta+\delta^2}{4(\delta+2)(3\delta+2)}pl^2$	$m'_3 = -\dfrac{2\delta+\delta^2-\dfrac{1}{\delta}}{4(\delta+2)(3\delta+2)}pl^2$
przęsła	
$\mathbf{m}'_2 = -\dfrac{\dfrac{4+4\delta}{\delta^2}+3\delta+\dfrac{5}{2}\delta^2}{8(\delta+1)(3\delta+4)}pl^2$ $\mathbf{m}'_3 = -\dfrac{2+\delta}{4(3\delta+4)}pl^2$	$m'_3 = -\dfrac{2+\delta-\dfrac{2}{\delta^2}}{8(3\delta+4)}pl^2$
przęseł	
$\mathbf{m}'_2 = -\dfrac{\dfrac{30+26\delta}{\delta^2}+24\delta+20\delta^2}{4(6+5\delta)(9\delta+10)}pl^2$ $\mathbf{m}'_3 = -\dfrac{\dfrac{2+2\delta}{\delta^2}+28+44\delta+17\delta^2}{4(6+5\delta)(9\delta+10)}pl^2$	$m'_3 = -\dfrac{4+17\delta+12\delta^2-\dfrac{8+7\delta}{\delta^2}}{4(6+5\delta)(9\delta+10)}$ $m'_4 = -\dfrac{8+16\delta+8\delta^2-\dfrac{8+7\delta}{\delta^2}}{4(6+5\delta)(9\delta+10)}pl^2$

WYRAŻENIA MO

$k=$	Przęsła pod wpływem ciężaru przypadkowego.	m_{k-1}
		Sześć
2	1. 2. 4. 6	$m'_1=0$
3	2. 3. 5	$m'_2=-\frac{(58+51\delta)\delta}{16(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$
4	1. 3. 4. 6	$m'_3=-\frac{2+2\delta-\frac{2}{\delta^2}}{8(6\delta+7)}pl^2$
		Siedm
2	1. 2. 4. 6	$m'_1=0$
3	2. 3. 5. 7	$m_2'=-\frac{218\delta+189\delta^2-\frac{1}{\delta}}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$
4	1. 3. 4. 6	$m'_3=-\frac{116+218\delta+102\delta^2-\frac{112+97\delta}{\delta^2}}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$
		Ośm
2	1. 2. 4. 6. 8	$m_1'=0$
3	2. 3. 5. 7	$m_2'=-\frac{203\delta+176\delta^2}{4(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$
4	1. 3 4. 6. 8	$m'_3=-\frac{436+814\delta+378\delta^2-\frac{420+364\delta}{\delta^2}}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$
5	2. 4. 5. 7	$m'_4=-\frac{5\delta+4}{4(45\delta+52)}pl^2$

Podstawiając w ostatnich wyrażeniach za δ wartości przyjęte 1,00, 1,10 i t. d., otrzymamy warto śmy w funkcyi długości pierwszego przęsła l_1, umieszczone są w następującéj tablicy 5éj.

MENTÓW ZGIĘCIA

m'_k MAXIMUM	m'_{k+1}
przęseł	
$m'_2 = -\dfrac{\dfrac{56+49\delta}{\delta^2}+44\delta+38\delta^2}{8(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$	$m'_3 = -\dfrac{24+30\delta+8\delta^2-\dfrac{16+14\delta}{\delta^2}}{8(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$
$m_3' = -\dfrac{108+170\delta+66\delta^2}{16(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$	$m'_4 = -\dfrac{2+3\delta}{16(6\delta+7)}pl^2$
$m'_4 = -\dfrac{\dfrac{1}{\delta^2}+6+5\delta}{8(6\delta+7)}pl^2$	
przęseł	
$m'_2 = -\dfrac{\dfrac{418+362\delta}{\delta^2}+330\delta+285\delta^2}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$	$m'_3 = -\dfrac{176+218\delta+57\delta^2-\dfrac{112+97\delta}{\delta^2}}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$
$m'_3 = -\dfrac{\dfrac{2+2\delta}{\delta^2}+400+634\delta+249\delta^2}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$	$m'_4 = -\dfrac{72+142\delta+69\delta^2-\dfrac{8+7\delta}{\delta^2}}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$
$m'_4 = -\dfrac{\dfrac{30+26\delta}{\delta^2}+372+634\delta+270\delta^2}{4(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$	$m'_5 = -\dfrac{68+142\delta+72\delta^2-\dfrac{8+7\delta}{\delta^2}}{(33\delta+38)(19\delta+22)}pl^2$
przęseł	
$m'_2 - -\dfrac{\dfrac{1560+1352\delta}{\delta^2}+1230\delta+1065\delta^2}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$	$m'_3 = -\dfrac{660+814\delta+210\delta^2-\dfrac{420+364\delta}{\delta^2}}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$
$m'_3 = -\dfrac{374+593\delta+233\delta^2}{4(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$	$m_4 = -\dfrac{64+127\delta+62\delta^2}{4(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$
$m'_4 = -\dfrac{\dfrac{119+105\delta}{\delta^2}+1376+2366\delta+1017\delta^2}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$	$m'_5 = -\dfrac{10+9\delta-\dfrac{2}{\delta^2}}{8(45\delta+52)}pl^2$
$m'_5 = -\dfrac{4(6\delta+5)}{4(45\delta+52)}pl^2$	

ści liczebne momentów zgięcia odpowiadające tymże przypadkom; wypadki działań które wyrazili-

Tablica 5. — Wartości liczebne spółczynników $-\frac{m'_k}{p''l_1^2}$ momentów zgięcia na trzech sąsiednich podporach $k-1$, k, $k+1$, przy tymże samym rozkładzie ciężaru przypadkowego co powyżej.

PRZĘSŁA pod wpływem ciężaru przypadkowego	MOMENTY którym odpowiadają spółczynniki	Wartości $-\frac{m'_k}{p''l_1^2}$ jeśli stosunek $\delta =$				
		1,00	1,10	1,20	1,25	1,30
		Trzy przęsła				
1. 2	m'_2	0,116667	0,126691	0,138527	0,145119	0,152158
»	m'_3	0,033333	0,046045	0,060402	0,068196	0,076401
		Cztery przęsła				
1. 2. 4	m'_2	0,120536	0,130897	0,143301	0,150272	0,157755
»	m'_3	0,017857	0,029983	0,042895	0,049647	0,056598
2. 3	m'_2	0,035714	0,045582	0,056842	0,063004	0,069525
»	m'_3	0,107143	0,128459	0,151579	0,163810	0,176487
		Pięć przęseł				
1. 2. 4	m'_2	0,119617	0,130900	0,144375	0,151936	0,160046
	m'_3	0,021531	0,029972	0,038958	0,043656	0,048491
2. 3. 5	m'_2	0,034689	0,044454	0,055567	0,061637	0,068053
	m'_3	0,111244	0,132766	0,156253	0,168731	0,181697
	m'_4	0,020335	0,029483	0,039420	0,044688	0,050157
		Sześć przęseł				
1. 2. 4. 6	m'_2	0,119872	0,131194	0,144725	0,152322	0,160473
	m'_3	0,020513	0,028851	0,037674	0,042267	0,046981
2. 3. 5	m'_2	0,034936	0,044453	0,055280	0,061192	0,067441
	m'_3	0,110256	0,132769	0,157307	0,170333	0,183863
	m'_4	0,024038	0,029472	0,035493	0,038726	0,042107
1. 3. 4. 6	m'_3	0,019231	0,028327	0,038169	0,043373	0,048767
	m'_4	0,115385	0,137086	0,160915	0,173626	0.186867
		Siedm przęseł				
1. 2. 4. 6	m'_2	0,119804	0,131193	0,144803	0,512442	0,160639
	m'_3	0,020783	0,028353	0,037390	0,041833	0,046392
2. 3. 5. 7	m'_2	0,034868	0,044375	0,055186	0,161089	0,067327
	m'_3	0,110529	0,133069	0,057651	0,170705	0,184267
	m'_4	0,023016	0,028349	0,034211	0,037341	0,040605
1. 3. 4. 6	m'_3	0,019495	0,028326	0,037887	0,042944	0,048187
	m'_4	0,114394	0,137090	0,161967	0,175233	0,189022
	m'_5	0,022930	0,028314	0,034244	0,037415	0,040724

Przęsła pod wpływem ciężaru przypadkowego.	MOMENTY, którym odpowiadają spółczynniki	Wartości $-\frac{m'_k}{p'' l_1^2}$ jeśli stosunek $\delta =$				
		1,00	1,10	1,20	1,25	1,30
		Ośm przęsł				
1. 2. 4. 6. 8	$\mathbf{m'_2}$	0,119822	0,131214	0,144828	0,152470	0,160670
	m'_3	0,020711	0,028773	0,037297	0,041733	0,046283
2. 3. 5. 7	m'_2	0,034886	0,044375	0,055165	0,061057	0,067282
	$\mathbf{m'_3}$	0,110457	0,133069	0,157727	0,170821	0,184425
	m'_4	0,023288	0,028350	0,033927	0,036908	0,040019
1. 3. 4. 6. 8	m'_3	0,019422	0,028246	0,037795	0,042844	0,048079
	$\mathbf{m'_4}$	0,114668	0,137391	0,162311	0,175594	0,189425
	m'_5	0,021907	0,027191	0,032962	0,036031	0,039223
2. 4. 5. 7	m'_4	0,023196	0,028313	0,033962	0,036988	0,040147
	$\mathbf{m_5}$	0,113402	0,137094	0,163019	0,176819	0,191176

2. Moment zgięcia w odcinkach środkowych CD (fig 7). — Jeśli przęsła belki są na przemian wolne i obciążone, wtedy w odcinku środkowym każdego przęsła obciążonego, moment zgięcia przybiera największe wartości dodatne (Część 1sza str. 19).

Dla wyprowadzenia równań wyrażających momenty zgięcia w tych odcinkach, niezbędném jest wyznaczenie poprzednie wartości momentów zgięcia na podporach, przy tychże samych rozkładach ciężaru przypadkowego.

Nadając więc wartości stosowne dla p_1, p_2, p_3, ... w równaniach (27) otrzymamy ilości szukane. Wypadki działań podajemy w tablicy następującéj.

Tablica wartości momentów zgięcia na podporach przy rozkładach ciężaru przypadkowego wywiązujących największe ich wartości w odcinkach środkowych przęseł (37).

Przęsła pod wpływem ciężaru przypadkowego.	m''_k	Przęsła pod wpływem ciężaru przypadkowego.	m''_k
	Trzy przęsła.		
1.3	$m''_2 = -\dfrac{\frac{1}{\delta^2}}{4(3\delta+2)} pl^2$	2	$m''_2 = -\dfrac{\delta}{4(3\delta+2)} pl^2$
	Cztery przęsła.		
1.3	$m''_2 = -\dfrac{\frac{8+7\delta}{\delta^2} - \delta(2+\delta)}{8(2+2\delta)(3\delta+4)} pl^2$	2.4	$m''_2 = -\dfrac{\delta(6+5\delta) + \frac{1}{\delta}}{8(2+2\delta)(3\delta+4)} pl^2$
	$m''_3 = -\dfrac{-\frac{1}{\delta^2} + 2 + 1\delta}{8(3\delta+4)} pl^2$		$m''_3 = -\dfrac{2 + \delta - \frac{1}{\delta^2}}{8(3\delta+4)} pl^2$

Przęsła pod wpływem ciężaru przypadkowego.	m''_k	Przęsła pod wpływem ciężaru przypadkowego.	m''_k
	Pięć przęseł.		
1.3.5	$m''_2 = -\frac{\frac{5}{\delta^2}-\delta}{4(9\delta+10)}pl^2$ $m''_3 = -\frac{-\frac{1}{\delta^2}+2+2\delta}{4(9\delta+10)}pl^2$	2.4	$m''_2 = -\frac{4\delta}{4(9\delta+10)}pl^2$ $m''_3 = -\frac{2+\delta}{4(9\delta+10)}pl^2$
	Sześć przęseł.		
1.3.5	$m''_2 = -\frac{\frac{112+97\delta}{\delta^2}-4\delta(6+5\delta)}{16(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$ $m''_3 = -\frac{-\frac{30+26\delta}{\delta^2}+4(2+2\delta)(6+5\delta)}{16(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$ $m''_4 = -\frac{\frac{1}{\delta^2}+4+4\delta}{16(6\delta+7)}pl^2$	2.4.6	$m''_2 = -\frac{4\delta(22+19\delta)-\frac{1}{\delta}}{16(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$ $m''_3 = -\frac{4(12+15\delta+4\delta^2)-\frac{2+2\delta}{\delta^2}}{16(6\delta+7)(7\delta+8)}pl^2$ $m''_4 = -\frac{4+4\delta+\frac{1}{\delta^2}}{16(6\delta+7)}pl^2$
	Siedm przęseł.		
1.3.5.7	$m''_2 = -\frac{\frac{19}{\delta^2}-4\delta}{4(33\delta+38)}pl^2$ $m''_3 = -\frac{-\frac{5}{\delta^2}+4(2+2\delta)}{4(33\delta+38)}pl^2$ $m''_4 = -\frac{\frac{1}{\delta^2}+6+5\delta}{4(33\delta+38)}pl^2$	2.4.6	$m''_2 = -\frac{15\delta}{4(33\delta+38)}pl^2$ $m''_3 = -\frac{8+3\delta}{4(33\delta+38)}pl^2$ $m''_4 = -\frac{6+6\delta}{4(33\delta+38)}pl^2$
	Ośm przęseł.		
1.3.5.7	$m''_3 = -\frac{\frac{1560+1351\delta}{\delta^2}-15(22+19\delta)\delta}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$ $m''_2 = -\frac{-\frac{418+362\delta}{\delta^2}+15(2+2\delta)(22+19\delta)}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$ $m''_4 = -\frac{\frac{112+97\delta}{\delta^2}+(6+5\delta)(80+69\delta)}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$ $m'_5 = -\frac{\frac{1}{\delta^2}+3(6+5\delta)}{8(45\delta+52)}pl^2$	2.4.6.8	$m''_2 = -\frac{15\delta(82+71\delta)+\frac{1}{\delta}}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$ $m''_3 = -\frac{660+814\delta+210\delta^2-\frac{2+2\delta}{\delta^2}}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$ $m''_4 = -\frac{480+918\delta+435\delta^2+\frac{8+7\delta}{\delta^2}}{16(45\delta+52)(13\delta+15)}pl^2$ $m'_5 = -\frac{\frac{1}{\delta^2}+3(5\delta+6)}{8(45\delta+52)}pl^2$

Tablica 6. — Wartości liczebne spółczynników — $\frac{m''_k}{p' l_1^2}$ momentów zgięcia utworzonych przy tychże samych rozkładach ciężaru przypadkowego.

PRZĘSŁA pod wpływem ciężaru przypadkowego	MOMENTY którym odpowiadają spółczynniki	Wartości — $\frac{m''_k}{p'' l_1^2}$ gdy $\delta =$ 1,00	1,10	1,20	1,25	1,30
		Trzy przęsła				
1. 3.	m''_2	0,050000	0,047170	0,044643	0,043478	0,042373
2.	m''	0,050000	0,062783	0,077143	0,084918	0,093093
		Cztery przęsła				
1. 3.	m''_2	0,053571	0,047186	0,040364	0,037285	0,033881
	m''_3	0,035714	0,047106	0,059342	0,065776	0,072421
2. 4.	m''_2	0,053571	0,066889	0,081998	0,090236	0,098935
	m''_3	0,035714	0,047106	0,059342	0,065776	0,072421
		Pięć przęseł				
1. 3. 5.	m''_2	0,052632	0,046093	0,039327	0,035846	0,032293
	m''_3	0,039474	0,051281	0,064135	0,070956	0,078041
2. 4.	m''_2	0,052632	0,066884	0,083077	0,091912	0,101244
	m''_3	0,039474	0,047123	0,055385	0,059743	0,064251
		Sześć przęseł				
1. 3. 5.	m''_2	0,052885	0,046095	0,039037	0,035395	0,031672
	m''_3	0,038462	0,051275	0,065197	0,072576	0,080236
	m''_4	0,043269	0,051305	0,060176	0,064925	0,069882
2. 4. 6.	m''_2	0,052885	0,067177	0,083428	0,092298	0,101672
	m''_3	0.038462	0 046004	0,054099	0,058350	0,062736
	m''_4	0,043269	0,051305	0,060176	0,064925	0,069882
		Siedm przęseł				
1. 3. 5. 7.	m''_2	0,052817	0,046017	0,038943	0,035292	0,031557
	m''_3	0,038732	0,051575	0,065541	0,072950	0,080643
	m''_4	0,042254	0,050185	0,058892	0,063535	0,068371
2. 4. 6.	m''_2	0,052817	0,067177	0,083505	0,092419	0,101839
	m''_3	0,038732	0,046006	0,053814	0,057916	0,062148
	m''_4	0,042254	0,051299	0,061237	0,066542	0,072070

PRZĘSŁA pod wpływem ciężaru przypadkowego	MOMENTY którym odpowiadają spółczynniki	Wartości — $\frac{m''_k}{p'' l_1^2}$ gdy $\delta =$				
		1,00	1,10	1,20	1,25	1,30
				Ośm przęseł		
1. 3. 5. 7.	m''_2	0,052835	0,046016	0,038923	0,035259	0,031513
	m''_3	0,038660	0,054574	0,065618	0,073066	0,080801
	m''_4	0,042526	0,050187	0,058607	0,063102	0,067785
	m''_5	0,041237	0,050179	0,059953	0,065152	0,070560
2. 4. 6. 8.	m''_2	0,052835	0,067198	0,083530	0,092447	0,101869
	m''_3	0,038660	0,045926	0,053722	0,057816	0,062039
	m''_4	0,042526	0,051599	0,061581	0,066914	0,072475
	m''_5	0,041237	0,050179	0,059953	0,065152	0,070560

MOMENT ZGIĘCIA CAŁKOWITY UTWORZONY PRZEZ CIĘŻAR STAŁY I PRZYPADKOWY DZIAŁAJĄCE JEDNOCZEŚNIE.

Tablice które podaliśmy w ciągu niniejszéj pracy są dostateczne do wyznaczenia największych wartości momentów zgięcia całkowitych, we wszystkich odcinkach przęseł; wszystkie działania w przypadkach następujących sprowadzają się do nadania stosownych wartości ilościom M_k i M_{k+1} i do wprowadzenia takowych w równania (8) i (9).

Wartości o których wspomnieliśmy M_k i M_{k+1} są najważniejsze przy obliczaniu wytrzymałości belek; po uformowaniu poprzednich tablic otrzymują się one z całą łatwością dodając do momentu utworzonego przez ciężar stały, wartości momentu zgięcia utworzonego przez ciężar przypadkowy tychże samych znaków co i pierwszy.

Widzieliśmy iż moment zgięcia utworzony przez ciężar stały (dla wartości δ zwykle używanych) ma wartości odjemne na podporach; wartości te zmniejszają się (biorąc bezwzględnie) ku środkowi przęsła i stają się zerami w punktach x', x''; następnie wartości te są dodatne w przedziale zawartym między x' i x''.

Widzieliśmy nadto że największe wartości całkowite momentu zgięcia otrzymują się dodając do momentu zgięcia utworzonego przez ciężar stały :

a) od 0 do x' i od x' do l. Największe wartości odjemne momentu zgięcia utworzonego przez ciężar przypadkowy.

b) od x' do x''. Największe jego wartości dodatne.

Przykład następujący wskaże szczegóły działań które wykonać należy aby otrzymać żądane wypadki.

PRZYKŁAD.

Belka o pięciu przęsłach. $\delta = 1,25$.

Metoda ogólna wyznaczenia największych natężeń sił zewnętrznych, w każdym punkcie belki, którą w téj chwili przedstawiamy, polega na operacyach następujących :

a) Wyznaczenie długości odcinków każdego przęsła,

b) Obliczenie równania największych wartości momentów zgięcia, tak na całéj przestrzeni każdego odcinka, jako téż i w jego punktach ostatecznych,

c) Przedstawienie rysunkiem wypadków otrzymanych powyżéj.

Wykonawszy działania wskazane, rysunek przedstawi nam *jedną tylko* linię łamaną, złożoną z łuków parabolicznych, która ograniczać będzie największe wartości szukane momentów zgięcia.

W przykładzie który podajemy, wyznaczamy wartości momentów zgięcia kolejno w każdym przęśle zaczynając od pierwszego i kończąc na połowie belki.

Figura (12) przedstawi nam geometrycznie wypadki otrzymane; rozwiązując ten przykład wskazaliśmy jednocześnie drogę, którą postępując uformowaliśmy tablice części trzeciéj.

Pierwsze przęsło. — Długości odcinków OD, DE i EF (fig. 12) w przęśle uważaném, dane są

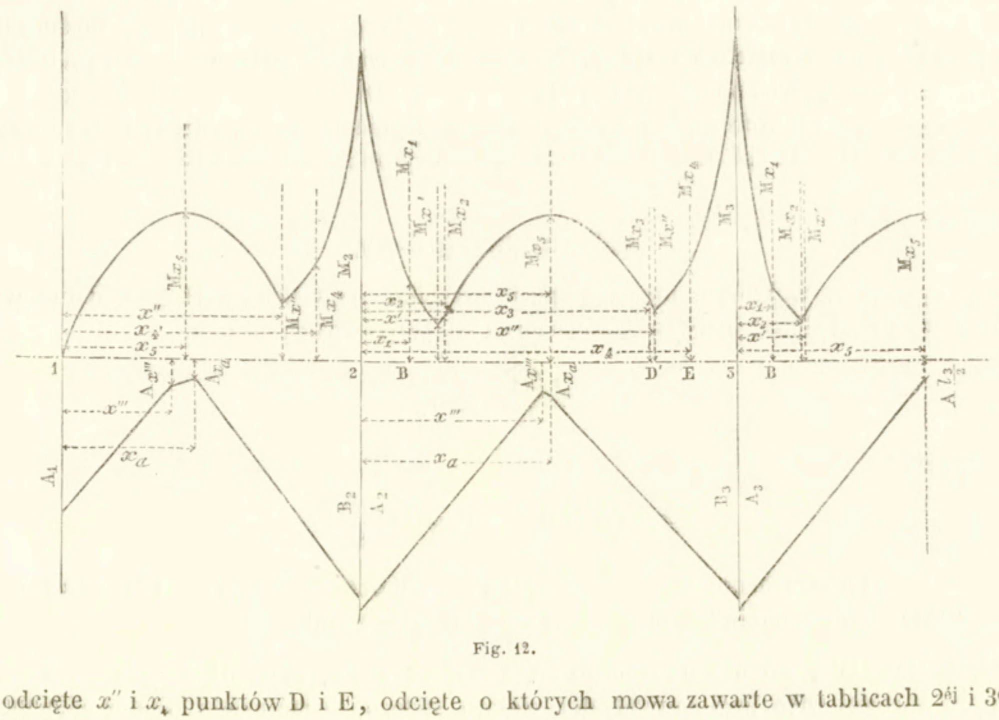


Fig. 12.

przez odcięte x'' i x_4 punktów D i E, odcięte o których mowa zawarte w tablicach 2éj i 3éj mają wartości następujące :

$$x'' = 0,74449\ l_1$$

$$x_4 = 0,879\,95 l_1.$$

Odcinek OE. — Moment zgięcia wywarty przez ciężar stały ma wartości dodatne w pierwszéj części odcinka OE od $x=0$ do $x=x''$; największe więc wartości całkowite momentu zgięcia w tymże odcinku, otrzymują się, dodawszy do wartości poprzednich granicę dodatną momentów zgięcia wywiązanych przez ciężar przypadkowy; przy układzie następującym

1 2 3 4 5

czyli co na jedno wychodzi, podstawiwszy w równaniu (9) za M_2 summę wartości odpowiednich $(m_2 + m''_2)$ wziętych w tablicach 1éj i 6éj; otrzymamy ztąd następujące równanie momentów zgięcia w odcinku uważanym od $x=0$ do $x=x''$,

$$(38)\quad \begin{cases} (M)_0^{x''} = \left(\dfrac{p}{2} + \dfrac{m_2 + m''_2}{l_1^2}\right) l_1 x - 0{,}5 p x^2 \\ \quad = [0{,}5p' - 0{,}127575p' - 0{,}035846p''] l_1 x - 0{,}5 p x^2 \\ \quad = [(0{,}5 - 0{,}035846)p - 0{,}091911p'] l_1 x - 0{,}5 p x^2 \\ (M)_0^{x''} = (0{,}464154p - 0{,}091911p') l_1 x - 0{,}5 p x^2, \end{cases}$$

Założywszy w ostatniém równaniu $x=x''$, otrzymamy wartość momentu zgięcia w punkcie D; oznaczymy tę wartość przez M_x''

$$M_{x''} = (0{,}068426p - 0{,}068427p') l_1^2.$$

Spółczynniki ilości p i p' zawartych w tém równaniu, winny być sobie równe, albowiem w punkcie x'' moment zgięcia utworzonym jest tylko przez ciężar przypadkowy $(p - p')$. Różnica 0,000001 i inne podobne, które czytelnik znajdzie, sprawdzając przykłady podane poniżéj, pochodzą z opuszczenia liczb dziesiętnych po za szóstą cyfrą; wpływ téj różnicy jest zupełnie nieznaczący w ostatecznych wypadkach; z tych dwóch spółczynników przyjmiemy za prawdziwy ten, z którym najmniéj odbywało się działań, to jest w uważanym przypadku spółczynnik ilości p', i napiszemy ostatecznie

$$M_x'' = 0{,}068427\,(p - p') l_1^2$$

Odcięta x_5 punktu, w którym moment zgięcia przybiera największą wartość dodatną, wyznaczy się z pochodnéj względem x pierwszego równania (38), przyrównanéj do zera,

$$\frac{d.(M)_0^{x''}}{dx} = 0,$$

otrzymamy ztąd

$$x_5 = \left(0{,}464154 - 0{,}091911\,\frac{p'}{p}\right) l_1.$$

Znając ilości p i p' otrzymamy natychmiast spółczynnik liczebny odciętéj x_5; a tak otrzymaną wartość podstawiając w równaniu (38) otrzymamy moment zgięcia szukany.

W części pozostałéj odcinka uważanego od $x=x'$ do $x=x_4$ moment zgięcia staje się odjemnym, do wartości więc jego powstałych z ciężaru stałego, dodać należy granicę odjemną utworzoną przez ciężar przypadkowy, rozłożony jak następuje:

1 2 3 4 5

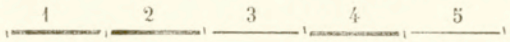
Układ ten jest dopełniającym układu poprzedniego ciężarów przypadkowych, równanie więc momentów zgięcia w tym odcinku będzie dopełniającém równania poprzedniego (38) otrzymamy więc tu bez żadnych innych rachunków

(39) $$(\mathrm{M})_{x'}^{x_4} = -(0{,}091911\mathrm{p} - 0{,}464154p')l_1 x - 0{,}5p'x^2$$

Założywszy w ostatniém równaniu $x = x_4$, otrzymamy wartość momentu zgięcia w punkcie E,

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}080881\mathrm{p} - 0{,}021276p')l_1^2$$

Odcinek EF. — W odcinku tym moment zgięcia jest odjemnym, granica odjemna jego wartości odpowiada następującemu układowi ciężaru przypadkowego



Granica ta momentów zgięcia dodana do wartość jego powstałych z ciężaru stałego, da nam największe odjemne wartości momentów, na pierwszym filarze i w całym odcinku uważanym. Dodawszy więc do siebie stosowne wartości z tablic 1éj i 5éj, otrzymamy najprzód wartość maximum (odjemną) momentu zgięcia na podporze drugiéj,

$$\mathbf{M}_2 = (m_2 + \mathrm{m}'_2)l_1^2 = -(0{,}127757p' + 0{,}151936p'')l_1^2 = -(0{,}151936\mathrm{p} - 0{,}024179p')l_1^2,$$

następnie wprowadziwszy tę wartość $\mathbf{M}_2$ w równanie (9), otrzymamy szukane wartości odjemne momentów.

(40) $$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0{,}5\mathrm{p} - 0{,}151936\mathrm{p} + 0{,}024179p')l_1 x - 0{,}5\mathrm{p}x^2 = (0{,}348064\mathrm{p} + 0{,}024179p')l_1 x - 0{,}5\mathrm{p}x^2.$$

Wartość momentu zgięcia na początku odcinka dla $x = x_4$, powinna być równą wartości otrzymanéj z równania poprzedniego

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}080881p - 0{,}021276p')l_1^2.$$

Drugie przęsło. — Długości odcinków w przęśle drugiém wzięte z tablic 2éj, 3éj i 4éj są następujące :

$$x_1 = 0{,}12475\,\delta l_1 \qquad x_3 = (1 - 0{,}21136)\delta l_1 = 0{,}78864\,\delta l_1$$

$$x' = 0{,}20727\,\delta l_1 \qquad x'' = 0{,}78896\,\delta l_1$$

$$x_2 = 0{,}21739\,\delta l_1 \qquad x_4 = 0{,}88054\,\delta l_1$$

Z porównania odciętych wypada, iż wartości momentu zgięcia w przęśle uważaném będą dodatne w całym odcinku CD (fig. 7); każdy zaś z odcinków BC i DE podzielonym jest przez odcięte x' i x'' na dwie części, gdzie w jednéj z nich wartości momentu są dodatne, w drugiéj zaś odjemne.

Odcinek OB. — Największe wartości odjemne momentu zgięcia w odcinku uważanym, otrzymują się z równania ogólnego (8) nadając w niém na M_k i M_{k+1} stosowne wartości z tablic 1éj i 5éj,

$$(\mathrm{M})_0^{x'} = \mathbf{M}_2 + \left(0{,}5\delta\mathrm{p} + \frac{(m_3 + m'_3) - \mathbf{M}_2}{\delta l_1^2}\right) l_1 x - 0{,}5\mathrm{p}x^2,$$

$$= \mathbf{M}_2 + \left(0{,}625\mathrm{p} + \frac{0.108280\mathrm{p} - 0{,}111222p'}{\delta}\right) l_1 x - 0{,}5\mathrm{p}x^2,$$

(41) $$(\mathrm{M})_0^{x'} = -(0{,}151936\mathrm{p} - 0{,}024179p')l_1^2 + (0{,}711624\mathrm{p} - 0{,}088978p')l_1 x - 0{,}5\mathrm{p}x^2.$$

Na końcu odcinka OB, to jest w punkcie B (fig. 12) dla $x=x_1$ wartość momentu zgięcia będzie

$$M_{x_1}=-(0{,}053125p-0{,}010304p')l_1^2$$

Odcinek DE. — Ostatnie równanie (41) wyraża jednocześnie wartości dodatne momentu zgięcia w części x_3x'' odcinka DE to jest

$$(M)_0^{x_1}=(M)_{x_3}^{x''}(*)$$

W części pozostałéj $x''x_4$ tegoż odcinka wartości odjemne momentu zgięcia przedstawione będą przez równanie dopełniające równania (41)

$$(M)_{x''}^{x_4}=(0{,}024179p-0{,}151936p')l_1^2-(0{,}088978p-0{,}711624p')l_1x-0{,}5p'x^2.$$

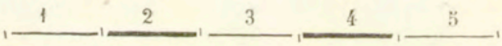
Nakoniec wartości momentu zgięcia w punktach przecięcia parabol w odcinku uważanym będą

$$M_{x_3}=(0{,}063682p-0{,}063536p')l_1^2,$$

$$M_{x''}=0{,}063572(p-p')l_1^2,$$

$$M_{x_4}=(0{,}073758p-0{,}025590p')l_1^2.$$

Odcinek CD. — W przypadku rozbieranym jakeśmy wspomnieli powyżéj, moment zgięcia ma wartości dodatne w całym odcinku CD $(x_2\,x_3)$; wartości te przedstawione będą przez równanie uformowane za pomocą tablic 1éj i 6éj przy następującym układzie ciężaru przypadkowego



otrzymamy ztąd

$$(42)\qquad (M)_{x_2}^{x_3}=(m_2+m''_2)l_1^2+\left(0{,}5\delta p+\frac{(m_3+m''_3)-(m_2+m''_2)}{\delta l_1^2}\right)l_1x-0{,}5px^2$$

$$=-(0{,}091912p+0{,}035485p')l_1^2+(0{,}650735p-0{,}028089p')l_1x-0{,}5px^2.$$

Założywszy w tém równaniu $x=x_2$ i $x=x_3$, otrzymamy wartości momentu zgięcia na końcach odcinka, to jest w punktach C i D.

$$M_{x_2}=(0{,}047998p-0{,}043478p')l_1^2,$$

$$M_{x_3}=(0{,}063682p-0{,}063535p')l_1^2.$$

Nakoniec odcięta x_5 gdzie moment zgięcia przybiera wartość dodatną maximum, wyznaczy się z równania pochodnéj $\frac{d.\,(M)_{x_2}^{x_3}}{dx}=0$, przyrównanéj do zera; zkąd

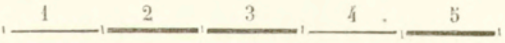
$$x_5=\left(0{,}650735-0{,}028089\frac{p'}{p}\right)l_1.$$

(*) Rownanie to podaliśmy tu dla uzupełnienia kwestyi, w rzeczywistości jednakże ma ono bardzo małe zastosowanie; parabola bowiem przez nie przedstawiona stosuje się tylko do przestrzeni $0^m{,}032l_2$ w przypadku gdyby długość przęsła uważanego była 100^m, ponieważ w tym razie

$$100^m(x''-x_3)=0{,}032,$$

parabola więc ta może być opuszczoną, albo w każdym razie zastąpioną przez cięciwę.

Odcinek EF. — Wiadomo, iż w odcinku uważanym, moment zgięcia jest odjemnym, największe jego wartości odpowiadają kombinacyi ciężaru przypadkowego, wywiązującego największy odjemny moment zgięcia, na podporze trzeciéj,



Podstawiwszy tedy wartości odpowiednie z tablic 1éj i 5ej w wyrażenie momentu zgięcia na podporze trzeciéj otrzymamy

$$\mathbf{M}_3 = (m_3 + \mathbf{m}'_3) = -(0{,}130699p' + 0{,}168731p'')l_1^2 = -(0{,}168731\mathbf{p} - 0{,}038032p')l^2.$$

Następnie wprowadziwszy tę wartość do równania ogólnego (8), będziemy mieli następujące równanie momentów zgięcia w odcinku EF′

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = (m_2 + m'_2) + \left(0{,}5\delta\mathbf{p} + \frac{\mathrm{M}_3 - (m_2 + m'_2)}{\delta l_1^2}\right) l_1 x - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$= -(0{,}127757p' + 0{,}061637p'')l_1^2 + \left(0{,}625\mathbf{p} - \frac{0{,}092906\mathbf{p} - 0{,}104152p'}{\delta}\right) l_1 x - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

(43) $$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}061637\mathbf{p} + 0{,}066120p')l_1^2 + (0{,}539325\mathbf{p} + 0{,}083321p')l_1 x - 0{,}5\mathbf{p}x^2.$$

Na początku tego odcinka w punkcie E wartość momentu zgięcia będzie

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}073755\mathbf{p} - 0{,}025589p')l_1 x^2$$

Odcinek BC. — Ostatnie równanie (43) wyrazi jednocześnie wartości dodatne momentu zgięcia w części pozostałéj $x'\,x_2$ odcinka uważanego BC.

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = (\mathrm{M})_{x'}^{x_2}$$

Równanie zaś dopełniające tegoż równania (43) wyrażać będzie wartości odjemne momentów zgięcia w części pozostałéj $x_1\ x'$ odcinka uważanego.

(44) $$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}066120\mathbf{p} + 0{,}061637p')l_1^2 + (0{,}083321\mathbf{p} + 0{,}539325p')l_1 x - 0{,}5p'x^2.$$

W punktach przecięcia parabol, to jest w punktach wyznaczonych przez odcięte x_1, x' x_2, wartości momentu zgięcia będą następujące

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}053127\mathbf{p} - 0{,}010306p')l_1^2,$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -(0{,}044533)(\mathbf{p} - p')l_1^2,$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}047998\mathbf{p} - 0{,}043478p')l_1^2.$$

Trzecie przęsło. — Długości odcinków, w pierwszéj połowie przęsła uważanego są następujące :

$$x_1 = 0{,}12037\,\delta l_1,$$

$$x_2 = 0{,}21176\,\delta l_1,$$

$$x' = 0{,}21241\,\delta l_1.$$

Odcinek OB. — W odcinku tym postępując w sposób podobny, jak w przęśle poprzedzającém, otrzymamy największe wartości odjemne momentu zgięcia za pomocą równania

$$(\mathrm{M})_0^x = \mathbf{M}_3 + \left(0{,}5\delta\mathbf{p} + \frac{(m_4 + m'_4) - \mathbf{M}_3}{\delta l_1^2}\right) l_1 x^2 - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$= -(0{,}168731\mathbf{p} - 0{,}038032\,p')l_1^2 + \left(0{,}625\,\mathbf{p} - \frac{(0{,}044688\mathbf{p} + 0{,}086011p') - \mathbf{M}_3}{\delta}\right) l_1 x - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

(45) $$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}168731\mathbf{p} - 0{,}038032p')l_1^2 + (0{,}724234\mathbf{p} - 0{,}099234p')l_1 x - 0{,}5\mathbf{p}x^2.$$

Na końcu odcinka w punkcie B wartość momentu będzie dla $x = x_1$.

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}071082\mathbf{p} - 0{,}023101p')l_1^2.$$

Odcinek BC. — W przypadku rozbieranym odcięte x i x'' wchodzą od odcinka środkowego CD, w odcinku więc uważanym BC wartości momentu zgięcia są odjemne; wartości te jak wiadomo przedstawione będą przez równanie dopełniające, równania wartości odjemnych momentu zgięcia w odcinku EF', to jest

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2}\,\mathrm{dop} = (\mathrm{M})_{x_4}^{l_3}.$$

Ostatnie równanie, wskutek symetryi przęsła uważanego, przedstawia wartości symetryczne względem środka przęsła z równaniem dopełniającém równania (45); wyprowadzi się więc ono z tego ostatniego zastępując w niém x przez $\delta l_1 - x$. Wykonawszy działania wskazane otrzymamy :

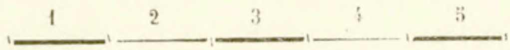
(46) $$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}086010\mathbf{p} + 0{,}044689p')l_1^2 + (0{,}099234\mathbf{p} + 0{,}525766p')l_1 x - 0{,}5p'x^2.$$

Nadawszy w równaniu tém na x wartości x_1 i x_2, otrzymamy wyrażenia momentu zgięcia na końcach odcinka

$$\mathrm{M}_{x_1} = (0{,}071080p - 0{,}023099p')l_1^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}059743p - 0{,}059448p')l_1^2$$

Odcinek CD. — W części środkowéj $x'x''$ odcinka uważanego moment zgięcia jest dodatnym; największe jego wartości odpowiadają przypadkowi, w którym ciężar przypadkowy rozłożonym jest na przęsłach 1, 3, 5.



Wprowadziwszy do równania (8) wartości odpowiadające temu przypadkowi wyjęte z tablic 1ej i 6ej, otrzymamy równanie następujące momentów zgięcia.

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = (m_3 + m''_3) = (0{,}5\delta\mathbf{p} + 0)lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

(47) $$= -(0{,}070956\mathbf{p} + 0{,}059743p')l_1^2 + 0{,}625\mathbf{p}l_1 x - 0{,}5\mathbf{p}x^2.$$

Równanie to jest symetryczném względem środka belki, parabola przedstawiona przez nie, zawartą jest między odciętemi x' x'' równo oddalonemi od tegoż środka, wartości więc momentu zgięcia w tych punktach będą równe. Nakoniec wierzchołek paraboli, czyli największa wartość dodatna momentu zgięcia znajduje się w środku przęsła. Założywszy tedy $x = x'$ i $x = x_5 = 0{,}625l_1$ otrzymamy kolejno.

$$\mathrm{M}_{x'} = \mathrm{M}_{x''} = 0{,}059743(\mathrm{p} - p')l_1^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}124356\mathrm{p} - 0{,}059743p')l_1^2.$$

W częściach pozostałych odcinka uważanego x_2x' i $x''x_3$ moment zgięcia przybiera wartości odjemne, które będą wyrażone przez równanie dopełniające równania ostatniego (47),

$$(48)\qquad (\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = (0{,}059743p + 0{,}070956p')l^2 + 0{,}625p'l_1x - 0{,}5p'x^2.$$

Na końcu odcinka w punkcie C dla $x = x_2$ otrzymamy następujące wyrażenie momentu zgięcia.

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}059743p - 0{,}059448p')l_1^2.$$

Przykłady uproszczone. — W przykładzie poprzedzającym wyznaczyliśmy równania momentów zgięcia we wszystkich odcinkach każdego przęsła, a to w celu podania ściśle całéj krzywéj obwiednéj największych wartości tychże momentów, w każdym punkcie belki uważanéj. W zastosowaniach jednakże bardzo rzadko wymaga się przykładów rozwiązanych z podobną ścisłością; w wielu razach dostateczném jest tylko wyznaczenie największych wartości odjemnych momentu w odcinkach skrajnych OB i EF i wartości dodatnych, tegoż w odcinku CD każdego przęsła środkowego.

W znacznéj bowiem liczbie przypadków moment sprężystości najmniejszego przecięcia poprzecznego belki (*), przewyższa już znacznie wartości momentu zgięcia, na końcach odcinków powyżéj wspomnianych, i przedstawi się na rysunku jako linia pozioma, przecinająca tylko parabole momentów w tychże odcinkach; w przypadkach więc tych zupełnie jest nieużytecznem wyznaczenie wartości momentu zgięcia w odcinkach pozostałych; same więc tylko wartości tego ostatniego przewyższające moment sprężystości wspomniany, użytecznie posłużyć mogą do obliczenia wzmocnienia przecięcia belki, przez dodanie nowych pasów poziomych 2go, 3go i. t. d.

W przypadkach więc kiedy wymiary belki są znaczne, to jest, kiedy długość jéj przęseł zbliża się lub przewyższa 100m,00, dobrze jest przy obliczaniu jéj wytrzymałości użyć wszystkich równań, wyprowadzonych w części trzeciéj, albowiem w tym razie wartości momentów zgięcia, w częściach odcinków BC i DE przewyższać mogą wartości momentu sprężystości, najmniejszego wyżéj określonego przecięcia belki; we wszystkich zaś innych przypadkach można się ograniczyć tylko na trzech równaniach następujących, w każdém przęśle środkowém.

$$(\mathrm{M})_{x_0}^{x_1},$$

$$(\mathrm{M})_{x_2 \text{ albo } x'}^{x_3 \text{ albo } x''},$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_k}.$$

Co do przęseł skrajnych linia obwiedna momentów jest w nich dość prostą, żadnych więc uproszczeń nie proponujemy tam wprowadzać.

III. — Wyznaczenie sił poprzecznych.

Metody ogólne. — Widzieliśmy w pierwszéj części, iż po otrzymaniu wyrażeń momentów zgięcia, łatwo jest wyznaczyć natężenie sił poprzecznych w każdym punkcie belki.

(*) Oznaczamy nazwą przecięcia najmniejszego belki przecięcie składające się z niezbędnych tylko elementów stanowiących belkę, to jest z żelaz kątowych (cornières) przymocowanych do *jednego tylko* pasa poziomego z każdéj strony ściany pionowéj belki.

W przypadku gdy wytrzymałość belki, oblicza się za pomocą metody tak zwanéj geometrycznéj, największe wartości siły poprzecznéj otrzymują się za pomocą wzorów ogólnych [od (11)° do (16)°], podstawiając w nich wartości odpowiednie momentów zgięcia obliczonych przy układach ciężaru przypadkowego tworzących :

a) Największe i najmniejsze wartości (odjemne) momentu zgięcia na podporach ograniczających przęsło uważane, dla każdego z przęseł środkowych.

b) Największe i najmniejsze wartości (dodatne) momentu zgięcia w odcinku środkowym, i największe jego wartości (odjemne) na filarze przyległym dla przęseł skrajnych.

W zastosowaniu metody analitycznéj, gdzie wartości momentów zgięcia wyrażone są za pomocą równań w każdym punkcie belki, największe wartości szukane siły poprzecznéj, otrzymują się bardzo łatwo, biorąc pochodne z równań odpowiednich momentów zgięcia, przy układach ciężaru przypadkowego wskazanych powyżéj; równania więc siły poprzecznéj, zachowując znakowania przyjęte w części pierwszéj, będą następujące :

a) W pierwszém przęśle

$$(A)_0^{x''} = d\frac{(M)_0^{x''}}{dx} \text{ granica dodatna,}$$

$$\left.\begin{aligned} (A)_{x''}^{xa} &= d\frac{(M)_{x''}^{x_1}}{dx} \\ (A)_{xa}^{l_1} &= d\frac{(M)_{x_1}^{l_1}}{dx} \end{aligned}\right\}\text{granice odjemne}$$

b) W przęśle środkowém którémkolwiek k

$$\left.\begin{aligned} &(A)_0^{x'' \text{ lub } xa} = d\frac{(M)_0^{x_1}}{dk} \\ \text{jeżeli } x''' < x_a \quad &(A)_{x'''}^{xa} = \text{dop } (A)_0^{'''} \end{aligned}\right\}\text{granice dodatne}$$

$$\left.\begin{aligned} x''' > x_a \quad &(A)_{xa}^{x'''} = \text{dop } (A)_{x''}^{l_k} \\ &(A)_{x'' \text{albo } xa}^{l_k} = d\frac{(M)_{x_1}^{l_k}}{dx} \end{aligned}\right\}\text{granice odjemne.}$$

Otrzymany więc dla każdego przęsła, za pomocą jednéj lub drugiéj metody, jakeśmy to również wskazali przy końcu części pierwszéj, trzy linie proste przecinajace się, których rzędne przedstawią nam wartości szukane sił poprzecznych w odcinkach właściwych.

Działania jakie wykonać należy, aby wyznaczyć wartości sił poprzecznych, za pomocą równań momentów zgięcia są tak łatwe, iż zdaje się nam zbyteczném wyprowadzenie wzorów szczegółowych, odpowiadających każdemu z powyżéj rozbieranych przypadków; ograniczymy się tu tylko, dla wskazania sposobu postępowania, wyznaczeniem równań sił poprzecznych, odnoszących się do przykładu poprzedniego, dla którego wyznaczyliśmy równania momentów zgięcia.

Wykonywując działania podobne na tablicach analitycznych podanych w części trzeciéj, otrzymamy łatwo wartości sił poprzecznych we wszystkich tam wyliczonych przypadkach.

PRZYKŁAD.—**Belka o pięciu przęsłach**, $\delta = 1{,}25$.— W przykładzie obecnym, uporządkujemy działania w podobny sposób, jak w przykładzie poprzednim dla momentów zgięcia; to jest wyznaczymy najprzód długości odcinków każdego przęsła, następnie wyznaczymy równania sił poprzecznych w każdém z nich; nakoniec zakładając w równaniach sił poprzecznych $x = 0$, $x = x_a$ albo x''' i $x = l_k$, otrzymamy ich wyrażenia na końcach odcinków.

Wypadki ztąd otrzymane, przedstawiliśmy geometrycznie na fig. 12 w założeniu $p = 2p'$, umieściliśmy je pod osią x, aby w ten sposób połączyć na jednéj i téj saméj figurze, tak przedstawienie momentów zgięcia jako też i sił poprzecznych.

Pierwsze przęsło. — Długości odcinków w przęśle tém wyznaczone z tablic 2éj i 3éj są następujące

$$x''' = \frac{1}{2}x'' = 0{,}37224 l_1$$

$$x_a = \frac{1}{2}x_4 = 0{,}439985 l_1.$$

W odcinku pierwszym od $x = 0$ do $x = x'''$ granica dodatna sił poprzecznych wyrażoną będzie przez pochodnę równania (38).

$$(49) \qquad (\mathrm{A})_0^{x'''} = \frac{d(\mathrm{M})_0^{x''}}{dx} = (0{,}464154p - 0{,}091911p')l_1 - px.$$

W odcinku następującym od $x = x'''$ do $x = x_a$. granica odjemna sił poprzecznych wyrazi się przez pochodnę równania dopełniającego (38) albo wprost przez równanie dopełniające równania ostatniego (49).

$$(50) \qquad (\mathrm{A})_{x'''}^{x_a} = -(0{,}091911p - 0{,}464154p')l_1 - p'x.$$

W odcinku pozostałym od $x = x_a$ do $x = l_1$, granica odjemna wartości sił poprzecznych wyrażoną będzie przez pochodnę równania (40).

$$(51) \qquad (\mathrm{A})_{x_a}^{l_1} = (0{,}348064p + 0{,}024179p')l_1 - px.$$

Podstawiwszy teraz w równaniach odpowiednich za x wartości odciętych x''' i x_a; otrzymamy następujące wyrażenia siły poprzecznéj w tych punktach.

$$\mathrm{A}_{x'''} = (0{,}091911)(p - p')l_1$$

$$\mathrm{A}_{x_a} = (0{,}024179p - 0{,}091911p')l_1.$$

Założywszy następnie w pierwszém równaniu $x = 0$, otrzymamy wartość siły poprzecznéj na pierwszym przyczółku

$$\mathrm{A}_1 = (0{,}464154p - 0{,}091911p')l_1.$$

Nakoniec w trzeciém równaniu (51) dla $x = l_1$, wartość siły poprzecznéj na drugiéj podporze, to jest na pierwszym filarze będzie

$$\mathrm{B}_2 = -(0{,}651970p - 0{,}024179p')l_1.$$

Drugie przęsło. — Odcięte przedstawiające w przęśle uważaném długości odcinków wyznaczą się również za pomocą tablic 2ej i 3ej

$$x''' = \frac{x' + x''}{2} = 0,498115\delta l,$$

$$x_a = \frac{x_1 + x_4}{2} = 0,502645\,\delta l.$$

W pierwszym odcinku od $x=0$ do $x=x'''$, granica dodatna wartości sił poprzecznych daną będzie przez pochodnę równania (41).

$$(52) \qquad (A)_{x_0}^{x'''} = d\frac{(M)_0^{x_1}}{dx} = (0,711624p - 0,088978p')l_1 - px;$$

W drugim odcinku od $x=x'''$ do $x=x_a$ granica odjemna, to jest najmniejsze wartości dodatne sił poprzecznych wyrażoną będzie przez równanie dopełniające równania ostatniego.

$$(53) \qquad (A)_{x'''}^{x_a} = -(0,088978p - 0,711624p')l_1 - p'x$$

nakoniec w pozostałym odcinku od $x=x_a$ do $x=l_2$ granica odjemna sił poprzecznych wyrazi się przez pochodnę równania (43).

$$(54) \qquad (A)_{x_a}^{l_2} = (0,539325p + 0,083321p')l_1 - px.$$

Jeżeli w równaniach otrzymanych podstawimy za x jego wartości odpowiadające końcom odcinków właściwych, otrzymamy wtedy w tych punktach wyrażenia następujące sił poprzecznych :

$$x=0 \qquad A_2 = (0,711624p - 0,088978p')l_1,$$

$$x=x''' \qquad A_x''' = (0,088978(p - p'')l_1,$$

$$x=x_a \qquad A_{x_a} = -(0,088978p - 0,083321p')l_1,$$

$$x=\delta l \qquad B_3 = -(0,710675p - 0,083321p')l_1.$$

Trzecie przęsło. — W przypadku obecnym w skutek symetryi belki mamy $\frac{x'+x''}{2} = \frac{x_1+x_4}{2} = \frac{\delta l_1}{2}$ $=0,625l_1$, odcięte więc x''' i x_a wyznaczają jeden i tenże sam punkt znajdujący się we środku przęsła; siły więc poprzeczne w pierwszéj połowie przęsła uważanego, przedstawione będą przez jedną linię prostą i w drugiéj połowie przez linię symetryczną.

Równanie pierwszéj linii przedstawiającéj granicę dodatną sił poprzecznych danêm jest przez pochodnę równania (45).

$$(55) \qquad (A)_0^{\frac{l_3}{2}} = (0,724234p - 0,099234p')l_1 - px.$$

W drugiéj połowie przęsła uważanego granica odjemna sił poprzecznych wyrażoną będzie przez równanie symetryczne względem środka przęsła wzięte ze znakiem przeciwnym.

Założywszy w ostatniém równaniu $x=0$, otrzymamy wartość siły poprzecznéj na początku przęsła.

$$A_3 = (0,724234p - 0,099234p')l_1.$$

We środku zaś przęsła dla $x=\frac{\delta l}{2}=0{,}625 l$ wartość siły poprzecznéj będzie

$$A_{\frac{l_2}{2}}=0{,}099234(p-p')l_1.$$

Jako zakończenie części drugiéj podamy tu przypadek belki umieszczonéj na trzech podporach, to jest mającéj dwa tylko przęsła; przypadek ten napotyka się dość często w budownictwie i stanowi niejako pierwszy szczebel belek wieloprzęsłowych; wzory do niego się odnoszące, jakkolwiek znacznie są uproszczone, sądziliśmy jednakże, iż podanie wypadków liczebnych w funkcyi p, l_1 i δ zajmie właściwie miejsce w niniejszéj pracy.

W skutek okoliczności miejscowych zdarza się niekiedy, iż długości przęseł nie mogą być jednakowe; dla uwzględnienia tego przypadku wyprowadzimy tu wyrażenia momentów zgięcia w funkcyi δ; następnie przy końcu tablic analitycznych części trzeciéj podamy wyrażenia tychże w przypadku uproszczonym, najczęściéj używanym gdzie $\delta=1$.

Oznaczymy tu również jak w przykładach następnych przez l i δl długości pierwszego i drugiego przęsła; stosunek δ w tym razie, jako zależący od okoliczności miejscowych, nie ma wartości przyjętych a priori; winien on być tylko, o ile można zbliżonym do jedności, gdyż tym sposobem unika się nieregularnego rozkładu sił zewnętrznych po obu stronach filaru.

Wartość momentu zgięcia na filarze wyznaczy się z pierwszego równania grupy (2) zakładając w niém $M_3=0$.

$$M_2=\frac{l^2(p_1+p_2\delta^3)}{8(1+\delta)}.$$

Jeżeli podstawimy tę wartość w równania paraboli momentów zgięcia (9) i (10), i jeśli wykonamy działania odpowiednie wskazane w części drugiéj, wtedy otrzymamy kolejno wypadki następujące:

Pierwsze przęsło.

$$x''=\left(1-\frac{1+\delta^3}{4(1+\delta)}\right)l,$$

$$x_4=\left(1-\frac{1}{4(1+\delta)}\right)l,$$

$$x_5=\left[\frac{3+4\delta}{8(1+\delta)}-\frac{\delta^3}{8(1+\delta)}\cdot\frac{p'}{p}\right]l,$$

$$(M)_0^{x''}=\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8(1+\delta)}\right)p-\frac{\delta^3}{8(1+\delta)}p'\right]lx-\frac{1}{2}px^2,$$

$$(M)_{x''}^{x_4}=\text{dop}\,(M)_0^{x''}$$

$$(M)_{x_4}^{l}=\left[\frac{1}{2}-\frac{1+\delta^3}{8(1+\delta)}\right]plx-\frac{1}{2}px^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = \frac{\delta}{4(1+\delta)}\delta l$$

$$x' = \frac{1+\delta^3}{4\delta^2(1+\delta)}\delta l,$$

$$x_5 = \left(\frac{4+4\delta^2+\delta^3}{8(1+\delta)} + \frac{1}{8(1+\delta)}\frac{p'}{p}\right)\delta l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -\frac{1+\delta^3}{8(1+\delta)}pl^2 + \left[\frac{\delta}{2} + \frac{1+\delta^3}{8(1+\delta)}\right]plx - \frac{1}{2}px^2,$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = \mathrm{dop}\ (\mathrm{M})_{x'}^{l_2}$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{l_2} = -\frac{\delta^3 p + p'}{8(1+\delta)}l^2 + \left[\frac{4\delta+4\delta^2+\delta^3}{8(1+\delta)}p + \frac{1}{8(1+\delta)}p'\right]lx - \frac{1}{2}px^2.$$

CZĘŚĆ III

TABLICE ANALITYCZNE MOMENTÓW ZGIĘCIA.

Część trzecia niniejszéj pracy, jak tytuł powyższy wskazuje, obejmuje tablice analityczne momentów zgięcia, obliczone za pomocą danych części drugiéj, dla belek symetrycznych mających od 3ch do 8iu przęseł włącznie, przy stosunkach δ zwykle używanych w zastosowaniach, które przyjęliśmy w części drugiéj ; to jest gdy

$$\delta = 1,00, \quad 1,10, \quad 1,20, \quad 1,25 \text{ i } 1,30.$$

W przypadkach tu wskazanych podajemy równania przedstawiające wartości momentów zgięcia w każdym punkcie pierwszéj połowy belki, jak również wyrażenia tychże na końcach każdego z odcinków. Wartości te wyrażone są wszystkie, jakeśmy wskazali w przykładzie ostatnim, w funkcyi ciężarów stałego i całkowitego p' i $p = p' + p''$, jak również w funkcyi długości pierwszego przęsła l_1, w ten sposób wartości liczebne momentów zgięcia otrzymają się mnożąc spółczynniki odpowiednie ich równań podane w tablicach przez dwa tylko czynniki pl^2_1 lub $p'l^2_1$, dla każdéj danéj wartości dla x.

W celu uniknienia powtarzań wskazu ilości l_1, oznaczyliśmy w tablicach długość tę wprost przez przez l ; długość zaś któregokolwiek przęsła środkowego, dla odróżnienia oznaczoną jest ogólnie przez δl.

Każde z wyrażeń momentu zgięcia na końcach odcinków wyliczoném jest z dwóch równań parabol momentów przecinających się, a zatém mających rzędnę wspólną w tych punktach ; wypadki otrzymane z pierwszego i drugiego równania przedstawiają w niektórych przęsłach małe różnice w dziesiętnych szóstego rzędu, pochodzące z opuszczenia lub dodania dziesiętnych przy wykonaniu działań ; przyjęliśmy w tych razach do tablic średnią arytmetyczną wypadków otrzymanych za wartość ostateczną momentu zgięcia.

Na końcu tablic dołączyliśmy wyrażenia momentów zgięcia belek dwuprzęsłowych, w przypadku ogólnie używanym, gdzie $\delta = 1$.

TABLICA I

TRZY PRZĘSŁA. — $\delta = 1,00$.

Pierwsze przęsło

$$x_1 \text{ i } x' = 0$$

$$x'' = 0,80000\,l$$

$$x_4 = 0,86667\,l$$

$$x_5 = \left(0,45 - 0,05\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right) l$$

$$\mathbf{M}_1 = 0$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0,45\,\mathbf{p} - 0,050\,p')\,l - 0,5\,\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0,45\,\mathbf{p} - 0,050\,p')\,lx_5 - 0,5\,\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,04\,(\mathbf{p} - p')\,l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -\,(0,05\,\mathbf{p} - 0,45\,p')\,lx - 0,5\,p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -\,(0,043333\,\mathbf{p} - 0,014445\,p')\,l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x}^{l_1} = (0,383333\,\mathbf{p} + 0,016667\,p')\,lx - 0,5\,\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0,11270\,l$$

$$x_2 = 0,20000\,l$$

$$x' = 0,27639\,l$$

$$x_5 = 0,5\,l$$

$$\mathbf{M}_2 = -\,(0,116667\,\mathbf{p} - 0,016667\,p')\,l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -\,(0,116667\,\mathbf{p} = 0,016667\,p')\,l^2 + (0,583333\,\mathbf{p} - 0,083333\,p')\,lx - 0,5\,\mathbf{p}\,x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -\,(0,057275\,\mathbf{p} - 0,007276\,p')\,l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -\,(0,066666\,\mathbf{p} + 0,033333\,p')\,l^2 + (0,083333\,\mathbf{p} + 0,416667\,p')\,lx - 0,5\,p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -\,(0,05\,\mathbf{p} - 0,03\,p')\,l^2$$

Drugie przęsło — (dalszy ciąg).

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x} = -0{,}05\,(\mathbf{p}+p')l^2 + 0{,}5p'lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}05\,(\mathbf{p}-p')\,l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x''} = -0{,}05\,(\mathbf{p}+p')l^2 + 0{,}5\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}075\mathbf{p} - 0{,}05p')\,l^2$$

TRZY PRZĘSŁA. $\delta = 1{,}10$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}78009l$$

$$x_4 = 0{,}87219l$$

$$x_5 = \left(0{,}452830 - 0{,}062783\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x''} = (0{,}452830\mathbf{p} - 0{,}062783p')\,lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}452830\mathbf{p} - 0{,}062783p')\,lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}048978\,(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = -(0{,}062783\mathbf{p} - 0{,}452830p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}054759\mathbf{p} - 0{,}014596p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l} = (0{,}373309\mathbf{p} + 0{,}016738p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}11760\delta l$$

$$x_2 = 0{,}20755\delta l$$

$$x' = 0{,}23873\delta l$$

$$x_5 = 0{,}5\delta l = 0{,}55l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}126691\mathbf{p} - 0{,}016738p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}126691\mathbf{p} - 0{,}016738p')l^2 + (0{,}623315\mathbf{p} - 0{,}073315p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}054426\mathbf{p} - 0{,}007254p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}063908\mathbf{p} + 0{,}046045p')l^2 + (0{,}073315\mathbf{p} + 0{,}476685p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}047170\mathbf{p} - 0{,}036723p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x'} = -(0{,}047170\mathbf{p} + 0{,}062783p')l^2 + 0{,}55p'lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -(0{,}047170\,(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x''} = -(0{,}062783\mathbf{p} + 0{,}047170p')l^2 + 0{,}55\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}088467\mathbf{p} - 0{,}047170p')l^2$$

TRZY PRZĘSŁA. $\delta = 1,20$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0,75643\,l$$

$$x_4 = 0,87723\,l$$

$$x_5 = \left(0,455357 - 0,077143\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right) l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0,455357\mathbf{p} - 0,077143p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0,455357\mathbf{p} - 0,077143p')lx_5 - 0,5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,058353(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0,077143\mathbf{p} - 0,455357p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0,067672\mathbf{p} - 0,014687p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0,361473\mathbf{p} + 0,016741p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0,122048\,l$$

$$x_2 = 0,214298\,l$$

$$x' = 0,215658\,l$$

$$x_5 = 0,5\delta l = 0,6\,l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0,138527\mathbf{p} - 0,016741p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0,138527\mathbf{p} - 0,016741p')l^2 + (0,665104\mathbf{p} - 0,065104p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0,051847\mathbf{p} - 0,007207p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0,061384\mathbf{p} + 0,060402p')l^2 + (0,065104\mathbf{p} + 0,534896p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0,044643\mathbf{p} - 0,044084p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0,044643\mathbf{p} + 0,077143p')l^2 + 0,6p'lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0,044643(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = -(0,077143\mathbf{p} + 0,044643p')l^2 + 0,6\mathbf{p}lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0,102857\mathbf{p} - 0,044643p')l^2$$

TRZY PRZĘSŁA. $\delta = 1,25$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0,74321\,l$$

$$x_4 - 0,87960\,l$$

$$x_5 = \left(0,456522 - 0,084919\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right) l$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}456522\mathbf{p} - 0{,}084919p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}456522\mathbf{p} - 0{,}084919p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}063112(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}084919\mathbf{p} - 0{,}456522p')lx - 05p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}074695\mathbf{p} - 0{,}014709p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0{,}354881\mathbf{p} + 0{,}016722p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}124108l$$

$$x' = 0{,}207348l$$

$$x_2 = 0{,}217398l$$

$$x_3 = 0{,}5\delta l - 0{,}625l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}145119\mathbf{p} - 0{,}016722p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}145119\mathbf{p} - 0{,}016722p')l^2 + (0{,}686538\mathbf{p} - 0{,}061538p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}050661\mathbf{p} - 0{,}007176p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}060200\mathbf{p} + 0{,}068197p')l^2 + (0{,}061538\mathbf{p} + 0{,}563462p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044252\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}068197\mathbf{p} + 0{,}060200p')l^2 + (0{,}563462\mathbf{p} + 0{,}061538p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}047997\mathbf{p} - 0{,}043479p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = -(0{,}084918\mathbf{p} + 0{,}043479p')l^2 + 0{,}625\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}110395\mathbf{p} - 0{,}043479p')l^2$$

TRZY PRZĘSŁA. $\delta = 1{,}30$.

Pierwsze przęsło

$$x' = 0{,}72907l$$

$$x_4 = 0{,}88187l$$

$$x_5 = \left(0{,}457627 - 0{,}093093\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}457627\mathbf{p} - 0{,}093093p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}457627\mathbf{p} - 0{,}093093p)lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x''} = 0{,}067871\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}093193\mathrm{p} - 0{,}457627p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}082096\mathrm{p} - 0{,}014721p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_1} = (0{,}347842\mathrm{p} + 0{,}016692p')lx - 0{,}5\mathrm{p}\,x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}126066l$$

$$x' = 0{,}200536l$$

$$x_2 = 0{,}220346l$$

$$x_5 = 0{,}56l = 0{,}65l$$

$$\mathbf{M_2} = -(0{,}152158\mathrm{p} - 0{,}016692p')l^2$$

$$(M)_{x_0}^{x_1} = -(0{,}152158\mathrm{p} - 0{,}016692p')l + (0{,}708275\mathrm{p} - 0{,}058275p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}049515\mathrm{p} - 0{,}007142p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x'} = -(0{,}059065\mathrm{p} + 0{,}076401p')l^2 + (0{,}058275\mathrm{p} + 0{,}591725p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}043875(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_2} = -(0{,}076401\mathrm{p} + 0{,}059065p')l^2 + (0{,}591725\mathrm{p} + 0{,}058275p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}052065\mathrm{p} + 0{,}042373p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x_3} = -(0{,}093093\mathrm{p} + 0{,}042373p')l^2 + 0{,}65\mathrm{p}lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}118157\mathrm{p} - 0{,}042373p')l^2$$

TABLICA II

CZTERY PRZĘSŁA, $\delta = 1{,}00$

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}78571l$$

$$x_4 = 0{,}86607l$$

$$x_5 = \left(0{,}446429 - 0{,}053572\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(M)_0^{x''} = (0{,}446429\mathrm{p} - 0{,}053572p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_5} = (0{,}446429\mathbf{p} - 0{,}053572p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = (0{,}042093)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}053572\mathbf{p} - 0{,}446429p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}046397\mathbf{p} - 0{,}011600p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_1} = (0{,}379464\mathbf{p} + 0{,}013393p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}111685\delta l \qquad x_3 = 0{,}78947\delta l$$

$$x_1 = 0{,}20000\delta l \qquad x'' = 0{,}80535\delta l$$

$$x' = 0{,}26608\delta l \qquad x_4 = 0{,}87939\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}517857 + 0{,}017857\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}120536\mathbf{p} - 0{,}013393p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}120536\mathbf{p} - 0{,}013393p')l^2 + (0{,}602679\mathbf{p} - 0{,}066965p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}059463\mathbf{p} - 0{,}005914p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}071429\mathbf{p} + 0{,}035714p')l^2 + (0{,}107143\mathbf{p} + 0{,}428571p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}05\mathbf{p} - 0{,}03p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x'} = -0{,}053571(\mathbf{p} + p')l^2 + (0{,}017857\mathbf{p} + 0{,}517857p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}048820(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_3} = -0{,}053571(\mathbf{p} + p')l^2 + (0{,}517857\mathbf{p} \div 0{,}017857p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -0{,}053571(\mathbf{p} + p')l^2 + (0{,}517857\mathbf{p} + 0{,}017857)lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}043630\mathbf{p} - 0{,}039474p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x''} = -(0{,}120536\mathbf{p} - 0{,}013393p')l^2 + (0{,}602679\mathbf{p} - 0{,}066965p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x''} = -(0{,}040537)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}013393\mathbf{p} - 0{,}120536p')l^2 - (0{,}066965\mathbf{p} - 0{,}602679p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}045795\mathbf{p} - 0{,}022791p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}035714\mathbf{p} + 0{,}071429p')l^2 + (0{,}428571\mathbf{p} + 0{,}107143p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}107143\mathbf{p} - 0{,}035714p')l^2$$

CZTERY PRZĘSŁA. $\delta = 1,10$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0,77185l$$

$$x_4 = 0,87198l$$

$$x_5 = \left(0,452814 - 0,066889\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x''} = (0,452814\mathbf{p} - 0,066889p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0,452814\mathbf{p} - 0,066889p')lx_5 - 0,5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = (0,051628)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = -(0,066889\mathbf{p} - 0,452814p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0,058326\mathbf{p} - 0,014669p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_1} = -(0,369103\mathbf{p} + 0,016822p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0,11725\delta l \qquad x_3 = 0,78894\delta l$$

$$x_2 = 0,20755\delta l \qquad x'' = 0,79593\delta l$$

$$x' = 0,23689\delta l \qquad x_4 = 0,87973\delta l$$

$$x_5 = \left(0,567985 + 0,000072\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0,130897\mathbf{p} - 0,016822p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0,130897\mathbf{p} - 0,016822p')l^2 + (0,641740\mathbf{p} - 0,073683p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0,056447\mathbf{p} - 0,007320p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} = -(0,068493\mathbf{p} + 0,045582p')l^2 + (0,093400\mathbf{p} + 0,474657p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0,047170\mathbf{p} - 0,036724p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x'} = -(0,047186\mathbf{p} + 0,066889p')l^2 + (0,000072\mathbf{p} + 0,567985p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -(0,047167)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_3} = -(0,066889\mathbf{p} + 0,047186p')l^2 + (0,567985\mathbf{d} + 0,000072p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0,066889\mathbf{p} + 0,047186p')l^2 + (0,567985\mathbf{p} + 0,000072p')lx_5 - 0,5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0,039460\mathbf{p} - 0,047123p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x''} = -(0,130897\mathbf{p} - 0,016822p')l^2 + (0,641740\mathbf{p} - 0,073683p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x''} = -(0{,}047690)(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_4} = (0{,}016822\mathrm{p} - 0{,}130897p')l^2 - (0{,}073683\mathrm{p} - 0{,}641740p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}054480\mathrm{p} - 0{,}021891p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}045582\mathrm{p} + 0{,}068493p')l^2 + (0{,}474657\mathrm{p} + 0{,}093400p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathbf{M_3} = -(0{,}128459\mathrm{p} - 0{,}034247p')l^2$$

CZTERY PRZĘSŁA, $\delta = 1{,}20$

Pierwsze przęsło.

$$x' = 0{,}75474l$$

$$x_4 = 0{,}87739l$$

$$x_5 = \left(0{,}459366 - 0{,}081998\,\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\left(M\right)_0^{x''} = (0{,}459366\mathrm{p} - 0{,}081998p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}459366\mathrm{p} - 0{,}081998p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = (0{,}061887)(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_4} = -(0{,}081998\mathrm{p} - 0{,}459366p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}071943\mathrm{p} - 0{,}018136p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_1} = (0{,}356699\mathrm{p} + 0{,}020669p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12235\,\delta l \qquad x_3 = 0{,}78846\,\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21429\,\delta l \qquad x'' = 0{,}78984\,\delta l$$

$$x' = 0{,}21564\,\delta l \qquad x_4 = 0{,}88004\,\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}618880 - 0{,}015590\,\frac{p'}{p}\right)l$$

$$\mathbf{M_2} = -(0{,}143301\mathrm{p} - 0{,}020669p')l^2$$

$$\left(M\right)_0^{x_1} = -(0{,}143301\mathrm{p} - 0{,}020669p')l^2 + (0{,}683672\mathrm{p} - 0{,}080382p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}053709\mathrm{p} - 0{,}008864p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}065790\mathrm{p} + 0{,}056842p')l^2 + (0{,}082237\mathrm{p} + 0{,}521053p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}044643\mathrm{p} - 0{,}044084p')l$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}040634\mathbf{p} + 0{,}081998p')l^2 - (0{,}015590\mathbf{p} - 0{,}618880p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044668(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_3} = -(0{,}081998\mathbf{p} + 0{,}040634p')l^2 + (0{,}618880\mathbf{p} - 0{,}015590p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}081998\mathbf{p} + 0{,}040634p')l^2 + (0{,}618880\mathbf{p} - 0{,}015590p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}055955\mathbf{p} - 0{,}055384p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}143301\mathbf{p} - 0{,}020669p')l^2 + (0{,}683672\mathbf{p} - 0{,}080382p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = (0{,}055518(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{l_2}^{x_4} = (0{,}020669\mathbf{p} - 0{,}143301p')l^2 - (0{,}080382\mathbf{p} - 0{,}683672p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = (0{,}064211\mathbf{p} - 0{,}021070p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}056842\mathbf{p} + 0{,}065790p')l^2 + (0{,}521053\mathbf{p} + 0{,}082237p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}151579\mathbf{p} - 0{,}032895p')l^2$$

CZTERY PRZĘSŁA $\delta = 1{,}25$

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}74496l$$

$$x_4 = 0{,}87993l$$

$$x_5 = \left(0{,}462715 - 0{,}090236\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}462715\mathbf{p} - 0{,}090236p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}462715\mathbf{p} - 0{,}090236p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}067222\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}090236\mathbf{p} - 0{,}462715p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}079402\mathbf{p} - 0{,}020019p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0{,}349728\mathbf{p} + 0{,}022751p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12470\,\delta l \qquad x'' = 0{,}78759\,\delta l$$

$$x' = 0{,}20725\,\delta l \qquad x_3 = 0{,}78824\,\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21739\,\delta l \qquad x_4 = 0{,}880225\,\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}644568 - 0{,}022793\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}150272\mathrm{p} - 0{,}022751p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}150272\mathrm{p} - 0{,}022751p')l^2 + (0{,}705500\mathrm{p} - 0{,}083725p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}052450\mathrm{p} - 0{,}009700p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x'} = -(0{,}064517\mathrm{p} + 0{,}063004p')l^2 + (0{,}077420\mathrm{p} + 0{,}544355p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044461(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}063004\mathrm{p} + 0{,}064517p')l^2 + (0{,}544355\mathrm{p} + 0{,}077420p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = 0{,}047997\mathrm{p} - 0{,}043479p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x''} = -(0{,}090236\mathrm{p} + 0{,}037285p')l^2 + (0{,}644568\mathrm{p} - 0{,}022793p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}090236\mathrm{p} + 0{,}037285p')l^2 + (0{,}644568\mathrm{p} - 0{,}022793p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = (0{,}059725)(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_3} = -(0{,}037285\mathrm{p} + 0{,}090236p')l^2 - (0{,}022793\mathrm{p} - 0{,}644568p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}059743\mathrm{p} - 0{,}059449p')^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x_4} = -(0{,}022751\mathrm{p} - 0{,}150272p')l^2 - (0{,}083725\mathrm{p} - 0{,}705500p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}069370\mathrm{p} - 0{,}020667p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}063004\mathrm{p} + 0{,}064517p'l^2 + (0{,}544355\mathrm{p} + 0{,}077420p')lx - 05\mathrm{p}x^2.$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}163810\mathrm{p} - 0{,}032258p')l^2$$

CZTERY PRZĘSŁA, $\delta = 1{,}30$.

Pierwsze przęsło.

$$x'' = 0{,}73437l$$

$$x_4 = 0{,}88236l$$

$$x_5 = \left(0{,}466119 - 0{,}098935\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x''} = (0{,}466119\mathrm{p} - 0{,}098935p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}466119\mathrm{p} - 0{,}098935p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}072657(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = -(0{,}098935\mathrm{p} - 0{,}466119p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}087296\mathrm{p} - 0{,}022005p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_1} = (0{,}342245\mathrm{p} + 0{,}024939p')lx - 0{,}5px^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12698\,\delta l \qquad x'' = 0{,}78573\,\delta l$$
$$x' = 0{,}20004\,\delta l \qquad x_3 = 0{,}78802\,\delta l$$
$$x_2 = 0{,}22034\,\delta l \qquad x_4 = 0{,}88036\,\delta l$$
$$x_5 = \left(0{,}670395 - 0{,}029646\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}157755\mathbf{p} - 0{,}024939p')l^2$$
$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}157755\mathbf{p} - 0{,}024939p')l^2 + (0{,}727813\mathbf{p} - 0{,}087064p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$
$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}051236\mathbf{p} - 0{,}010567p')l^2$$
$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}063291\mathbf{p} + 0{,}069525p')l^2 + (0{,}073027\mathbf{p} + 0{,}567722p')lx - 0{,}5p'x^2$$
$$\mathrm{M}_{x'} = -(0{,}044300)(\mathbf{p} - p')l^2$$
$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}069525\mathbf{p} + 0{,}063291p')l^2 + (0{,}567722\mathbf{p} + 0{,}073027p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$
$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}052069\mathbf{p} - 0{,}042373p')l^2$$
$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x''} = -(0{,}098935\mathbf{p} + 0{,}033881p')l^2 + (0{,}670395\mathbf{p} - 0{,}029646p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$
$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}098935\mathbf{p} + 0{,}033881p')l^2 + (0{,}670395\mathbf{p} - 0{,}029646p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$
$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}064160(\mathbf{p} - p')l^2$$
$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} = -(0{,}033881\mathbf{p} + 0{,}098935p')l^2 - (0{,}029646\mathbf{p} - 0{,}670395p')lx - 0{,}5p'x^2$$
$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}064251\mathbf{p} - 0{,}061850p')l^2$$
$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x_4} = -(0{,}024939\mathbf{p} - 0{,}157755p')l^2 - (0{,}087064\mathbf{p} - 0{,}727813p')lx - 0{,}5p'x^2$$
$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}074700\mathbf{p} - 0{,}020290p')l^2$$
$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}069525\mathbf{p} + 0{,}063291p')l^2 + (0{,}567722\mathbf{p} + 0{,}073027p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$
$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}176487\mathbf{p} - 0{,}031645p)l^2$$

TABLICA III.

PIĘĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}00$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}78947l$$
$$x_4 = 0{,}86603l$$
$$x_5 = \left(0{,}447368 - 0{,}052631\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x''} = (0,447368\mathbf{p} - 0,052631p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0,447368\mathbf{p} - 0,05263p')lx_5 - 0,5\mathbf{p}x^2_5$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,041551(\mathbf{p} - p')$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = -(0,052631\mathbf{p} - 0,447368p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0,045580\mathbf{p} - 0,012435p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_1} = (0,380383\mathbf{p} + 0,014354p')lc - 0,5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0,11161l \qquad x'' = 0,78416l$$

$$x_2 = 0,20000l \qquad x_3 = 0,78873l$$

$$x' = 0,26847l \qquad x_4 = 0,87882l$$

$$x_5 = \left(0,513158 + 0,031158\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0,119617\mathbf{p} - 0,014354p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0,119617\mathbf{p} - 0,014354p')l^2 + (0,598086\mathbf{p} - 0,071770p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0,059092\mathbf{p} - 0,063435p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} = -(0,070574\mathbf{p} + 0,034689p')l^2 + (0,102871\mathbf{p} + 0,423445p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0,050\mathbf{p} - 0,030p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x'} = -(0,052632(\mathbf{p} + p')l^2 + (0,013158\mathbf{p} + 0,513158p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0,049100(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x''} = -0,052632(\mathbf{p} - p')l^2 + (0,513158\mathbf{p} + 0,013158p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -0.052632(\mathbf{p} + p')l^2 + (0,513158\mathbf{p} + 0,013158p')lx_5 - 0,5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,042314(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_3} = -0,052632(\mathbf{p} + p')l^2 + (0,013158\mathbf{p} + 0,513158p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0,042254\mathbf{p} - 0,040640p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x_4} = 0,014354\mathbf{p} - 0,119617p')l^2 - (0,071770\mathbf{p} - 0,598086p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0,048720\mathbf{p} - 0,019831p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_2} = -(0,034689\mathbf{p} + 0,070574p')l^2 + (0,423445\mathbf{p} + 0,102871p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło

$$x_1 = 0{,}11956l$$
$$x' = 0{,}19651l$$
$$x_2 = 0{,}21053l$$
$$x_3 = 0{,}50000l$$

$$\mathbf{M}_3 \quad = -(0{,}111244\mathbf{p} - 0{,}032297p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}111244\mathbf{p} - 0{,}032297p')l^2 + (0{,}590909\mathbf{p} - 0{,}090909p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} \quad = -(0{,}047742\mathbf{p} - 0{,}021428p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}058612\mathbf{p} + 0{,}020335p')l^2 + (0{,}090909\mathbf{p} + 0{,}409091p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} \quad = -(0{,}0407475)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = \quad (0{,}020335)\mathbf{p} + 0{,}058612p')l^2 + (0{,}409091\mathbf{p} + 0{,}090909p')lx - 5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} \quad = -(0{,}043629\mathbf{p} - 0{,}039474p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = -0{,}039474(\mathbf{p} + p')l^2 + 0{,}5\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} \quad = \quad (0{,}085526\mathbf{p} - 0{,}039474p')l^2$$

PIĘĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}10$.

Pierwsze przęsło.

$$x'' = 0{,}77405l$$
$$x_4 = 0{,}87197l$$
$$x_5 = \left(0{,}453907 - 0{,}066884\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = \quad (0{,}453907\mathbf{p} - 0{,}066884p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} \quad = \quad (453907\mathbf{p} - 0{,}066884p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} \quad = \quad 0{,}51771(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}066884\mathbf{p} - 0{,}453907p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} \quad = -(0{,}058321\mathbf{p} - 0{,}015628p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = -(0{,}369100\mathbf{p} + 0{,}017923p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}11722\,\delta l \qquad x'' = 0{,}78672\delta l$$
$$x_2 = 0{,}20755\,\delta l \qquad x_3 = 0{,}78869\delta l$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$x' = 0{,}23737\,\delta l \qquad x_4 = 0{,}87953\,\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}567965 - 0{,}004718\,\frac{p'}{p}\right) l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}130900\mathbf{p} - 0{,}017923p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}130900\mathbf{p} - 0{,}017923p')l^2 + (0{,}641753\mathbf{p} - 0{,}078506p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}056464\mathbf{p} - 0{,}007800p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}068523\mathbf{p} + 0{,}044454p')l^2 + (0{,}093531\mathbf{p} + 0{,}469716p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}047169\mathbf{p} - 0{,}036187p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}046093\mathbf{p} + 0{,}066884p')l^2 - (0{,}004718\mathbf{p} - 0{,}567965p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -(0{,}047327(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = -(0{,}066884\mathbf{p} + 0{,}046093p')l^2 + (0{,}567965\mathbf{p} - 0{,}004718p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}066884\mathbf{p} + 0{,}046093p')l^2 + (0{,}567965\mathbf{p} - 0{,}004718p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = +(0{,}050176)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} = -(0{,}046093\mathbf{p} + 0{,}066884p')l^2 - (0{,}004718\mathbf{p} - 0{,}567965p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}050186\mathbf{p} - 0{,}049530p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x_4} = (0{,}017923\mathbf{p} - 0{,}130900p')l^2 - (0{,}078506\mathbf{p} - 0{,}641753p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}058030\mathbf{p} - 0{,}021968p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}044454\mathbf{p} + 0{,}068523p')l^2 + (0{,}469716\mathbf{p} + 0{,}093531p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}11990\,\delta l$$
$$x' = 0{,}20445\,\delta l$$
$$x_2 = 0{,}21106\,\delta l$$
$$x_5 = 0{,}50\,\delta l = 0{,}55 l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}132766\mathbf{p} - 0{,}034361p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}132766\mathbf{p} - 0{,}034361p')l^2 + (0{,}643894\mathbf{p} + 0{,}093894p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}056539\mathbf{p} - 0{,}021978p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}068922\mathbf{p} + 0{,}029483p')l^2 + (0{,}093894\mathbf{p} + 0{,}456106p')lx - 0{,}5p'x^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x'} = -(0{,}047805)(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}029483\mathbf{p}+0{,}068922p')l^2+(0{,}456106\mathbf{p}+0{,}093894p')lx-0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}049460\mathbf{p}-0{,}047124p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x_3} = -(0{,}051281\mathbf{p}+0{,}047124p')l^2+0{,}55\mathbf{p}lx-0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}099969\mathbf{p}-0{,}051281p')l^2$$

PIĘĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}20$

Pierwsze przęsło.

$$x'' = 0{,}75519l$$

$$x_4 = 0{,}87740l$$

$$x_5 = \left(0{,}460673-0{,}083077\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\left(M\right)_0^{x''} = (0{,}460673\mathbf{p}-0{,}083077p')lx-0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}460673\mathbf{p}-0{,}083077p')lx_5-0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = (0{,}062739)(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_4} = -(0{,}083077\mathbf{p}-0{,}460673p')lx-0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}072891\mathbf{p}-0{,}019270p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l} = (0{,}355625\mathbf{p}+0{,}021971p')lx-0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12235\delta l \qquad x'' = 0{,}78836\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21429\delta l \qquad x_3 = 0{,}78866\delta l$$

$$x' = 0{,}21564\delta l \qquad x_4 = 0{,}88022\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}623077-0{,}020673\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M_2} = -(0{,}144375\mathbf{p}-0{,}021971p')l^2$$

$$\left(M\right)_0^{x_1} = -(0{,}144375\mathbf{p}-0{,}021971p)l^2+(0{,}687847\mathbf{p}-0{,}085443p')lx-0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}054164\mathbf{p}-0{,}009427p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}066837\mathbf{p}+0{,}055567p')l^2+(0{,}086309\mathbf{p}+0{,}516095p')lx-0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}044643\mathbf{p}-0{,}044186p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x'} = -(0{,}039327\mathbf{p}+0{,}083077p')l^2-(0{,}020673\mathbf{p}-0{,}623077p')lx-0{,}5p'x^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$\mathrm{M}_{x'} = -(0{,}044675)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x''} = -(0{,}083077\mathbf{p} + 0{,}039327p')l^2 + (0{,}623077\mathbf{p} - 0{,}020673p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}083077\mathbf{p} + 0{,}039327p')l^2 + (0{,}623077\mathbf{p} - 0{,}020673p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}^{x''} = -(0{,}058884)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_3} = -(0{,}039327\mathbf{p} + 0{,}083077p')l^2 + (0{,}020673\mathbf{p} - 0{,}623077p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}058892\mathbf{p} - 0{,}058769p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x_4} = \quad (0{,}021971\mathbf{p} - 0{,}144375p')l^2 - 0{,}085443\mathbf{p} - 0{,}687847p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}068280\mathbf{p} - 0{,}024328\mathrm{p}')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}055567\mathbf{p} + 0{,}066837p')l^2 + (0{,}516095\mathbf{p} + 0{,}086309p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12022\delta l$$

$$x' = 0{,}21017\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21154\delta l$$

$$x_3 = 0{,}5\delta l = 0{,}6l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}156253\mathbf{p} - 0{,}036734p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}156253\mathbf{p} - 0{,}036734p')l^2 + (0{,}697361\mathbf{p} - 0{,}097361p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}066054\mathbf{p} - 0{,}022687p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x'} = -(0{,}080099\mathbf{p} + 0{,}039420p')l^2 + (0{,}097361\mathbf{p} + 0{,}502639p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -(0{,}055544)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}039420\mathbf{p} + 0{,}080099p')l^2 + (0{,}502639\mathbf{p} + 0{,}097361p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = \quad (0{,}055955\mathbf{p} - 0{,}055384p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x_3} = -(0{,}064135\mathbf{p} + 0{,}055384p')l^2 + 0{,}6\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}115865\mathbf{p} - 0{,}055384p')l^2$$

PIĘĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}25$

Pierwsze przęsło.

$$x'' = 0{,}74449l$$

$$x_4 = 0{,}87995l$$

$$x_5 = \left(0{,}464154 - 0{,}091911\right)l$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}464154\mathbf{p} - 0{,}091911p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}464154\mathbf{p} - 0{,}091911p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = (0{,}068427)(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}091911\mathbf{p} - 0{,}464154p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}080881\mathbf{p} - 0{,}021276p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = -(0{,}348064\mathbf{p} + 0{,}024179p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}124758l \qquad x_3 = 0{,}788648l$$

$$x_2 = 0{,}207278l \qquad x'' = 0{,}788968l$$

$$x' = 0{,}217398l \qquad x_4 = 0{,}880548l$$

$$x_5 = \left(0{,}650735 + 0{,}028089\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}151936\mathbf{p} - 0{,}024179p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}151936\mathbf{p} - 0{,}024179p')l^2 + (0{,}711624\mathbf{p} - 0{,}088978p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}053125\mathbf{p} - 0{,}010305p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}066120\mathbf{p} + 0{,}061637p')l^2 + (0{,}083321\mathbf{p} + 0{,}539325p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044533(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}061637\mathbf{p} + 0{,}066120p')l^2 + (0{,}539325\mathbf{p} + 0{,}083321p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}047998\mathbf{p} - 0{,}043478p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = -(0{,}091912\mathbf{p} + 0{,}035845p')l^2 + (0{,}650735\mathbf{p} - 0{,}028089p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}091912\mathbf{p} + 0{,}035845p')l^2 + (0{,}650735\mathbf{p} + 0{,}028089p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}063682\mathbf{p} - 0{,}063535p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}151936\mathbf{p} - 0{,}024179p')l^2 + (0{,}711624\mathbf{p} - 0{,}088978p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}063572(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}024179\mathbf{p} - 0{,}151936p')l^2 - (0{,}088978\mathbf{p} - 0{,}711624p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}073758\mathbf{p} - 0{,}025590p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}061637 + 0{,}066120p')l^2 + (0{,}539325 + 0{,}083321p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12037\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21176\delta l$$

$$x' = 0{,}21241\delta l$$

$$x_5 = 0{,}5\delta l = 0{,}625 l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}168731\mathbf{p} - 0{,}038032p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}168731\mathbf{p} - 0{,}038022p')l^2 + (0{,}724134\mathbf{p} - 0{,}099234p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}071082\mathbf{p} - 0{,}023101p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}086010\mathbf{p} + 0{,}044689p')l^2 + (0{,}099234\mathbf{p} + 0{,}525766p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}059743\mathbf{p} - 0{,}059448p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}059743\mathbf{p} + 0{,}070956p')l^2 + 0{,}625p'lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}059744(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = -(0{,}070956\mathbf{p} + 0{,}059743p')l^2 + 0{,}625\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}124356\mathbf{p} - 0{,}059743p')l^2$$

PIĘĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}30$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}73293 l$$

$$x_4 = 0{,}88240 l$$

$$x_5 = \left(0{,}467707 - 0{,}101244\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}467707\mathbf{p} - 0{,}101244p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}467707\mathbf{p} - 0{,}101244p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}074204(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}101244\mathbf{p} - 0{,}467707p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}089338\mathbf{p} - 0{,}023391p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0{,}339954\mathbf{p} + 0{,}026509p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12705\delta l \qquad x_3 = 0{,}78863\delta l$$

$$x' = 0{,}20018\delta l \qquad x'' = 0{,}78946\delta l$$

$$x_2 = 0{,}22034\delta l \qquad x_4 = 0{,}88084\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}678456 - 0{,}035191\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}160046\mathbf{p} - 0{,}026509p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}160046\mathbf{p} - 0{,}026509p')l^2 + (0{,}735812\mathbf{p} - 0{,}092547p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}052156\mathbf{p} - 0{,}011124p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}065484\mathbf{p} + 0{,}068053p')l^2 + (0{,}080683\mathbf{p} + 0{,}562582p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044488(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}068053\mathbf{p} + 0{,}065484p')l^2 + (0{,}562582\mathbf{p} + 0{,}080683p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = 0{,}052069\mathbf{p} - 0{,}042373p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = -(0{,}101244\mathbf{p} + 0{,}032293p')l^2 + (0{,}678456\mathbf{p} - 0{,}035191p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}101244\mathbf{p} + 0{,}032293p')l^2 + (0{,}678456\mathbf{p} - 0{,}035191p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}068785\mathbf{p} - 0{,}068372p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}160046\mathbf{p} - 0{,}026509p')l^2 + (0{,}735812\mathbf{p} - 0{,}092547p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}068472(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = (0{,}026509\mathbf{p} - 0{,}160046p')l^2 - (0{,}092547\mathbf{p} - 0{,}735812p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}079465\mathbf{p} - 0{,}026907p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}068053\mathbf{p} + 0{,}065484p'l^2 + (0{,}562582\mathbf{p} + 0{,}080683p')lx - 05\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}120518l$$

$$x_2 = 0{,}21198\delta l$$

$$x' = 0{,}214348l$$

$$x_5 = 0{,}5\delta l = 0{,}65l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}181697\mathbf{p} - 0{,}039404p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}181697\mathbf{p} - 0{,}039404p')l^2 + (0{,}751185\mathbf{p} - 0{,}101185p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}076285\mathbf{p} - 0{,}024552p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}092136\mathbf{p} + 0{,}050157p')l^2 + (0{,}101185\mathbf{p} + 0{,}548815p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}064252\mathbf{p} - 0{,}063112p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}064252\mathbf{p} + 0{,}078041p')l^2 + 0{,}65p'lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}064252(\mathbf{p} - p')l^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$(M)_{x'}^{x''} = -(0{,}078041\mathrm{p} + 0{,}064252p')l^2 + 0{,}65\mathrm{p}lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}133209\mathrm{p} - 0{,}064252p')l^2$$

TABLICA IV

SZEŚĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}00$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}78846l$$

$$x_4 = 0{,}86603l$$

$$x_5 = \left(0{,}447115 - 0{,}052884\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(M)_0^{x''} = (0{,}447115\mathrm{p} - 0{,}052884p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}447115\mathrm{p} - 0{,}052884p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x''} = 0{,}041697(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}052884\mathrm{p} - 0{,}447115p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}045800\mathrm{p} - 0{,}012213p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_1} = (0{,}380128\mathrm{p} + 0{,}014103p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}11161l \qquad x_3 = 0{,}78868l$$

$$x_2 = 0{,}20000l \qquad x'' = 0{,}78988l$$

$$x' = 0{,}26781l \qquad x_4 = 0{,}87878l$$

$$x_5 - \left(0{,}514423 - 0{,}014423\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$M_2 = -(0{,}119872\mathrm{p} - 0{,}014103p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}119872\mathrm{p} - 0{,}014103p')l^2 + (0{,}599359\mathrm{p} - 0{,}070513p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}059206\mathrm{p} - 0{,}006234p')l$$

$$(M)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}070833\mathrm{p} + 0{,}034936p')l^2 + (0{,}104166\mathrm{p} + 0{,}424680p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}05\mathrm{p} - 0{,}03p')l^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$(M)_{x_2}^{x'} = -0{,}052885\,(\mathbf{p}+p')l^2 + (0{,}014423\mathbf{p} + 0{,}514423p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}049023(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_3} = -0{,}052885\,(\mathbf{p}+p')l^2 + (0{,}514423\mathbf{p} + 0{,}014423p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -0{,}052885\,(\mathbf{p}+p')l^2 + (0{,}514423\mathbf{p} + 0{,}014423p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}041824\mathbf{p} - 0{,}041510p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x''} = -(0{,}119872\mathbf{p} - 0{,}014103p')l^2 + (0{,}599359\mathbf{p} - 0{,}070513p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x''} = -0{,}041594\,(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = (0{,}014103\mathbf{p} - 0{,}119872p')l^2 - (0{,}070513\mathbf{p} - 0{,}599359p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}047863\mathbf{p} - 0{,}020706p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}034936\mathbf{p} + 0{,}070883p')l^2 + (0{,}424680\mathbf{p} + 0{,}104166p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}11948l \qquad x'' = 0{,}78472l$$

$$x' = 0{,}19605l \qquad x_3 = 0{,}78873l$$

$$x_2 = 0.21053l \qquad x_4 = 0{,}87988l$$

$$x_5 = \left(0{,}495193 - 0{,}004808\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}110256\mathbf{p} - 0{,}033333p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}110256\mathbf{p} - 0{,}033333p')l^2 + (0{,}586218\mathbf{p} - 0{,}095833p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}047352\mathbf{p} - 0{,}021883p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x'} = -(0{,}057692\mathbf{p} + 0{,}019231p')l^2 + (0{,}086539\mathbf{p} + 0{,}403846p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}040726\,(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_2} = -(0{,}019231\mathbf{p} + 0{,}057692)l^2 + (0{,}403846\mathbf{p} \div 0{,}086539p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}043630\mathbf{p} - 0{,}039473p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x''} = -(0{,}038461\,(\mathbf{p}+p')l^2 + (0{,}495193\mathbf{p} - 0{,}004808p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -0{,}038461\,(\mathbf{p}+p')l^2 + (0{,}495193\mathbf{p} - 0{,}004808p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x^2_5$$

$$M_{x''} = -0{,}042233)\,(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_3} = -0{,}038461\,(\mathbf{p}+p')l^2 - (0{,}004808\mathbf{p} - 0{,}495193p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0{,}042253\mathbf{p} - 0{,}041065p')l^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x_4} = -(0{,}03333\mathrm{p} - 0{,}110256p')l^2 - (0{,}095833\mathrm{p} - 0{,}586218)lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}050989\mathrm{p}' - 0{,}018451p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_3} = -(0{,}019231\mathrm{p} - 0{,}057692p')l^2 + (0{,}403846\mathrm{p} + 0{,}086539)lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_4 = -(0{,}115385\mathrm{p} - 0{,}028847p')l^2$$

SZEŚĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}10$

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}77346l$$

$$x_4 - 0{,}87197l$$

$$x_5 = \left(0{,}453905 - 0{,}067177\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}453905\mathrm{p} - 0{,}067177p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}453905\mathrm{p} - 0{,}067177p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}051957(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}067177\mathrm{p} - 0{,}453905p')lx - 0{,}5p'x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}058577\mathrm{p} - 0{,}015627p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0{,}368806\mathrm{p} + 0{,}017922p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}11722\delta l \qquad x_3 = 0{,}78868\delta l$$

$$x_2 = 0{,}20755\delta l \qquad x'' = 0{,}78918\delta l$$

$$x' = 0{,}23725\delta l \qquad x_4 = 0{,}87953\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}569248 - 0{,}004709\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathrm{M}_2 = -(0{,}131194\mathrm{p} - 0{,}017922p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}131194\mathrm{p} - 0{,}017922p)l^2 + (0{,}643039\mathrm{p} - 0{,}078500p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}056594\mathrm{p} - 0{,}007800p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}068819\mathrm{p} + 0{,}044453p')l^2 + (0{,}094826\mathrm{p} + (0{,}469713p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}047170\mathrm{p} - 0{,}036723p')l^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}046095\mathbf{p} + 0{,}067177p')l^2 - (0{,}004709\mathbf{p} - 0{,}569248p)lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}047324\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_3} = -(0{,}067177\mathbf{p} + 0{,}046095p')l^2 + (0{,}5692480\mathbf{p} - 0{,}04709p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}067177\mathbf{p} + 0{,}046095p')l^2 + (0{,}569248\mathbf{p} - 0{,}004709p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}050353\mathbf{p} - 0{,}050180p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}131194\mathbf{p} - 0{,}017922p')l^2 + (0{,}643039\mathbf{p} - 0{,}078500p'')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}050227\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = (0{,}017622\mathbf{p} - 0{,}131194p')l^2 - (0{,}078500\mathbf{p} - 0{,}643039p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}058025\mathbf{p} - 0{,}022924p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}044453\mathbf{p} + 0{,}068819p')l^2 + (0{,}469713\mathbf{p} + 0{,}094826p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}11990\delta l \qquad x'' = 0{,}78684\delta l$$

$$x' = 0{,}20435\delta l \qquad x_3 = 0{,}78869\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21106\delta l \qquad x_4 = 0{,}87990\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}549973 - 0{,}004819\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = (0{,}132769\mathbf{p} - 0{,}035490p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}132769\mathbf{p} - 0{,}035490p')l^2 + (0{,}643906\mathbf{p} - 0{,}098752p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -0{,}056541\mathbf{p} - 0{,}022470p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}068952\mathbf{p} + 0{,}028327p')l^2 + (0{,}094026\mathbf{p} + 0{,}451128p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}047816\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}028327\mathbf{p} + 0{,}068952p')l^2 + (0{,}451128\mathbf{p} + 0{,}094026p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}049459\mathbf{p} - 0{,}047122p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x''} = -(0{,}051275\mathbf{p} + 0{,}046004p')l^2 + (0{,}549973\mathbf{p} - 0{,}004819p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}051275\mathbf{p} + 0{,}046004p')l^2 + (0{,}549973\mathbf{p} - 0{,}004819p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}050174\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} = -(0{,}046004\mathbf{p} + 0{,}051275p')l^2 - (0{,}004819\mathbf{p} - 0{,}549973p')lx - 0{,}5p'x^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_5} = -(0{,}050184\mathrm{p} - 0{,}049529p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x_4} = (0{,}035490\mathrm{p} - 0{,}132769p')l^2 - (0{,}098752\mathrm{p} - 0{,}643906p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}060090\mathrm{p} - 0{,}022055p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}028327\mathrm{p} + 0{,}068952p')l^2 + (0{,}451128\mathrm{p} + 0{,}094026p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}137036\mathrm{p} - 0{,}034476p')l^2$$

SZEŚĆ PRZĘSEŁ, $\delta = 1{,}20$

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}75507l$$

$$x_4 = 0{,}87740l$$

$$x_5 = \left(0{,}460963 - 0{,}083428\,\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(M)_0^{x''} = (0{,}460963\mathrm{p} - 0{,}083428p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}460963\mathrm{p} - 0{,}083428p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}062994(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}083428\mathrm{p} - 0{,}460963p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}073198\mathrm{p} - 0{,}019532p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_1} = (0{,}355275\mathrm{p} + 0{,}022260p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12235\,\delta l \qquad x_3 = 0{,}78866\,\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21429\,\delta l \qquad x'' = 0{,}78876\,\delta l$$

$$x' = 0{,}21564\,\delta l \qquad x_4 = 0{,}88023\,\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}624441 - 0{,}021800\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}144725\mathrm{p} - 0{,}022260p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}144725\mathrm{p} - 0{,}022260p')l^2 + (0{,}689209\mathrm{p} - 0{,}086568p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}054313\mathrm{p} - 0{,}009550p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}067185\mathrm{p} + 0{,}055280p')l^2 + (0{,}087663\mathrm{p} + 0{,}514978p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}044643\mathrm{p} - 0{,}044082p')l^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x'} = -\left(0{,}039037\mathbf{p} + 0{,}083428p'\right)l^2 - \left(0{,}624441\mathbf{p} - 0{,}021800p'\right)lx - 0{,}5p'x_5^{\,2}$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -\,0{,}044677(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_3} = -\left(0{,}083428\mathbf{p} + 0{,}039037p'\right)l^2 + \left(0{,}624441\mathbf{p} - 0{,}021800p'\right)lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3} = -\left(0{,}083428\mathbf{p} - 0{,}039037p'\right)l^2 + \left(0{,}624441\mathbf{p} - 0{,}021800p'\right)lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^{\,2}$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = \left(0{,}059709\mathbf{p} - 0{,}059668p'\right)l$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x''} = -\left(0{,}144725\mathbf{p} + 0{,}022260p'\right)l^2 + \left(0{,}689209\mathbf{p} - 0{,}086568p'\right)lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = -\,0{,}059678(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = \left(0{,}022260\mathbf{p} - 0{,}144725p'\right)l^2 - \left(0{,}086568\mathbf{p} - 0{,}689209p'\right)lx - 0{,}5p'x$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -\left(0{,}069180\mathbf{p} - 0{,}025411p'\right)l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_2} = -\left(0{,}055280\mathbf{p} + 0{,}067185p'\right)l^3 + \left(0{,}514978\mathbf{p} + 0{,}087663p'\right)lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło

$$x_1 = 0{,}12024\delta l \qquad x'' = 0{,}78837\delta l$$

$$x' = 0{,}21017\delta l \qquad x_3 = 0{,}78866\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21154\delta l \qquad x_4 = 0{,}87993\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}604184 - 0{,}005064\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -\left(0{,}157307\mathbf{p} - 0{,}038011p'\right)l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = \left(0{,}157307\mathbf{p} - 0{,}038011p'\right)l^2 + \left(0{,}701512\mathbf{p} - 0{,}102392p'\right)lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -\left(0{,}066496\mathbf{p} - 0{,}023236p'\right)l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x'} = -\left(0{,}081127\mathbf{p} - 0{,}038169p'\right)l^2 + \left(0{,}101408\mathbf{p} + 0{,}497712p'\right)lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -\,0{,}055552\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_2} = -\left(0{,}038169\mathbf{p} + 0{,}081127p'\right)l^2 + \left(0{,}497712\mathbf{p} + 0{,}101408p'\right)lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = \left(0{,}055955\mathbf{p} - 0{,}055384p'\right)l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x''} = -\left(0{,}065197\mathbf{p} + 0{,}054099p'\right)l^2 + \left(0{,}604184\mathbf{p} - 0{,}005064p'\right)lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -\left(0{,}065197\mathbf{p} + 0{,}054099p'\right)l^2 + \left(0{,}604184\mathbf{p} - 0{,}005064p'\right)lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^{\,2}$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}058889\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$(M)_{x''}^{x_3} = -(0{,}054099\mathrm{p} + 0{,}065197p')l^2 - (0{,}005064\mathrm{p} - 0{,}604184p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0{,}058891\mathrm{p} - 0{,}058769p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x_4} = (0{,}038011\mathrm{p} - 0{,}157307p')l^2 - (0{,}102392\mathrm{p} - 0{,}701512p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}070106\mathrm{p} - 0{,}025951p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}038169\mathrm{p} - 0{,}081127p')l^2 + (0{,}497712\mathrm{p} + 0{,}101408p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_4 = -(0{,}160915\mathrm{p} - 0{,}040563p')l^2$$

SZEŚĆ PRZĘSEŁ, $\delta = 1{,}25$.

Pierwsze przęsło.

$$x'' = 0{,}77461\,l$$

$$x_4 = 0{,}87995\,l$$

$$x_5 = \left(0{,}464605 - 0{,}092299\,\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(M)_0^{x''} = (0{,}464605\mathrm{p} - 0{,}092299p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}464605\mathrm{p} - 0{,}092299p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}068727(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}092299\mathrm{p} - 0{,}464605p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}081220\mathrm{p} - 0{,}021670p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_1} = -(0{,}347678\mathrm{p} + 0{,}024628p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12475\,\delta l \qquad x'' = 0{,}78860\,\delta l$$

$$x' = 0{,}20726\,\delta l \qquad x_3 = 0{,}78867\,\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21739\,\delta l \qquad x_4 - 0{,}88056\,\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}652158 - 0{,}029744\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}152322\mathrm{p} - 0{,}024628p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}152322\mathrm{p} - 0{,}024628p')l^2 + (0{,}713044\mathrm{p} - 0{,}090630p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}053290\mathrm{p} - 0{,}010495p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x'} = -(0{,}066506\mathrm{p} + 0{,}061192p')l^2 + (0{,}084727\mathrm{p} + 0{,}537687p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}044555\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$(M)_{x'}^{x_2} = -(0{,}061192\mathrm{p} + 0{,}066506p')l^2 + (0{,}537687\mathrm{p} + 0{,}084727p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}047995\mathrm{p} - 0{,}043480p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x''} = -(0{,}092298\mathrm{p} + 0{,}035396p')l^2 + (0{,}652158\mathrm{p} - 0{,}029744p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}092298\mathrm{p} + 0{,}035396p')l^2 + (0{,}652158\mathrm{p} + 0{,}029744p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}064716(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_3} = -(0{,}035396\mathrm{p} + 0{,}092298p')l^2 - (0{,}029744\mathrm{p} - 0{,}652158p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}064720\mathrm{p} - 0{,}064687p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x_4} = -(0{,}024628\mathrm{p} - 0{,}152322p')l^2 - (0{,}090630\mathrm{p} - 0{,}713044p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}075130\mathrm{p} - 0{,}026753p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}061192\mathrm{p} + 0{,}066506p')l^2 + (0{,}537687\mathrm{p} + 0{,}084727p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12041\delta l \qquad x_3 = 0{,}78864\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21176\delta l \qquad x'' = 0{,}78897\delta l$$

$$x' = 0{,}21241\delta l \qquad x_4 = 0{,}87994\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}631121 - 0{,}005259\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}170333\mathrm{p} - 0{,}039406p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}170333\mathrm{p} - 0{,}039406p')l^2 + (0{,}730286\mathrm{p} - 0{,}104424p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -0{,}071741\mathrm{p} - 0{,}23689p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}087554\mathrm{p} + 0{,}043373p')l^2 + (0{,}105064\mathrm{p} + 0{,}520798p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}059744\mathrm{p} - 0{,}059445p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x'} = -(0{,}058351\mathrm{p} + 0{,}072576p')l^2 - (0{,}005259\mathrm{p} - 0{,}631121p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}059747(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_3} = -(0{,}072576\mathrm{p} + 0{,}058351p')l^2 + (0{,}631121\mathrm{p} - 0{,}005259p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}072576\mathrm{p} + 0{,}058351p')l^2 + (0{,}631121\mathrm{p} - 0{,}005259p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}063682\mathrm{p} - 0{,}063535p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x''} = -(0{,}170333\mathrm{p} - 0{,}039406p')l^2 + (0{,}730286\mathrm{p} - 0{,}104424p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x''} = 0{,}063577(\mathrm{p} - p')l^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = (0{,}039406\mathrm{p} - 0{,}170333p')l^2 - (0{,}104424\mathrm{p} - 0{,}730286p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}075552\mathrm{p} - 0{,}028009p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_3} = -(0{,}043373\mathrm{p} + 0{,}087554p')l^2 + (0{,}520798\mathrm{p} + 0{,}105064p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_4 = -(0{,}173626\,\mathrm{p} - 0{,}043777\,p')l^2$$

SZEŚĆ PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}10$

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}73331l$$

$$x_4 - 0{,}88240l$$

$$x_5 = \left(0{,}468328 - 0{,}101673\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}468328\mathrm{p} - 0{,}101673p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}468328\mathrm{p} - 0{,}101673p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}074658\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}101673\mathrm{p} - 0{,}468328p')lx - 0{,}5p'x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}089716\mathrm{p} - 0{,}023938p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0{,}339527\mathrm{p} + 0{,}027128p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}12705\delta l \qquad x'' = 0{,}78846\delta l$$

$$x' = 0{,}20014\delta l \qquad x_3 = 0{,}78867\delta l$$

$$x_2 = 0{,}22034\delta l \qquad x_4 = 0{,}88088\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}679951 - 0{,}037357\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathrm{M}_2 = -(0{,}160473\mathrm{p} - 0{,}027128p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}160473\mathrm{p} - 0{,}027128p')l^2 + (0{,}737302\mathrm{p} - 0{,}094708p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}052336\mathrm{p} - 0{,}011485p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}065904\mathrm{p} + 0{,}067441p')l^2 + (0{,}082149\mathrm{p} + 0{,}560445p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044530\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}067441\mathrm{p} + 0{,}065904p')l^2 + (0{,}560445\mathrm{p} + 0{,}082149p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_2} = -(0{,}052069\mathbf{p} - 0{,}042373p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x''} = -(0{,}101672\mathbf{p} + 0{,}031673p')l^2 + (0{,}679951\,\mathbf{p} - 0{,}037357p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x$$

$$M_{x_5} = -(0{,}101672\mathbf{p} + 0{,}031673p')l^2 + (0{,}679951\mathbf{p} - 0{,}037357p)lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x^2_5$$

$$M_{x''} = -0{,}069965(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_3} = -(0{,}031673\mathbf{p} - 0{,}101672p')l^2 - (0{,}037357\mathbf{p} - 0{,}679951p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0{,}069973\mathbf{p} - 0{,}069872p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_3}^{x_4} = -(0{,}027128\mathbf{p} - 0{,}160473p')l^2 - (0{,}094708\mathbf{p} - 0{,}737302p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}081327\mathbf{p} - 0{,}028167p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}067441\mathbf{p} - 0{,}065904p')l^2 + (0{,}560445\mathbf{p} + 0{,}082149p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło

$$x_1 = 0{,}12058\delta l \qquad x_3 = 0{,}78863\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21198\delta l \qquad x'' = 0{,}78948\delta l$$

$$x' = 0{,}21432\delta l \qquad x_4 = 0{,}87995\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}657965 - 0{,}005409\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}183863\mathbf{p} - 0{,}040890p')l^2$$

$$\left(M\right)_0^{x_1} = (0{,}183863\mathbf{p} - 0{,}040890p')l^2 + (0{,}759043\mathbf{p} - 0{,}106575p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}077167\mathbf{p} - 0{,}024185p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}094206\mathbf{p} - 0{,}048767p')l^2 + (0{,}108699\mathbf{p} + 0{,}543769p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}064252\mathbf{p} - 0{,}063111p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x'} = -(0{,}062737\mathbf{p} + 0{,}080236p')l^2 + (0{,}005497\mathbf{p} - 0{,}657965p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}064269\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x'}^{x_3} = -(0{,}080236\mathbf{p} + 0{,}062737p')l^2 + (0{,}657965\mathbf{p} + 0{,}005497p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}080326\mathbf{p} + 0{,}062747p')l^2 + (0{,}657965\mathbf{p} - 0{,}005497p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}068786\mathbf{p} - 0{,}068372p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_3}^{x''} = -(0{,}183863\mathbf{p} - 0{,}040890p')l^2 + (0{,}759043\mathbf{p} - 0{,}106575p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x'} = 0{,}068490(\mathbf{p} - p')l^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = (0{,}040890\mathrm{p} - 0{,}183863p')l^2 - (0{,}106575\mathrm{p} - 0{,}759043p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}081024\mathrm{p} - 0{,}030139p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}048767\mathrm{p} + 0{,}094206p')l^2 + (0{,}544769\mathrm{p} + 0{,}108699p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_4 = -(0{,}186867\mathrm{p} - 0{,}047103p')l^2$$

TABLICA V

SIEDEM PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}00$.

Pierwsze przęsło

$$x' = 0{,}78873l$$

$$x_4 = 0{,}86603l$$

$$x_5 = \left(0{,}447185 - 0{,}052817\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x''} = (0{,}447183\mathrm{p} - 0{,}052817p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}447183\mathrm{p} - 0{,}052817p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}041658(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = -(0{,}052817\mathrm{p} - 0{,}447183p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}045742\mathrm{p} - 0{,}012270p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_1} = (0{,}380196\mathrm{p} - 0{,}014170p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}11161l \qquad x'' = 0{,}78835l$$

$$x_2 = 0{,}20000l \qquad x_3 = 0{,}78868l$$

$$x' = 0{,}26799l \qquad x_4 = 0{,}87878l$$

$$x_5 - \left(0{,}514085 - 0{,}014085\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathrm{M}_2 = -(0{,}119804\mathrm{p} - 0{,}014170p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}119804\mathrm{p} - 0{,}014170p')l^2 + (0{,}599021\mathrm{p} - 0{,}070852p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}059176\mathrm{p} - 0{,}006264p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}070666\mathrm{p} + 0{,}034868p')l^2 + (0{,}103830\mathrm{p} + 0{,}424339p')lx - 0{,}5p'x^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_2} = -(0{,}05\mathrm{p} - 0{,}03p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x'} = -0{,}052817\,(\mathrm{p}+p')l^2 + (0{,}014085\mathrm{p} + 0{,}514085p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}049044(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x'}^{x''} = -0{,}052817\,(\mathrm{p}+p')l^2 + (0{,}514085\mathrm{p} + 0{,}014085p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -0{,}052817\,(\mathrm{p}+p')l^2 + (0{,}514085\mathrm{p} + 0{,}014085p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = \cdot 0{,}041714\,(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_3} = -0{,}052817\,(\mathrm{p}-p')l^2 + (0{,}014085\mathrm{p} + 0{,}514085p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}041709\mathrm{p} - 0041623p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_3}^{x_4} = (0{,}014170\mathrm{p} - 0{,}119804p')l^2 - (0{,}070852\mathrm{p} - 0{,}599021p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}048093\mathrm{p} - 0{,}020477p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}034868\mathrm{p} + 0{,}070766p')l^2 + (0{,}424339\mathrm{p} + 0{,}103830p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}11947\,l \qquad x_3 = 0{,}78868\,l$$

$$x' = 0{,}19618\,l \qquad x'' = 0{,}78974\,l$$

$$x_2 = 0{,}21053\,l \qquad x_4 = 0{,}87984\,l$$

$$x_5 = \left(0{,}496478 - 0{,}003520\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M_3} = -(0{,}110529\mathrm{p} - 0{,}033064p')l^2$$

$$\left(M\right)_0^{x_1} = -(0{,}110529\mathrm{p} - 0{,}033064p')l^2 + (0{,}587513\mathrm{p} - 0{,}094555p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}047474\mathrm{p} - 0{,}021677p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_1}^{x'} = -(0{,}057970\mathrm{p} + 0{,}019495p')l^2 + (0{,}087857\mathrm{p} + 0{,}405101p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}040735\,(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}019495\mathrm{p} + 0{,}057970p')l^2 + (0{,}405101\mathrm{p} + 0{,}087857p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}043630\mathrm{p} - 0{,}039474p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x_3} = -0{,}038732\,(\mathrm{p}+p')l^2 + (0{,}496478\mathrm{p} - 0{,}003520p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -0{,}038732\,(\mathrm{p}+p')l^2 + (0{,}496478\mathrm{p} - 0{,}003520p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}041822\mathrm{p} - 0{,}041509p')l^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x''} = -(0{,}110529\mathrm{p} - 0{,}033064p')l^2 + (0{,}587513\mathrm{p} - 0{,}094555p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}041609\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = (0{,}033064\mathrm{p} - 0{,}110529p')l^2 - (0{,}094555\mathrm{p} - 0{,}587513p')lx - 0{,}5p\,x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}050130\mathrm{p} - 0{,}019330p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}016495\mathrm{p} + 0{,}057970p')l^2 + (0{,}405101\mathrm{p} + 0{,}087857p')lx - 05\mathrm{p}x^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0{,}12004l$$

$$x_2 = 0{,}21127l$$

$$x' = 0{,}21542l$$

$$x_5 = 0{,}5l$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}114394\mathrm{p} - 0{,}029887p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}114394\mathrm{p} - 0{,}029887p')l^2 + (0{,}591464\mathrm{p} - 0{,}091464p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}050599\mathrm{p} - 0{,}019330p)l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}061577\mathrm{p} + 0{,}022930p')l^2 + (0{,}091464\mathrm{p} + 0{,}408536p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}042254\mathrm{p} - 0{,}041064p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x'} = -0{,}042254\,(\mathrm{p} + p')l^2 + 0{,}5p'x - 0{,}5p'lx^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}042254\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x''} = -0{,}042254\,(\mathrm{p} + p')l^2 + 0{,}5\mathrm{p}lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}082746\mathrm{p} - 0{,}042254p')l^2$$

SIEDEM PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}10$.

Pierwsze przęsło

$$x' = 0{,}77361l$$

$$x_4 = 0{,}87197l$$

$$x_5 = \left(0{,}453984 - 0{,}067177\,\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x''} = (0{,}453984\mathrm{p} - 0{,}067177p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}453984\mathrm{p} - 0{,}067177p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}051970(\mathrm{p} - p')l^2$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$\left(M\right)_{x^3}^{x_4} = -(0{,}067177\mathrm{p} - 0{,}453984p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}058577\mathrm{p} - 0{,}015695p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_1} = (0{,}368807\mathrm{p} + 0{,}018p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$x_1 = 0{,}11722\,\delta l$ $\quad x'' = 0{,}78854\delta l$

$x_2 = 0{,}20755\delta l$ $\quad x_3 = 0{,}78868\delta l$

$x' = 0{,}23727\delta l$ $\quad x_4 = 0{,}87953\delta l$

$$x_5 = \left(0{,}569246 - 0{,}005053\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}131193\mathrm{p} - 0{,}018000p')l^2$$

$$\left(M\right)_0^{x_1} = -(0{,}131193\mathrm{p} - 0{,}018000p')l^2 + (0{,}643036\mathrm{p} - 0{,}078843p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}056590\mathrm{p} - 0{,}007833p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}068815\mathrm{p} + 0{,}044375p')l^2 + (0{,}094824\mathrm{p} + 0{,}469369p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}047168\mathrm{p} - 0{,}036721p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x'} = -(0{,}046016\mathrm{p} + 0{,}067177p')l^2 - (0{,}005053\mathrm{p} - 0{,}569246p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}047334\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x'}^{x''} = -(0{,}067177\mathrm{p} + 0{,}046016p')l^2 + (0{,}569246\mathrm{p} - 0{,}005053p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}067177\mathrm{p} + 0{,}046016p')l^2 + (0{,}569246\mathrm{p} - 0{,}005053p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}050398\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_3} = -(0{,}046016\mathrm{p} + 0{,}067177p')l^2 - (0{,}005053\mathrm{p} - 0{,}569246p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0{,}050400\mathrm{p} - 0{,}050351p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_3}^{x_4} = (0{,}018000\mathrm{p} - 0{,}131193p')l^2 - (0{,}078843\mathrm{p} - 0{,}643036p')lx - 0{,}5p''x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}058280\mathrm{p} - 0{,}022923p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}044375\mathrm{p} + 0{,}068815p')l^2 + (0{,}469369\mathrm{p} + 0{,}094824p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$x_1 = 0{,}11988\delta l$ $\quad x_3 = 0{,}78868\delta l$

$x' = 0{,}20438\delta l$ $\quad x'' = 0{,}78917\delta l$

$x_2 = 0{,}21106\delta l$ $\quad x_4 = 0{,}87989\delta l$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$x_5 = \left(0{,}551264 + 0{,}004812\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}133069\mathbf{p} - 0{,}035488p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}133069\mathbf{p} - 0{,}035488p')l^2 + (0{,}645200\mathbf{p} - 0{,}098748p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}056685\mathbf{p} - 0{,}022467p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}069255\mathbf{p} + 0{,}028326p')l^2 + (0{,}095328\mathbf{p} + 0{,}451124p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}047824\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}028326\mathbf{p} + 0{,}069255p')l^2 + (0{,}451124\mathbf{p} + 0{,}095328p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}049459\mathbf{p} - 0{,}047123p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = (0{,}051575\mathbf{p} - 0{,}046006p')l^2 - 0{,}551264\mathbf{p} - 0{,}004812p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}051575\mathbf{p} + 0{,}046006p')l^2 + (0{,}551264\mathbf{p} - 0{,}004812p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}050353\mathbf{p} - 0{,}050180p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x'} = -(0{,}133069\mathbf{p} + 0{,}035488p')l^2 + (0{,}645200\mathbf{p} - 0{,}098748p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}^{x''} = 0{,}050214\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = +(0{,}035488\mathbf{p} + 0{,}133069p')l^2 + (0{,}098748\mathbf{p} + 0{,}645200p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}060088\mathbf{p} - 0{,}302011p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_3} = -(0{,}028326\mathbf{p} + 0{,}69255p')l^2 + (0{,}451124\mathbf{p} + 0{,}095328p')lx - 0{,}5x^2$$

Czwarte przęsło

$$x_1 = 0{,}120075l$$

$$x_2 = 0{,}211315l$$

$$x' = 0{,}213195l$$

$$x_5 = 0{,}55l = 0{,}55l$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}137090\mathbf{p} - 0{,}035606p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}137090\mathbf{p} - 0{,}035606p')l^2 + (0{,}64888\mathbf{p} - 0{,}098887p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}060110\mathbf{p} - 0{,}022546p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}073170\mathbf{p} + 0{,}028314p')l^2 + (0{,}098888\mathbf{p} + 0{,}451113p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}050185\mathbf{p} - 0{,}049529p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = (0{,}050185\mathbf{p} + 0{,}051299p')l^2 + 0{,}55p'lx - 0{,}5p'x^2$$

Czwarte przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x'} = 0{,}050185\,(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x'}^{x''} = -\,(0{,}051299\mathbf{p} - 0{,}050185p')l^2 + 0{,}55p'lx - 0{,}5\mathbf{p}x$$

$$M_{x_5} = -\,(0{,}099951\mathbf{p} - 0{,}050185p')l^2$$

SIEDEM PRZĘSEŁ, $\delta = 1{,}20$

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}75510l$$

$$x_4 = 0{,}87740l$$

$$x_5 = \left(0{,}461057 - 0{,}083505\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\left(M\right)_0^{x''} = (0{,}461057\mathbf{p} - 0{,}083505p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}461057\mathbf{p} - 0{,}083505p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}063055(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_4} = -\,(0{,}083505\mathbf{p} - 0{,}461057p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -\,(0{,}073267\mathbf{p} - 0{,}019615p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_1} = (0{,}355197\mathbf{p} + 0{,}022355p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}122355\delta l \qquad x'' = 0{,}788655\delta l$$

$$x_2 = 0{,}214298\delta l \qquad x_3 = 0{,}788688\delta l$$

$$x' = 0{,}215648\delta l \qquad x_4 = 0{,}880238\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}624742 - 0{,}022165\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -\,(0{,}144803\mathbf{p} - 0{,}022355p')l^2$$

$$\left(M\right)_0^{x_1} = -\,(0{,}144803\mathbf{p} - 0{,}022355p')l^2 + (0{,}689511\mathbf{p} - 0{,}086934p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -\,(0{,}054347\mathbf{p} - 0{,}009592p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_1}^{x_2} = -\,(0{,}067262\mathbf{p} + 0{,}055186p')l^2 + (0{,}087964\mathbf{p} + 0{,}514613p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -\,(0{,}044642\mathbf{p} - 0{,}044083p')l^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x'} = -(0{,}038943\mathbf{p} - 0{,}083505p')l^2 - (0{,}022165\mathbf{p} - 0{,}624742p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044679(\mathbf{p}-p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x''} = -(0{,}083505\mathbf{p} + 0{,}038943p')l^2 + (0{,}624742\mathbf{p} - 0{,}022165p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_5} = -(0{,}083505\mathbf{p} - 0{,}038943p')l^2 + (0{,}624742\mathbf{p} - 0{,}022165p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}059920(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_3} = -(0{,}038943\mathbf{p} + 0{,}083505p')l^2 - (0{,}022165\mathbf{p} - 0{,}624742p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}059920\mathbf{p} - 0{,}059910p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x_4} = (0{,}022355\mathbf{p} - 0{,}144803p')l^2 - (0{,}086934\mathbf{p} - 0{,}689511p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}069471\mathbf{p} - 0{,}025652p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}055186\mathbf{p} + 0{,}067262p')l^2 + (0{,}514613\mathbf{p} + 0{,}087964p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12024\delta l \qquad x_3 = 0{,}78867\delta l$$

$$x' = 0{,}21017\delta l \qquad x'' = 0{,}78876\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21154\delta l \qquad x_4 = 0{,}87994\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}605541 - 0{,}006185\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}157651\mathbf{p} - 0{,}038295p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}157651\mathbf{p} - 0{,}038295p')l^2 + (0{,}702867\mathbf{p} - 0{,}103511p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}066644\mathbf{p} - 0{,}023359p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x'} = -(0{,}081469\mathbf{p} + 0{,}037887p')l^2 + (0{,}102756\mathbf{p} + 0{,}496600p')lx - 0{,}5px^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}055554(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}037887\mathbf{p} + 0{,}081469p')l^2 + (0{,}496600\mathbf{p} + 0{,}102756p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}055955\mathbf{p} - 0{,}055385p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x_3} = -(0{,}065541\mathbf{p} + 0{,}053815p')l^2 + (0{,}605541\mathbf{p} - 0{,}006185p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}065541\mathbf{p} + 0{,}053815p')l^2 + (0{,}605541\mathbf{p} - 0{,}006185p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}059705\mathbf{p} - 0{,}059668p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x''} = -(0{,}157651\mathbf{p} + 0{,}038295p')l^2 + (0{,}702867\mathbf{p} - 0{,}103511p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$(M)_{x''} = 0{,}059679(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = (0{,}038295\mathbf{p} + 0{,}157651p')l^2 - (0{,}103511\mathbf{p} - 0{,}702867p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}071005\mathbf{p} - 0{,}027035p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}037887\mathbf{p} + 0{,}081469p')l^2 + (0{,}496600\mathbf{p} + 0{,}102756p')lx - 0{,}5p'x^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0{,}12009\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21134\delta l$$

$$x' = 0{,}21164\delta l$$

$$x_5 = 0{,}5\delta l = 0{,}6l$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}161967\mathbf{p} - 0{,}041838p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}161967\mathbf{p} - 0{,}041838p')l^2 + (0{,}706436\mathbf{p} - 0{,}106436p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}070548\mathbf{p} - 0{,}026499p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}085885\mathbf{p} + 0{,}034244p')l^2 + (0{,}106436\mathbf{p} + 0{,}493564p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}058892\mathbf{p} - 0{,}058846p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x'} = -(0{,}058892\mathbf{p} + 0{,}061237p')l^2 + 0{,}06p'lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = 0{,}058892(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x''} = -(0{,}061237\mathbf{p} + 0{,}058892p')l^2 + 0{,}6\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}118763\mathbf{p} - 0{,}058892p')l^2$$

SIEDEM PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}25$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}74458l$$

$$x_4 = 0{,}87995l$$

$$x_5 = \left(0{,}464708 - 0{,}092419\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$(M)_0^{x''} = (0{,}464708\mathbf{p} - 0{,}092419p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}464708\mathbf{p} - 0{,}092419p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}068813(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}092419\mathbf{p} - 0{,}464708p')lx - 0{,}5p'x^2$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_4} = -(0{,}081324\mathbf{p} - 0{,}021762p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_1} = (0{,}347558\mathbf{p} + 0{,}024731p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12475\,\delta l \qquad x_3 = 0{,}78868\delta l$$

$$x' = 0{,}20727\,\delta l \qquad x'' = 0{,}78870\,\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21739\delta l \qquad x_4 = 0{,}88056\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}652602 - 0{,}030126\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}152442\mathbf{p} - 0{,}024731p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}152442\mathbf{p} - 0{,}024731p')l^2 + (0{,}713487\mathbf{p} - 0{,}091011p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}053342\mathbf{p} - 0{,}010539p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x'} = -(0{,}066622\mathbf{p} + 0{,}061089p')l^2 + (0{,}085169\mathbf{p} + 0{,}537307p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}044558(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_2} = -(0{,}061089\mathbf{p} + 0{,}066622p')l^2 + (0{,}537307\mathbf{p} + 0{,}085169p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}047997\mathbf{p} - 0{,}043478p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x_3} = -(0{,}092419\mathbf{p} + 0{,}035292p')l^2 + (0{,}652602\mathbf{p} - 0{,}030126p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}092419\mathbf{p} + 0{,}035292p')l^2 + (0{,}652602\mathbf{p} - 0{,}030126p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}065000\mathbf{p} - 0{,}064992p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x''} = -(0{,}157442\mathbf{p} - 0{,}024731p')l^2 + (0{,}713487\mathbf{p} - 0{,}091011p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x''} = 0{,}064994\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = +(0{,}024731\mathbf{p} - 0{,}152442p')l^2 - (0{,}091011\mathbf{p} - 0{,}713487p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}075445\mathbf{p} - 0{,}027123p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}061089\mathbf{p} + 0{,}066632p')l^2 + (0{,}537307\mathbf{p} + 0{,}085169p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12042\delta l \qquad x'' = 0{,}78860\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21176\delta l \qquad x_3 = 0{,}78867\delta l$$

$$x' = 0{,}21241\delta l \qquad x_4 = 0{,}87996\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}632532 - 0{,}006901\,\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}170705\mathrm{p} - 0{,}039839p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}170705\mathrm{p} - 0{,}039839p')l^2 + (0{,}731691\mathrm{p} - 0{,}106060p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}071897\mathrm{p} - 0{,}023875p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}087922\mathrm{p} + 0{,}042944p')l^2 + (0{,}106454\mathrm{p} + 0{,}519177p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}059743\mathrm{p} - 0{,}059449p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}057916\mathrm{p} + 0{,}072950p')l^2 - (0{,}006901\mathrm{p} - 0{,}632532p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}059748(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = -(0{,}072950\mathrm{p} + 0{,}057916p')l^2 + (0{,}632532\mathrm{p} - 0{,}006901p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}072950\mathrm{p} + 0{,}057916p')l^2 + (0{,}632532\mathrm{p} - 0{,}006901p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}064718(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} = -(0{,}057916\mathrm{p} + 0{,}072950p')l^2 - (0{,}006901\mathrm{p} - 0{,}632532p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}064319\mathrm{p} - 0{,}064686p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x_4} = (0{,}039839\mathrm{p} - 0{,}170705p')l^2 - (0{,}106060\mathrm{p} - 0{,}731691p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}077621\mathrm{p} - 0{,}029172p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}042944\mathrm{p} + 0{,}087922p')l^2 + (0{,}519177\mathrm{p} + 0{,}106454p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0{,}12010\delta l$$

$$x' = 0{,}21103\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21136\delta l$$

$$x_5 = 0.5\,\delta l = 0{,}625l$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}175223\mathrm{p} - 0{,}045146p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}175223\mathrm{p} - 0{,}045146p')l^2 + (0{,}735246\mathrm{p} - 0{,}110246p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}076112\mathrm{p} - 0{,}028595p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}092662\mathrm{p} + 0{,}037415p')l^2 + (0{,}110246\mathrm{p} + 0{,}514754p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}063580(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}037415\mathrm{p} + 0{,}092662p')l^2 + (0{,}514754\mathrm{p} - 0{,}110246p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}063683\mathrm{p} - 0{,}063535p')l^2$$

Czwarte przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = -(0{,}066543\mathbf{p} + 0{,}063535p')l^2 + 0{,}625\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}128771\mathbf{p} - 0{,}063535p')l^2$$

SIEDEM PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}30$.

Pierwsze przęsło.

$$x'' = 0{,}73321l$$

$$x_4 = 0{,}88240l$$

$$x_5 = \left(0{,}468443 - 0{,}101839\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0{,}468443\mathbf{p} - 0{,}101839p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0{,}468443\mathbf{p} - 0{,}101839p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}074669\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}101839\mathbf{p} - 0{,}468443p')lx - 0{,}5p'x$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}089863\mathbf{p} - 0{,}024039p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0{,}339361\mathbf{p} + 0{,}027243p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0{,}127055l \qquad x_3 = 0{,}788685l$$

$$x' = 0{,}200155l \qquad x'' = 0{,}788735l$$

$$x_2 = 0{,}220345l \qquad x_4 = 0{,}880885l$$

$$x_5 = \left(0{,}680532 - 0{,}037858\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}160639\mathbf{p} - 0{,}027243p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}160639\mathbf{p} - 0{,}027243p')l^2 + (0{,}737882\mathbf{p} - 0{,}095108p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}052406\mathbf{p} - 0{,}011534p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}066069\mathbf{p} + 0{,}067327p')l^2 + (0{,}082728\mathbf{p} + 0{,}560046p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044544\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}067327\mathbf{p} + 0{,}066069p')l^2 + 0{,}560046\mathbf{p} + 0{,}082728p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}052069\mathbf{p} - 0{,}042372p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = -(0{,}101839\mathbf{p} + 0{,}031557p')l^2 + (0{,}680532\mathbf{p} - 0{,}037758p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}101839\mathbf{p} + 0{,}031557p')l^2 + (0{,}680532\mathbf{p} - 0{,}037758p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}070296\mathbf{p} - 0{,}070270p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}160639\mathbf{p} - 0{,}027243p')l^2 + (0{,}737882\mathbf{p} - 0{,}095108p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}070276\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = (0{,}027243\mathbf{p} - 0{,}160639p')l^2 - (0{,}095108\mathbf{p} - 0{,}737882p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}081670\mathbf{p} - 0{,}028665p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}067327\mathbf{p} + 0{,}066069p')l^2 + (0{,}560046\mathbf{p} + 0{,}082728p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12058\delta l \qquad x'' = 0{,}78846\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21198\delta l \qquad x_3 = 0{,}78867\delta l$$

$$x' = 0{,}21432\delta l \qquad x_4 = 0{,}87998\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}659440 - 0{,}007634\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}184267\mathbf{p} - 0{,}041477p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}184267\mathbf{p} - 0{,}041477p')l^2 + (0{,}760512\mathbf{p} - 0{,}108706p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}077338\mathbf{p} - 0{,}024437p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}094603\mathbf{p} + 0{,}048187p')l^2 + (0{,}110141\mathbf{p} + 0{,}541665p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}064253\mathbf{p} - 0{,}063111p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}062147\mathbf{p} + 0{,}080643p')l^2 - (0{,}007634\mathbf{p} - 0{,}659440p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}064274\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = -(0{,}080643\mathbf{p} + 0{,}062147p')l^2 + (0{,}659440\mathbf{p} - 0{,}007634p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}080643\mathbf{p} + 0{,}062147p')l^2 + (0{,}659440\mathbf{p} - 0{,}007634p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}069972\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} = -(0{,}062147\mathbf{p} + 0{,}080643p')l^2 - (0{,}007634\mathbf{p} - 0{,}659440p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}069975\mathbf{p} - 0{,}069873p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x_4} = (0{,}041477\mathbf{p} - 0{,}184267p')l^2 - (0{,}108706\mathbf{p} - 0{,}760512p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}082874\mathbf{p} - 0{,}031398p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_3} = -(0{,}048187\mathbf{p} + 0{,}094603p')l^2 + (0{,}541665\mathbf{p} + 0{,}110141p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Czwarte przęsło

$$x_1 = 0{,}12011\delta l$$

$$x' = 0{,}21052\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21137\delta l$$

$$x_5 = 0{,}5\delta l = 0{,}65 l$$

$$\mathbf{M}_4 \quad = -(0{,}189022\mathbf{p} - 0{,}048580p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}189022\mathbf{p} - 0{,}048580p')l^2 + (0{,}764075\mathbf{p} - 0{,}114075p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} \quad = -(0{,}081906\mathbf{p} - 0{,}030767p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}099717\mathbf{p} + 0{,}040725p')l^2 + (0{,}114075\mathbf{p} + 0{,}535925p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} \quad = -0{,}068498\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}040725)\mathbf{p} + 0{,}099717p')l^2 + (0{,}535925\mathbf{p} + 0{,}114075p')lx - 5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} \quad = \quad (0{,}068785\mathbf{p} - 0{,}068372p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = -(0{,}072070\mathbf{p} + 0{,}068372p')l^2 + 0{,}65\mathbf{p}lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} \quad = \quad (0{,}139280\mathbf{p} - 0{,}068372p')l^2$$

TABLICA VI

OŚM PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}00$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}78866 l$$

$$x_4 = 0{,}86603 l$$

$$x^5 = \left(0{,}447165 + 0{,}052835\,\frac{p}{\mathbf{p}}\right) l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = \quad (0{,}447165\mathbf{p} - 0{,}052835p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} \quad = \quad (0{,}447165\mathbf{p} - 0{,}052835p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^3$$

$$\mathrm{M}_{x''} \quad = \quad 0{,}041668\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0{,}052835\mathbf{p} - 0{,}447165p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} \quad = -(0{,}045757\mathbf{p} - 0{,}012255p')l^2$$

$$(\mathrm{M})^{l_1} = \quad (0{,}380178\mathbf{p} - 0{,}014152p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}11161l \qquad x_3 = (1 - 0{,}21132) = 0{,}78868l$$

$$x' = 0{,}26794l \qquad x'' = 0{,}78876l$$

$$x_2 = 0{,}20000l \qquad x_4 = 0{,}87878l$$

$$x_5 = \left(0{,}514175 - 0{,}014175\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}119822\mathrm{p} - 0{,}014152p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}119822\mathrm{p} - 0{,}014152p')l^2 + (0{,}599111\mathrm{p} - 0{,}070761p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}059183\mathrm{p} - 0{,}006255p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}070784\mathrm{p} + 0{,}034886p')l^2 + (0{,}103921\mathrm{p} + 0{,}424429p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}05\mathrm{p} - 0{,}03p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -0{,}052835(\mathrm{p} + p')l^2 + (0{,}014175\mathrm{p} + 0{,}514175p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}049037(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_3} = -0{,}052835(\mathrm{p} + p')l^2 + (0{,}514175\mathrm{p} + 0{,}014175p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -0{,}052835(\mathrm{p} + p')l^2 + (0{,}514175\mathrm{p} + 0{,}014175p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}041677\mathrm{p} - 0{,}041655p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}119822\mathrm{p} - 0{,}014152p')l^2 + (0{,}599111\mathrm{p} - 0{,}070761p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}041661(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = (0{,}014152\mathrm{p} - 0{,}119822p')l^2 - (0{,}070761\mathrm{p} - 0{,}599111p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}048032\mathrm{p} - 0{,}020538p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}034886\mathrm{p} + 0{,}070784p')l^2 + (0{,}424429\mathrm{p} + 0{,}103921p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}11947l \qquad x_3 = 0{,}78868l$$

$$x' = 0{,}19615l \qquad x'' = 0{,}78839l$$

$$x_2 = 0{,}21053l \qquad x_4 = 0{,}87984l$$

$$x_5 = \left(0{,}496134 - 0{,}003866\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l_3$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}110457\mathrm{p} - 0{,}033137p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}110557\mathrm{p} - 0{,}033137p')l^2 + (0{,}587169\mathrm{p} - 0{,}094901p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_1} = -(0,047443p - 0,021798p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x'} = -(0,057898p + 0,019422p')l^2 + (0,087514p + 0,404754p')lx - 0,5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0,040730\,(p - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_2} = -(0,019422p + 0,057898p')l^2 + (0,404754p + 0,087514p')lx - 0,5px^2$$

$$M_{x_2} = (0,043630p - 0,039474p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x''} = -0,038660\,(p + p')l^2 + (0,496134p - 0,003866p')lx - 0,5px^2$$

$$M_{x_5} = -0,038660\,(p + p')l^2 + (0,496134p - 0,003866p')lx_5 - 0,5px_5^2$$

$$M_{x''} = 0,041708\,(p - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_3} = -0,038660\,(p + p')l^2 - (0,003866p - 0,496134p')lx - 0,5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0,041709p - 0,041623p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x_4} = (0,033137p - 0,110457p')l^2 - (0,094901p - 0,587169p')lx - 0,5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0,050361p - 0,019000p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_3} = -(0,019422p + 0,057898p')l^2 + (0,404754p + 0,087514p')lx - 0,5px^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0,12004l \qquad x_3 = 0,78868l$$

$$x' = 0,21853l \qquad x'' = 0,78977l$$

$$x_2 = 0,21127l \qquad x_4 = 0,87992l$$

$$x_5 = \left(0,592761 - 0,090183\frac{p'}{p}\right)l$$

$$\mathbf{M_4} = -(0,114668p - 0,029616p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0,114668p - 0,029616p')l^2 + (0,592761p - 0,090183p')lx - 0,5px^2$$

$$M_{x_1} = -(0,050718p - 0,018790p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x_2} = -(0,061856p + 0,023196p')l^2 + (0,092784p + 0,409794p')lx - 0,5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0,042254p - 0,041064p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x'} = -0,042526\,(p + p')l^2 + (0,001289p + 0,501289p')lx - 0,5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0,042248\,(p - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_5} = -0,042526\,(p - p')l^2 + (0,501289p + 0,001289p')lx - 0,5px^2$$

Czwarte przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_5} = -(0{,}042526)(\mathrm{p}+p')l^2 + (0{,}501289\mathrm{p} + 0{,}001289p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x^2_5$$

$$M_{x_3} = (0{,}041833\mathrm{p} - 0{,}041508p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x''} = -(0{,}114668\mathrm{p} - 0{,}029616p')l^2 + (0{,}592761\mathrm{p} - 0{,}090183p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x'} = 0{,}041608(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = (0{,}029616\mathrm{p} - 0{,}114668p')l^2 - (0{,}090183\mathrm{p} - 0{,}592761p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}049738\mathrm{p} - 0{,}019785p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_4} = -(0{,}023196\mathrm{p} + 0{,}061856p')l^2 + (0{,}409794\mathrm{p} + 0{,}092784p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_5 = -(0{,}113407\mathrm{p} - 0{,}030928p')l^2$$

OŚM PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}10$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}77357l$$

$$x_4 = 0{,}87197l$$

$$x_5 = \left(0{,}453984 - 0{,}067198\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(M)_0^{x''} = (0{,}453984\mathrm{p} - 0{,}067198p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}453984\mathrm{p} - 0{,}067198p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}051982(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_4} = -(0{,}067198\mathrm{p} - 0{,}453984p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}058595\mathrm{p} - 0{,}015695p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_1} = (0{,}368786\mathrm{p} - 0{,}018000p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}11722\delta l \qquad x_3 = 0{,}78868\delta l$$

$$x' = 0{,}23726\delta l \qquad x'' = 0{,}78871\delta l$$

$$x_2 = 0{,}20755\delta l \qquad x_4 = 0{,}87953\delta l$$

$$x_5 - \left(0{,}569338 - 0{,}005053\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$M_1 = -(0{,}133214\mathrm{p} - 0{,}018000p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}131214\mathrm{p} - 0{,}018000p')l^2 + (0{,}643128\mathrm{p} - 0{,}078843p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}056600\mathrm{p} - 0{,}007833p')l^2$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}068839\mathrm{p} + 0{,}044375p')l^2 + (0{,}094916\mathrm{p} + 0{,}469369p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}047169\mathrm{p} - 0{,}036723p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}046016\mathrm{p} + 0{,}067198p')l^2 - (0{,}005053\mathrm{p} - 0{,}569338p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}047335\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_5} = -(0{,}067198\mathrm{p} + 0{,}046016p')l^2 + (0{,}569338\mathrm{p} - 0{,}005053p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}067198\mathrm{p} + 0{,}046016p')l^2 + (0{,}569338\mathrm{p} - 0{,}005053p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}050410\mathrm{p} - 0{,}050400p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}131214\mathrm{p} - 0{,}018000p')l^2 - (0{,}643128\mathrm{p} - 0{,}078843p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}018000\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = (0{,}018000\mathrm{p} - 0{,}131214p')l^2 - (0{,}078843\mathrm{p} - 0{,}643128p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}058280\mathrm{p} - 0{,}022990p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = -(0{,}044375\mathrm{p} + 0{,}068839p')l^2 + (0{,}469369\mathrm{p} + 0{,}094916p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}119888l \qquad x_3 = 0{,}788688l$$

$$x' = 0{,}204378l \qquad x'' = 0{,}788548l$$

$$x_2 = 0{,}211068l \qquad x_4 = 0{,}879898l$$

$$x_5 = \left(0{,}551261 - 0{,}005157\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathrm{M}_3 = -(0{,}133069\mathrm{p} - 0{,}035569p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}133069\mathrm{p} - 0{,}035569p')l^2 + (0{,}645199\mathrm{p} - 0{,}099095p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}056684\mathrm{p} - 0{,}022503p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0{,}069254\mathrm{p} + 0{,}028246p')l^2 + (0{,}095327\mathrm{p} + 0{,}450777p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}047823\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0{,}028246\mathrm{p} + 0{,}069254p')l^2 + (0{,}450777\mathrm{p} + 0{,}095327p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}049460\mathrm{p} - 0{,}047123p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x''} = -(0{,}051574\mathrm{p} + 0{,}045926p')l^2 + (0{,}551261\mathrm{p} - 0{,}005157p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}051574\mathrm{p} + 0{,}045926p')l^2 + (0{,}551261\mathrm{p} - 0{,}005157p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x''} = 0{,}050400\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_3} = -(0{,}045926\mathbf{p} + 0{,}051574p')l^2 - (0{,}005157\mathbf{p} - 0{,}551261p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0{,}050400\mathbf{p} - 0{,}050351p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_3}^{x_4} = (0{,}035569\mathbf{p} - 0{,}133069p')l^2 - (0{,}099095\mathbf{p} - 0{,}645199p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}060343\mathbf{p} - 0{,}023011p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}028246\mathbf{p} + 0{,}069254p')l^2 + (0{,}450777\mathbf{p} + 0{,}095327p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0{,}12007 \qquad x_3 = 0{,}78868$$

$$x' = 0{,}21319 \qquad x'' = 0{,}78918$$

$$x_2 = 0{,}21131 \qquad x_4 = 0{,}87992$$

$$x_5 = (0{,}551291 + 0{,}000008p')l$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}137391\mathbf{p} - 0{,}035605p')l^2$$

$$\left(M\right)_{0}^{x_1} = -(0{,}137391\mathbf{p} - 0{,}035605p')l^2 + (0{,}650182\mathbf{p} - 0{,}098883p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}060240\mathbf{p} - 0{,}022545p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}073473\mathbf{p} + 0{,}028313p')l^2 + (0{,}100191\mathbf{p} + 0{,}451108p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}050185\mathbf{p} - 0{,}049529p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_2}^{x'} = -(0{,}050187\mathbf{p} + 0{,}051599p')l^2 + (0{,}000008\mathbf{p} + 0{,}551291p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}050186\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x'}^{x_3} = -(0{,}051599\mathbf{p} + 0{,}050187p')l^2 + 0{,}551291\mathbf{p} + 0{,}000008p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}051599\mathbf{p} + 0{,}050187p')l^2 + (0{,}551291\mathbf{p} + 0{,}000008p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}050353\mathbf{p} - 0{,}050180p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_3}^{x''} = -(0{,}137391\mathbf{p} + 0{,}035605p')l^2 + (0{,}650182\mathbf{p} - 0{,}098883p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$M_{x''} = 0{,}050235\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x''}^{x_4} = (0{,}035605\mathbf{p} - 0{,}137391p')l^2 - (0{,}098883\mathbf{p} - 0{,}650182p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}060105\mathbf{p} - 0{,}023502p')l^2$$

$$\left(M\right)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}028313\mathbf{p} + 0{,}073473p')l^2 + (0{,}451108\mathbf{p} + 0{,}100191p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}137094\mathbf{p} - 0{,}036737p')l^2$$

OŚM PRZĘSEŁ. $\delta = 1,20$.

Pierwsze przęsło

$$x' = 0,75509$$
$$x_4 = 0,87740$$
$$x_5 = \left(0,461077 - 0,083530\,\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0,461077\mathrm{p} - 0,083530p')lx - 0,5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0,461077\mathrm{p} - 0,083530p')lx_5 - 0,5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,063073\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0,083530\mathrm{p} - 0,461077p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0,073288\mathrm{p} - 0,019632p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0,355172\mathrm{p} + 0,022375p')lx - 0,5\mathrm{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0,12235 \qquad x_3 = 0,78868$$
$$x' = 0,21564 \qquad x'' = 0,78868$$
$$x_2 = 0,21429 \qquad x_4 - 0,88023$$

$$x_5 = \left(0,624840 - 0,022246\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0,144828\mathrm{p} - 0,022375p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0,144828\mathrm{p} - 0,022375p')l^2 + (0,689609\mathrm{p} - 0,087015p')lx - 0,5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0,054359\mathrm{p} - 0,019600p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0,067288\mathrm{p} + 0,055165p)l^2 + (0,088062\mathrm{p} + 0,514532p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0,044643\mathrm{p} - 0,044084p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0,038923\mathrm{p} + 0,083530p')l^2 - (0,022246\mathrm{p} - 0,624840p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0,044679\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = -(0,083530\mathrm{p} + 0,038923p')l^2 + (0,624840\mathrm{p} - 0,022246p')lx - 0,5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0,083530\mathrm{p} + 0,038923p')l^2 + (0,624840\mathrm{p} - 0,022246p')lx_5 - 0,5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,059977\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} =$ Równanie to nie da się zostosować ponieważ przedział $x'' - x_3 = 0$.

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x_2} = -0{,}059977\,(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x_4} = (0{,}022375\mathrm{p}-0{,}144828p')l^2-(0{,}087015\mathrm{p}-0{,}689609p')lx-0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}069536\mathrm{p}-0{,}025730p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}055165\mathrm{p}+0{,}067288p')l^2+(0{,}514532\mathrm{p}+0{,}088062p')lx-0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12024 \qquad x_3 = 0{,}78868$$

$$x' = 0{,}21017 \qquad x'' = 0{,}78865$$

$$x_2 = 0{,}21154 \qquad x_4 = 0{,}87993$$

$$x_5 = \left(0{,}605842-0{,}006550\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}157727\mathrm{p}-0{,}038387p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}157727\mathrm{p}-0{,}038387p')l^2+(0{,}703167\mathrm{p}-0{,}103875p')lx-0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}066677\mathrm{p}-0{,}023398p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x'} = -(0{,}081545\mathrm{p}+0{,}037795p')l^2+(0{,}103055\mathrm{p}+0{,}496237p')lx-0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}055555\,(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x_2} = -(0{,}037795\mathrm{p}+0{,}081545p')l^2+(0{,}496237\mathrm{p}+0{,}103055p')lx-0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_2} = (0{,}055955\mathrm{p}-0{,}055385p')l^2$$

$$(M)_{x_2}^{x''} = -(0{,}065618\mathrm{p}+0{,}053722p')l^2+(0{,}605842\mathrm{p}-0{,}006550p')lx-0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}065618\mathrm{p}+0{,}053722p')l^2+(0{,}605842\mathrm{p}+0{,}006550p')lx_5-0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x''} = 0{,}059921\,(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$(M)_{x''}^{x_3} = -(0{,}053722\mathrm{p}+0{,}065618p')l^2-(0{,}006550\mathrm{p}-0{,}605842p')lx-0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0{,}059921\mathrm{p}-0{,}059910p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x_4} = (0{,}038387\mathrm{p}+0{,}157727p')l^2-(0{,}103875\mathrm{p}-0{,}703167p')lx-0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}071297\mathrm{p}-0{,}027276p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_3} = -(0{,}037795\mathrm{p}+0{,}081545p')l^2+(0{,}496237\mathrm{p}+0{,}103055p')lx-0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0{,}120098l \qquad x_3 = 0{,}788678l$$

Czwarte przęsło (ciąg dalszy).

$$x' = 0{,}211638l \qquad x'' = 0{,}788768l$$

$$x_2 = 0{,}211348l \qquad x_4 = 0{,}879928l$$

$$x_5 = \left(0{,}601357 - 0{,}001121\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$M_4 = -(0{,}162311\,\mathrm{p} - 0{,}042122p')l^2$$

$$(M)_0^{x_1} = -(0{,}162311\mathrm{p} - 0{,}042122p')l^2 + (0{,}707791\mathrm{p} - 0{,}107555p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_1} = -(0{,}070696\mathrm{p} - 0{,}026622p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}086227\mathrm{p} + 0{,}033962p')l^2 + (0{,}107782\mathrm{p} + 0{,}492454p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_2} = -(0{,}058893\mathrm{p} - 0{,}058846p')l^2$$

$$(M)_{x_1}^{x'} = -0{,}058608\mathrm{p} + 0{,}061581p')l^2 - (0{,}001121\mathrm{p} - 0{,}601357p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x'} = -0{,}058891\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x'}^{x''} = -(0{,}061581\mathrm{p} + 0{,}058608p')l^2 + (0{,}601357\mathrm{p} - 0{,}001121p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = -(0{,}061581\mathrm{p} + 0{,}058608p')l^2 + (0{,}601357\mathrm{p} - 0{,}001121p')lx_5 - 0{,}05\mathrm{p}x_5^2$$

$$M_{x_3} = (0{,}059705\mathrm{p} - 0{,}059668p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x''} = -(0{,}162311\mathrm{p} - 0{,}042122p')l^2 + (0{,}707791\mathrm{p} - 0{,}107555p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x''} = 0{,}059680\,(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(M)_{x_3}^{x_4} = (0{,}042122\mathrm{p} - 0{,}162311p')l^2 - (0{,}107555\mathrm{p} - 0{,}707791p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}071445\mathrm{p} - 0{,}027581p')l^2$$

$$(M)_{x_4}^{l_4} = -(0{,}033962\mathrm{p} + 0{,}086227p')l^2 + (0{,}492454\mathrm{p} + 0{,}107782p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_5 = -(0{,}163019\mathrm{p} - 0{,}043113p')l^2$$

OŚM PRZĘSEŁ. $\delta = 1{,}25$.

Pierwsze przęsło

$$x'' = 0{,}74559l$$

$$x_4 = 0{,}87995l$$

$$x_5 = \left(0{,}464741 - 0{,}092447\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(M)_0^{x''} = (0{,}464741\mathrm{p} - 0{,}092447p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x_5} = (0{,}464741\mathrm{p} - 0{,}092447p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5$$

Pierwsze przęsło (ciąg dalszy).

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}068835\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = -(0{,}092447\mathbf{p} - 0{,}464741p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}081347\mathbf{p} - 0{,}021791p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_1} = (0{,}347530\mathbf{p} + 0{,}024764p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło

$$x_1 = 0{,}124755l \qquad x_3 = 0{,}788688l$$

$$x' = 0{,}207278l \qquad x'' = 0{,}788678l$$

$$x_2 = 0{,}217398l \qquad x_4 = 0{,}880568l$$

$$x_5 = \left(0{,}652705 - 0{,}030246\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_2 = -(0{,}152470\mathbf{p} - 0{,}024764p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}152470\mathbf{p} - 0{,}024764p')l^2 + (0{,}713590\mathbf{p} - 0{,}091131p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}053353\mathbf{p} - 0{,}010553p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x'} = -(0{,}066649\mathbf{p} + 0{,}061057p')l^2 + (0{,}085270\mathbf{p} + 0{,}537189p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044558\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}061057\mathbf{p} + 0{,}066649p')l^2 + (0{,}537189\mathbf{p} + 0{,}085270p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}047997\mathbf{p} - 0{,}043478p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x''} = -(0{,}092447\mathbf{p} + 0{,}035259p')l^2 + (0{,}652705\mathbf{p} - 0{,}030246p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}092447\mathbf{p} + 0{,}035259p')l^2 + (0{,}652705\mathbf{p} - 0{,}030246p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}065077(\mathbf{p} - p')l^2$$

$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_3} =$ Przedział $x_3 - x''$ bardzo mały $= 0{,}00001\delta l$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0{,}065077\mathbf{p} - 0{,}065073p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x_4} = (0{,}024764\mathbf{p} - 0{,}152470p')l^2 - (0{,}091131\mathbf{p} - 0{,}713590p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}075543\mathbf{p} - 0{,}027208p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}061057\mathbf{p} + 0{,}066649p')l^2 + (0{,}537189\mathbf{p} + 0{,}085270p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}120428l \qquad x_3 = 0{,}788678l$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$x' = 0{,}21241\delta l \qquad x'' = 0{,}78870\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21176\delta l \qquad x_4 = 0{,}87996\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}632971 - 0{,}007278\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_3 = -(0{,}170821\mathrm{p} - 0{,}039939p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}170821\mathrm{p} - 0{,}039939p')l^2 + (0{,}732130\mathrm{p} - 0{,}106437p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}071947\mathrm{p} - 0{,}023919p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x_2} = -(0{,}088038\mathrm{p} + 0{,}042844p')l^2 + (0{,}106893\mathrm{p} + 0{,}518800p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}059743\mathrm{p} - 0{,}059449p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x'} = -(0{,}057816\mathrm{p} + 0{,}073066p')l^2 - (0{,}007278\mathrm{p} - 0{,}632971p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}059748(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_3} = -(0{,}073066\mathrm{p} + 0{,}057816p')l^2 + (0{,}632971\mathrm{p} - 0{,}007278p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}073066\mathrm{p} + 0{,}057816p')l^2 + (0{,}632971\mathrm{p} - 0{,}007278p')lx_5 - 0{,}5\mathrm{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}064993\mathrm{p} - 0{,}064991p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x''} = -(0{,}170821\mathrm{p} - 0{,}039939p')l^2 + (0{,}732130\mathrm{p} - 0{,}106437p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}064994(\mathrm{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = (0{,}039939\mathrm{p} - 0{,}170821p')l^2 - (0{,}106437\mathrm{p} - 0{,}732130p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}077136\mathrm{p} - 0{,}029540p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_3} = -(0{,}042844\mathrm{p} + 0{,}088038p')l^2 + (0{,}518800\mathrm{p} + 0{,}106893p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0{,}12011\delta l \qquad x_3 = 0{,}78867\delta l$$

$$x' = 0{,}21103\delta l \qquad x'' = 0{,}78860\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21136\delta l \qquad x_4 = 0{,}87992\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}626410 - 0{,}001641\,\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}175594\mathrm{p} - 0{,}045578p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -(0{,}175594\mathrm{p} - 0{,}045578p')l^2 + (0{,}736650\mathrm{p} - 0{,}111881p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}076267\mathrm{p} - 0{,}028782p')l^2$$

Czwarte przęsło (ciąg dalszy).

$$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = -(0,093028\mathbf{p} + 0,036988p')l^2 + (0,111634\mathbf{p} + 0,513135p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0,063580(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x'}^{x_2} = -(0,036988\mathbf{p} + 0,093028p')l^2 + (0,513135\mathbf{p} + 0,111634p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0,063682\mathbf{p} - 0,063535p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_2}^{x''} = -(0,066914\mathbf{p} + 0,063102p')l^2 + (0,626410\mathbf{p} - 0,001641p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0,066914\mathbf{p} + 0,063102p')l^2 + (0,626410\mathbf{p} - 0,001641p')lx_5 - 0,5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,064719(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} = -(0,063102\mathbf{p} + 0,066914p')l^2 - (0,001641\mathbf{p} - 0,626410p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = -(0,064719\mathbf{p} - 0,064687p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x_4} = (0,045578\mathbf{p} - 0,175594p')l^2 - (0,111881\mathbf{p} - 0,736650p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0,077478\mathbf{p} - 0,029758p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_4} = -(0,036988\mathbf{p} + 0,093028p')l^2 + (0,513135\mathbf{p} + 0,111634p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathbf{M}_5 = -(0,176819\mathbf{p} - 0,046514p')l^2$$

OŚM PRZĘSEŁ. $\delta = 1,30$.

Pierwsze przęsło.

$$x'' = 0,73324l$$

$$x_4 = 0,88240l$$

$$x_5 = \left(0,468487 - 0,101869\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x''} = (0,468487\mathbf{p} - 0,101869p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = (0,468487\mathbf{p} - 0,101869p')lx_5 - 0,5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0,074694(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -(0,101869\mathbf{p} - 0,468487p')lx - 0,5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0,089889\mathbf{p} - 0,024078p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = (0,339330\mathbf{p} + 0,027288p')lx - 0,5\mathbf{p}x^2$$

Drugie przęsło.

$$x_1 = 0,127055\delta l \qquad x_3 = 0,788685\delta l$$

Drugie przęsło (ciąg dalszy).

$$x' = 0{,}200155\delta l \qquad x'' = 0{,}788665\delta l$$

$$x_2 = 0{,}220345\delta l \qquad x_4 = 0{,}880885\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}680638 - 0{,}037913\frac{p'}{\mathbf{p}}\right) l$$

$$\mathrm{M}_2 = -(0{,}160670\mathbf{p} - 0{,}027288p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}160670\mathbf{p} - 0{,}027288p')l^2 + (0{,}737990\mathbf{p} - 0{,}095265p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}052419\mathbf{p} - 0{,}011553p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x'} = -(0{,}066100\mathbf{p} + 0{,}067282p')l^2 + (0{,}082835\mathbf{p} + 0{,}559890p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}044547\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}067282\mathbf{p} + 0{,}066100p')l^2 + (0{,}559890\mathbf{p} + 0{,}082835p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}052069\mathbf{p} - 0{,}042373p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x''} = -(0{,}101869\mathbf{p} + 0{,}031513p')l^2 + (0{,}680638\mathbf{p} - 0{,}037913p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}101869\mathbf{p} + 0{,}031513p')l^2 + (0{,}680638\mathbf{p} - 0{,}037913p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}070383\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_3} = -(0{,}031513\mathbf{p} + 0{,}101869p')l^2 - -(0{,}037913\mathbf{p} - 0{,}680638p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}070385\mathbf{p} - 0{,}070376p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x_4} = -(0{,}027288\mathbf{p} - 0{,}160670p')l^2 + (0{,}095265\mathbf{p} - 0{,}737990p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = (0{,}081804\mathbf{p} - 0{,}028758p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_2} = -(0{,}067282\mathbf{p} + 0{,}066100p')l^2 + (0{,}559890\mathbf{p} + 0{,}082835p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 0{,}12058\delta l \qquad x_3 = 0{,}78867\delta l$$

$$x' = 0{,}21432\delta l \qquad x'' = 0{,}78873\delta l$$

$$x_2 = 0{,}21198\delta l \qquad x_4 = 0{,}87999\delta l$$

$$x_5 = \left(0{,}660012 - 0{,}008028\frac{p'}{\mathbf{p}}\right) l$$

$$\mathrm{M}_3 = -(0{,}184425\mathbf{p} - 0{,}041586p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1} = -(0{,}184425\mathbf{p} - 0{,}041586p')l^2 + (0{,}761082\mathbf{p} - 0{,}109098p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}077407\mathbf{p} - 0{,}024484p')l^2$$

Trzecie przęsło (ciąg dalszy).

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} = -(0{,}094760\mathbf{p} + 0{,}048079p')l^2 + (0{,}110712\mathbf{p} + 0{,}541272p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = -(0{,}064250\mathbf{p} - 0{,}063111p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x'} = -(0{,}062038\mathbf{p} + 0{,}080801p')l^2 - (0{,}008028\mathbf{p} - 0{,}660012p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}064275(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_3} = -(0{,}080801\mathbf{p} + 0{,}062038p')l^2 + (0{,}660012\mathbf{p} - 0{,}008028p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}080801\mathbf{p} + 0{,}062038p')l^2 + (0{,}660012\mathbf{p} - 0{,}008028p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

$$\mathrm{M}_{x_3} = (0{,}070301\mathbf{p} - 0{,}070269p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x''} = -(0{,}184425\mathbf{p} - 0{,}041586p')l^2 + (0{,}761082\mathbf{p} - 0{,}109098p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x''} = 0{,}070279\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4} = (0{,}041586\mathbf{p} - 0{,}184425p')l^2 - (0{,}109098\mathbf{p} - 0{,}761082p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_4} = -(0{,}083222\mathbf{p} - 0{,}031892p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_3} = (0{,}048079\mathbf{p} + 0{,}094760p')l^2 + (0{,}541272\mathbf{p} + 0{,}110712p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

Czwarte przęsło.

$$x_1 = 0{,}120128l \qquad x_3 = 0{,}788678l$$

$$x' = 0{,}210528l \qquad x'' = 0{,}788468l$$

$$x_2 = 0{,}211378l \qquad x_4 = 0{,}879928l$$

$$x_5 = \left(0{,}651473 - 0{,}002135\frac{p'}{\mathbf{p}}\right)l$$

$$\mathbf{M}_4 = -(0{,}189425\mathbf{p} - 0{,}049165p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{0}^{x_1} = -(0{,}189425\mathbf{p} - 0{,}049165p')l^2 + (0{,}765540\mathbf{p} - 0{,}116202p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_1} = -(0{,}082074\mathbf{p} - 0{,}031020p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x'} = -(0{,}100113\mathbf{p} + 0{,}040147p')l^2 + (0{,}115514\mathbf{p} + 0{,}533824p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$\mathrm{M}_{x'} = -0{,}068501\,(\mathbf{p} - p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x'}^{x_2} = -(0{,}040147\mathbf{p} + 0{,}100113p')l^2 + (0{,}533824\mathbf{p} + 0{,}115514p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_2} = (0{,}069015\mathbf{p} - 0{,}068372p')l^2$$

$$\left(\mathrm{M}\right)_{x_2}^{x''} = -(0{,}072475\mathbf{p} + 0{,}067875p')l^2 + (0{,}651473\mathbf{p} - 0{,}002135p')lx - 0{,}5\mathbf{p}x^2$$

$$\mathrm{M}_{x_5} = -(0{,}072475\mathbf{p} + 0{,}067785p')l^2 + (0{,}651473\mathbf{p} + 0{,}002135p')lx_5 - 0{,}5\mathbf{p}x_5^2$$

Czwarte przęsło (ciąg dalszy).

$$M_{x''} = 0{,}069974(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_3} = -(0{,}067785\mathrm{p} + 0{,}072475p')l^2 - (0{,}002135\mathrm{p} - 0{,}651473p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_3} = -(0{,}069974\mathrm{p} - 0{,}069871p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_3}^{x_4} = (0{,}049165\mathrm{p} + 0{,}189425p')l^2 - (0{,}116202\mathrm{p} - 0{,}765540p')lx - 0{,}5p'x^2$$

$$M_{x_4} = -(0{,}083757\mathrm{p} - 0{,}032024p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_4} = -(0{,}040147\mathrm{p} + 0{,}100113p')l^2 + (0{,}533824\mathrm{p} + 0{,}115514p')lx - 0{,}5\mathrm{p}x^2$$

$$\mathbf{M}_5 = -(0{,}191176\mathrm{p} - 0{,}050056p')l^2$$

DWA PRZĘSŁA, $\delta = 1$.

Pierwsze przęsło

$$x' = \frac{3}{4}l$$

$$x_4 = \frac{7}{8}l$$

$$x_5 = \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{16}\frac{p'}{\mathrm{p}}\right)l$$

$$(\mathrm{M})_0^{x'} = \left(\frac{7}{16}\mathrm{p} - \frac{1}{16}p'\right)lx - \frac{1}{2}\mathrm{p}x^2$$

$$M_{x''} = \frac{21}{64}(\mathrm{p}-p')l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = -\left(\frac{1}{16}\mathrm{p} - \frac{7}{16}p'\right)lx - \frac{1}{2}p'x^2$$

$$M_{x_4} = -\frac{7}{128}\mathrm{p}l^2$$

$$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = \frac{3}{8}\mathrm{p}lx - \frac{1}{2}\mathrm{p}x^2$$

$$\mathbf{M}_2 = -\frac{1}{8}\mathrm{p}l^2$$

PRZYKŁAD LICZEBNY

Wyłożywszy w pierwszych dwóch częściach niniejszéj pracy sposoby obliczania wytrzymałości belek wieloprzęsłowych, i podawszy w części trzeciéj tablice analityczne ułatwiające rachunki, przechodzimy obecnie do zastosowań liczebnych powyższych metod; to jest przedstawimy szczegóły obliczania danéj belki wieloprzęsłowéj za pomocą metody tak zwanéj geometrycznéj zwykle używanéj, i metody analitycznéj zasadzając się na danych z części trzeciéj. Zestawienie to dwóch sposobów wyznaczania sił zewnętrznych ma na celu jaśniejsze wykazanie różnic jakie zachodzą między dwoma wspomnianemi metodami.

Jako przykład weźmiemy belkę umieszczoną na sześciu podporach, to jest przypadek gdzie $n = 5$; przyjmiemy następnie iż belka dana wchodzi w skład mostu pod koléj żelazną o pojedynczéj drodze, ciężar więc przypadkowy będzie w tym razie podług przepisów administracyi francuzkiéj $p'' = 2000^k$ na metr długości belki; ciężar stały téjże belki przypuszczamy $p' = 1000^k$; ciężar zatém całkowity na metr długości będzie:

$$\mathrm{p} = p' + p'' = 3000^{\,k}.$$

Przyjmiemy nakoniec długości następujące:

dla przęseł skrajnych $l = 40^m,00$

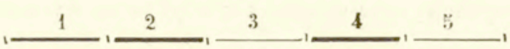
dla przęseł środkowych $\delta l = 50\ ,00.$

Rozwiązując zadanie podług pierwszéj metody (str. 24), wyznaczają się naprzód wartości liczebne spółczynników α z grupy równań (5), albo prościéj w przypadku obecnym skorzystać można z równań (24 i 25); wartości te są następujące:

$$\alpha_0 = 1,00$$
$$\alpha_1 = -\ 3,60$$
$$\alpha_2 = 13,40$$
$$\alpha_3 = -50,00$$
$$\alpha_4 = 208,25$$

Następnie wyznaczają się wartości momentów zgięcia na podporach za pomocą równań (2) i (4) w $n+1$, to jest sześciu układach ciężaru przypadkowego wskazanych poniżéj. Nakoniec wyznaczają się przy tychże samych układach ciężaru przypadkowego wartości sił poprzecznych na podporach za pomocą równań (12) i (13).

PIERWSZY UKŁAD.



Moment zgięcia na drugiéj podporze wyznaczy się, jakeśmy wspomnieli, za pomocą równania (4).

$$\mathrm{M}_2 = \frac{\mathrm{P}_2\alpha_3 + \mathrm{P}_3\alpha_2 + \mathrm{P}_4\alpha_1 + \mathrm{P}_5}{\alpha_4 l_1}$$

Wartości na P po uproszczeniu wzorów są następujące :

$$P_2 = \frac{pl^2}{4}(1+\delta^3) = 2835000$$

$$P_3 = \frac{l^2}{4}(p+p') = 2500000$$

$$P_4 = \frac{l^2}{4}(p'+p) = 2500000$$

$$P_5 = \frac{l^2}{4}(p+p'\delta^3) = 2195000$$

Podstawiwszy te wartości w ostatniém równaniu i wykonawszy rachunki otrzymamy :

$$M_2 = -690606{,}2424$$

Za pomocą grupy (2) równań otrzymamy dalej

$$M_3 = -348817{,}5274$$

$$M_4 = -414123{,}6480$$

$$M_5 = -494687{,}8806$$

Jako sprawdzenie, wartości otrzymane momentów zgięcia zadosyć uczynić powinny ostatniemu równaniu grupy (2)

$$M_4 + 2(1+\delta)M_5 = P_5$$

Chcąc otrzymać sprawdzenie dostatecznie przybliżone, wyznaczyć należy wartości momentów zgięcia z pewną liczbą dziesiętnych. Wziąwszy cztery dziesiętne w wyrażeniu momentów otrzymaliśmy sprawdzenie z przybliżeniem następującém

$$M_4 + 2(1+\delta)M_5 = 2195000{,}0181$$

Podstawiając znalezione poprzednio wartości momentów zgięcia w równaniach (15), (16), (12) i (13) otrzymamy następujące wartości sił poprzecznych na podporach przy tymże samym układzie ciężaru przypadkowego.

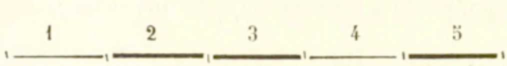
$$A_1 = \frac{M_2}{l_1} + \frac{1}{2}p_1 l_1 = 42734^{k}{,}84\,; \qquad B_2 = A_1 - p_1 l_1 = -77265^{k}{,}16$$

$$A_2 = \frac{M_3 - M_2}{l_2} + \frac{1}{2}p_2 l_2 = 81835{,}77; \quad B_3 = A_2 - p_2 l_2 = -68164\,{,}23$$

$$A_3 = \frac{M_4 - M_5}{l_3} + \frac{1}{2}p_3 l_3 = 23693{,}88; \quad B_4 = A_3 - p_3 l_3 = -26306\,{,}12.$$

W skutek symetryi belki dostateczném jest wyznaczyć wartości sił poprzecznych na podporach tylko w trzech pierwszych przęsłach ; ograniczamy się więc tu na wyznaczeniu ilości B_4.

DRUGI UKŁAD.



Postępując wpodobny sposób jak w poprzedzającym układzie ciężaru przypadkowego otrzymamy kolejno wypadki następujące :

$$P_2 = 2195000$$

$$P_3 = 3750000$$

$$P_4 = 2500000$$

$$P_5 = 1585000$$

$$M_2 = -401650{,}6602$$

$$M_3 = -749057{,}6233$$

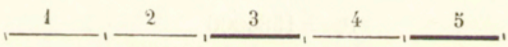
$$M_4 = -352118{,}8466$$

$$M_5 = -342466{,}9903$$

Sprawdzenie : $M_4 + 2\ (1 + \delta)\ M_5 = 1585000{,}0116$

$A_1 = 9958{,}73$	$B_2 = -30041{,}27$
$A_2 = 68051{,}86$	$B_3 = -81948{,}14$
$A_2 = 82938{,}78$	$B_4 = -67061{,}22$

TRZECI UKŁAD



$$P_2 = 945000$$

$$P_3 = 2500000$$

$$P_4 = 2500000$$

$$P_5 = 1585000$$

$$M_2 = -127040{,}8163$$

$$M_3 = -487653{,}0609$$

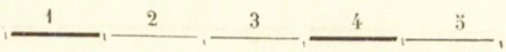
$$M_4 = -422346{,}9400$$

$$M_5 = -322959{,}2061$$

Sprawdzenie $M_4 + 2\ (1 + \delta)\ M_5 = 1585000{,}0819$

$A_1 = 16823{,}98$	$B_2 = -23176{,}02$
$A_2 = 17787{,}76$	$B_3 = -32212{,}25$
$A_3 = 76306{,}12$	$B_4 = -73693{,}88$

CZWARTY UKŁAD.



$$P_2 = 1585000$$

$$P_3 = 1250000$$

CZWARTY UKŁAD (ciąg dalszy).

$$P_4 = 2500000$$

$$P_5 = 2195000$$

$$M_2 = -415996{,}3985$$

$$M_3 = -\ \ 87412{,}9650$$

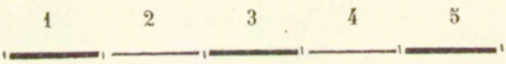
$$M_4 = -484351{,}7714$$

$$M_5 = -475180{,}0964$$

Sprawdzenie $M_4 + 2(1+\delta)\ M_5 = 2195000{,}0884$

$A_1 = 49600{,}09$	$B_2 = -70399{,}91$
$A_2 = 31571{,}67$	$B_3 = -18428{,}33$
$A_3 = 17061{,}22$	$B_4 = -32938{,}78$

PIĄTY UKŁAD



$$P_2 = 1585000$$

$$P_3 = 2500000$$

$$P_4 = 2500000$$

$$P_5 = 1585000$$

$$M_2 = -319117{,}6470$$

$$M_3 = -436176{,}4708$$

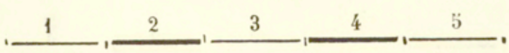
$$M_4 = -436176{,}4708$$

$$M_5 = -319117{,}6510$$

Sprawdzenie $M_4 + 2\ (1+\delta)\ M_5 = 1585000{,}0134$

$A_1 = 52022{,}06$	$B_2 = -67977{,}94$
$A_2 = 22658{,}82$	$B_3 = -27341{,}18$
$A_3 = 75000{,}00$	$B_4 = -75000{,}00$

SZÓSTY UKŁAD



$$P_2 = 2195000$$

$$P_3 = 2500000$$

SZÓSTY UKŁAD (ciąg dalszy).

$$P_4 = 2500000$$

$$P_5 = 2195000$$

$$M_2 = -498529,4417$$

$$M_3 = -400294,1182$$

$$M_4 = -400294,1182$$

$$M_5 = -498529,4357$$

Sprawdzenie : $M_4 + 2(1+\delta) M_5 = 2195000,0867$

$$A_1 = 7536,76 \qquad B_2 = -32463,24$$

$$A_2 = 76964,71 \qquad B_3 = -73035,29$$

$$A_3 = 25000,00 \qquad B_4 = -25000,00$$

Wypadki otrzymane dotąd, są dostatecznemi do wykreślenia parabol przedstawiających największe wartości momentów zgięcia; dla otrzymania jednakże większéj dokładności wyznaczają się nadto wierzchołki parabol momentów dodatnich w części środkowéj każdego przęsła, to jest wierzchołki parabol przy układzie (5) ciężaru przypadkowego (str. 122) w przęsłach 1m i 3m, i przy ostatnim układzie (6) tegoż ciężaru, w przęsle 2m.

Równania parabol o których mowa, otrzymają się jak wiadomo podstawiając w równania ogólne (8) i (9) wartości odpowiednie momentów zgięcia na podporach; następnie jeśli weźmiemy pochodne tych równań względem zmiennéj x i założymy je równe zeru, wtedy otrzymamy nowe równania pierwszego stopnia z których wyznaczą się odcięte x_5 odpowiadające momentowi maximum; wartości tego ostatniego otrzymają się z pierwszych równań założywszy w nich $x = x_5$.

Po wykonaniu działań wskazanych przyjdziemy do wypadków następujących.

UKŁAD 5 — *Pierwsze przęsło.* Równanie paraboli momentów

$$M = 52022,05x - 1500x^2$$

Równanie pochodnéj

$$\frac{dM}{dx} = 52022,05 - 3000x$$

Spółrzędne wierzchołka paraboli

$$x_5 = 17,341$$

$$M_{x_5} = 451048,9475$$

Trzecie przęsło. Równanie paraboli

$$M = -436176,4708 + 75000x - 1500x^2$$

W skutek symetryi odcięta x_5 momentu maximum znajduje się w tym razie na środku przęsła to jest

$$x_5 = \frac{l_3}{2} = 25^m,00.$$

Podstawiając tę wartość w ostatniém równaniu otrzymamy

$$Mx_5 = 501323,53.$$

Układ 6 — *Drugie przęsło.* Równanie paraboli momentów

$$M = -498529,4117 + 76964,7058x - 1500x^2.$$

Spółrzędne wierzchołka tejże paraboli

$$x_5 = 25,655$$

$$M_{x_5} = 488731,5781.$$

Parabole ostatnie momentów zgięcia wyrażone są w metrach i kilogrammetrach przyjętych za jedności; chcąc przedstawić też parabole na rysunku podług skali przyjętéj, należy zmienić odpowiednio jednoś ci ich spółrzędnych; postępuje się w tym razie w sposób następujący;

Niech będzie w przypadku ogólnym równanie paraboli momentów wyrażonéj w metrach i kilogrammetrach.

$$Y = -\frac{2}{p} X^2$$

Przypuśćmy iż wymiary rysunku wymagają aby jedności spółrzędnych téj paraboli zmienione zostały w pewnych stosunkach które oznaczymy przez a i b; spółrzędne x i y nowéj paraboli wyrażą się w tym razie

$$x = aX$$

$$y = bY$$

Równanie zatém ostatniéj paraboli będzie

$$y = -\frac{2b}{pa^2} x^2$$

W przykładzie obecnym przyjęliśmy skale następujące

$$x = 0^m,003X$$

$$y = 0,\ 0000001Y$$

Po wykonaniu działań otrzymamy równania parabol

$$y = -\frac{50}{3} x^2 \text{ dla ciężaru całkowitego}$$

$$y = -\frac{50}{9} x^2 \text{ dla samego ciężaru stałego}$$

Parabole te wykreślone podług skali wskazanéj i wykrojone z tektury posłużyły nam do przedstawienia rysunkowego momentów zgięcia na tablicy umieszczonéj przy końcu niniejszéj pracy (fig. 1).

Na tejże saméj figurze pod osią belki przedstawiliśmy siły poprzeczne podług skali następujących.

$$x = 0,003\ X$$

$$y = 0,0000005\ A.$$

Rozwiązanie zadania poprzedzającego za pomocą tablicy odpowiedniéj z części trzeciéj przedstawia znaczne uproszczenie i większą dokładność; dla otrzymania bowiém natężenia sił zewnętrznych w każdym punkcie belki dostateczném jest po zastąpieniu w równaniach téj tablicy ilości p, p' i l przez wartości przyjęte, wykonać działania wskazane, które nie przedstawiają żadnéj trudności; wyjątek tu mały stanowi wyznaczenie M_{x_5} którego równania niepodobna było prościéj wyrazić.

Po wykonaniu działań wskazanych w tablicy przyjdziemy kolejno do wypadków następujących :

Pierwsze przęsło

$x'' = 29^{m},780$

$x_4 = 35,\ 198$

$x_5 = 17,\ 341$

$(\mathrm{M})_0^{x''} = \quad 52022,040x - 1500x^2$

$\mathrm{M}_{x_5} \quad = \quad 451098,7741$

$\mathrm{M}_{x''} \quad = \quad 218966,4000$

$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = \quad 7536,840x - 500x^2$

$\mathrm{M}_{x_4} \quad = - 354187,200$

$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_1} = \quad 42734,84x - 1500x^2$

$x'' = 14,890$

$x_a = 17,599$

$(\mathrm{A})_0^{x''} = \quad 52022,04 - 3000x$

$\mathrm{A}_1 \quad = \quad 52022^{k},04$

$\mathrm{A}_{x''} \quad = \quad 7352,04$

$(\mathrm{A})_{x_a}^{l_1} = \quad 42734,84 - 3000x$

$\mathrm{A}_{x_a} \quad = - 10062,66$

$\mathrm{B}_2 \quad = - 77265,16$

Drugie przęsło.

$x_1 = \ 6^{m},237 \qquad x_3 = 39^{m},432$

$x' = 10,363 \qquad x'' = 39,448$

$x_2 = 10,869 \qquad x_4 = 44,027$

$x_5 = 25,655$

$\mathbf{M}_2 \quad = - 690606,40$

$(\mathrm{M})_0{}' = - 690606,40 + 81835,76x - 1500x^2$

$\mathrm{M}_{x_1} \quad = - 238512,00$

$(\mathrm{M})_{x_1}^{x'} = - 415995,60 + 31571,60x - 500x^2$

$\mathrm{M}_{x'} \quad = - 142505,60$

$\mathrm{M}_{x_2} \quad = \quad 160825,60$

$(\mathrm{M})_{x_2}^{x_3} = - 498529,60 + 76964,64x - 1500x^2$

$\mathrm{M}_{x_5} \quad = \quad 488729,80$

$\mathrm{M}_{x_3} \quad = \quad 204017,60$

$\mathrm{M}_{x''} \quad = \quad 203430,40$

$(\mathrm{M})_{x''}^{x_4} = - 143038,40 + 17787,60x - 500x^2$

$\mathrm{M}_{x_4} \quad = - 313094,40$

$(\mathrm{M})_{x_4}^{l_2} = - 401649,60 + 68051,84x - 1500x^2$

$x'' = 24,906$

$x_a = 25,132$

$(\mathrm{A})_0^{x''} = \quad 81835^{k},76 - 3000x$

$\mathrm{A}_2 \quad = \quad 81835,76$

$\mathrm{A}_{x''} \quad = \quad 7117,00$

$(\mathrm{A})_{x_a}^{l_2} = \quad 68051,84 - 3000x$

$\mathrm{A}_{x_a} \quad = - \ 7344,16$

$\mathrm{B}_3 \quad = - 81948,16$

Trzecie przęsło.

$$x_1 = 6^m,018$$
$$x_2 = 10\ ,\ 588$$
$$x' = 10\ ,\ 620$$
$$x_3 = 25\ ,\ 00$$
$$\mathbf{M_3} \quad = -749057,60$$
$$(\mathrm{M})_0^{x_1} = -749057,60 + 82938,72x - 1500x^2$$
$$\mathrm{M}_{x_1} \quad = -304232,00$$
$$\mathrm{M}_{x_2} \quad = -191649,60$$
$$\mathrm{M}_{x'} \quad = \quad 191177,60$$
$$(\mathrm{M})_{x'}^{x''} = -436177,60 + 75000x - 1500x^2$$
$$\mathrm{M}_{x_3} \quad = \quad 501390$$

$$x''' = x_a = 25^m,00$$
$$(\mathrm{A})_0^{\frac{l_3}{2}} = 82938,72 - 3000x$$
$$\mathrm{A}_3 \quad = 82938,72$$
$$\mathrm{A}_{x'''} \quad = \ 7938,72$$

Na tablicy umieszczonéj na końcu artykułu (fig. 2) przedstawiliśmy za pomocą rysunku powyżéj otrzymane wartości momentów zgięcia i sił poprzecznych; skale przyjęte na téj figurze są też same co i dla figury poprzedniéj. Oprócz uproszczenia wykreśleń, metoda ostatnia przedstawia tę dogodność iż wyznaczenie długości pasów blach poziomych (*semelles horizontales*) może się wyznaczyć z dokładnością żądaną za pomocą równań poprzedzających.

Na tém zakończymy niniejszą pracę, która głównie ma na celu pierwszą i najważniejszą część obliczania wytrzymałości belek wieloprzęsłowych, t. j. wyznaczenie natężenia sił zewnętrznych w każdym punkcie belki. Spodziewamy się iż uproszczenia przy wyprowadzeniu granic momentów zgięcia i sił poprzecznych przyczynią się do jaśniejszego przedstawienia kwestyi belek wieloprzęsłowych; następnie tablice części trzeciéj, które starannie sprawdziliśmy mogą być w wielu razach użytecznemi; szczególniéj gdy idzie o porównanie dwóch lub trzech projektów różniących się albo liczbą przęseł, albo też stosunkiem δ.

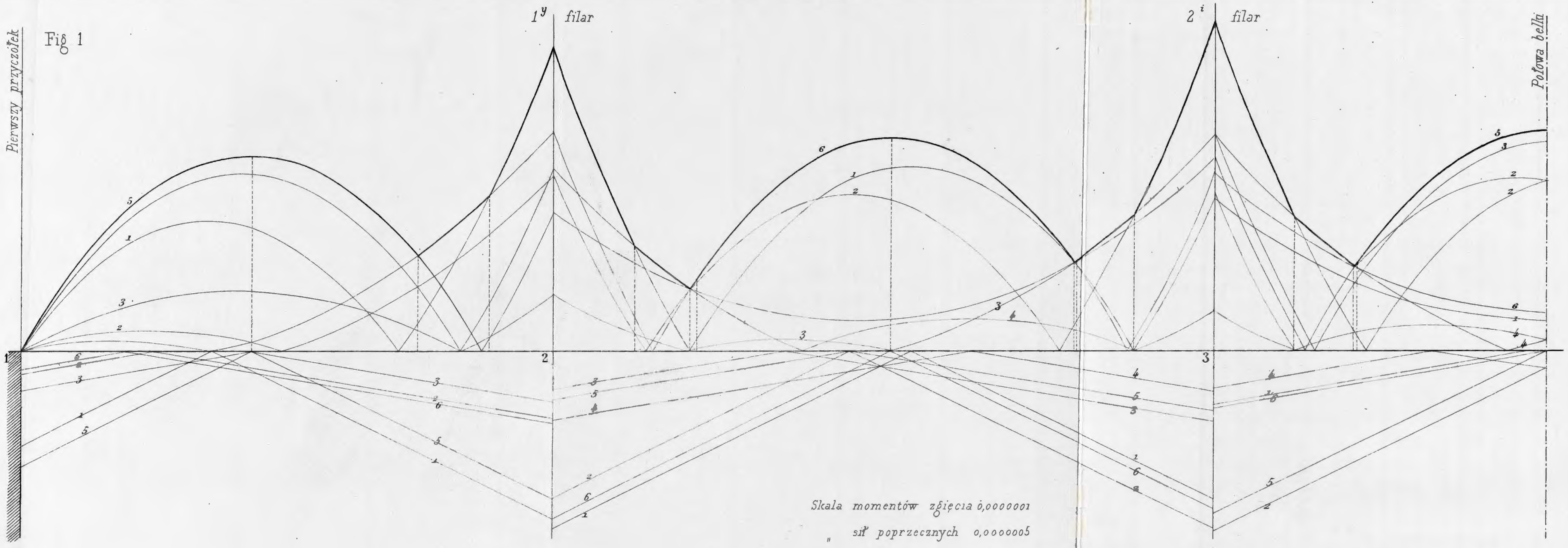
SPROSTOWANIE

Str.	wiersz	zamiast	powinno być
4 i 5		$l_k\ p_k,$	$l_{k-1}\ p_{k-1}$
»		$l_{k+1},\ p_{k+1}$	$l_k\quad p_k$
6	18	Bezont	Bezout
9	1	będą zerami	równe zeru
11	4	$\frac{1}{2} p_k x$	$\frac{1}{2} p_k x^2$
»	ostatni	otrzyma się zakładając więc	otrzyma się więc zakładając
12	13 i 26	(13)	(11)
21	29	poprzeczné	poprzecznéj
»	6	monety	momenty
55	14	$l_1 x^2$	l_1^2
56	2	$\left(\mathrm{M}\right)_0^x$	$\left(\mathrm{M}\right)_0^{x_1}$
»	11	$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} \mathrm{dop} = \left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_3}$	$\left(\mathrm{M}\right)_{x_1}^{x_2} = \mathrm{dop} \left(\mathrm{M}\right)_{x_4}^{l_3}$
63	24	$0{,}116667\mathbf{p} =$	$0{,}116667\mathbf{p} -$
64	27	$-0{,}5\mathbf{p}x^2$	$-0{,}5p'x^2$
67	12	$(0{,}152158\mathbf{p} - 0{,}016692p')l$	$(0{,}152758\mathbf{p} - 0{,}016692p')l^2$
68	25	$0{,}045795\mathbf{p}$	$0{,}045495\mathbf{p}$
70	ostatni	l	l^2
71	9	$\left(\mathrm{M}\right)_{l_2}^{x_4}$	$\left(\mathrm{M}\right)_{x''}^{x_4}$
72	13		nawias pomnożony przez l^2
74	2	$0{,}05263p'$	$0{,}052631p'$
»	20	$(\mathbf{p} - p')l^2$	$(\mathbf{p} + p')l^2$
75	11	$5\mathbf{p}x^2$	$0{,}5\mathbf{p}x^2$
»	21	$453907\mathbf{p}$	$0{,}453907\mathbf{p}$
»	22	$0{,}51771$	$0{,}051771$
76	2	$0{,}87953$	$0{,}87954$
79	ostatni	$0{,}539325$	$0{,}539325\mathbf{p}$
80	7	$0{,}038022p'$, i $0{,}724134\mathbf{p}$	$0{,}038032p'$, i $0{,}724134\mathbf{p}$
»	11	$0{,}059744$	$0{,}059743$
82	13	M_x'	M_x''
»	24	l	l^2
83	6	$0{,}041824\mathbf{p}$	$0{,}041825\mathbf{p}$
»	22	$0{,}057692$	$0{,}057662p'$
84	14 i 16	x_5^2	x^2
»	25	$(0{,}469713p'$	$0{,}469713p'$
85	4	$0{,}04709p'$	$0{,}004709p'$
»	9	$0{,}017622\mathbf{p}$	$0{,}017922\mathbf{p}$
86	6	$0{,}137036\mathbf{p}$	$0{,}137086\mathbf{p}$
87	2	$-(0{,}624441\mathbf{p} - 0{,}021800p')lx$	$-(0{,}021800\mathbf{p} - 0{,}624441p')lx$
»	7	lx_5	lx
»	9	$-0{,}5p'x$	$0{,}5p'x^2$
88	4	p''	p'
89	3		Znak — przed nawiasem
»	19	$-0{,}071741\mathbf{p} - 0{,}23689p')l^2$	$-(0{,}071741\mathbf{p} - 0{,}023689p')l^2$

Str.	wiersz	zamiast	powinno być
90	3	$0{,}075552\mathbf{p}$	$0{,}075452\mathbf{p}$
»	6	$\delta = 1{,}10$	$\delta = 1{,}30$
»	14 i 16	x_5^2	x^2
91	8		przed pierwszym nawiasem znak +
»	15	0,005409	0,005497
»	21		przed drugim nawiasem znak —
»	»	$0{,}5\mathbf{p}x^2$	$0{,}5p'x^2$
»	23	$+0{,}005497p'$	$-0{,}005497p'$
»	ostatni	$\mathrm{M}_{x'}$	$\mathrm{M}_{x''}$
92	4	$0{,}544769\mathbf{p}$	$0{,}543769\mathbf{p}$
»	ostatni	$0{,}070666\mathbf{p}$	$0{,}070766\mathbf{p}$
93	8	$(\mathbf{p}-p')l^2$	$(\mathbf{p}+p')l^2$
»	9	M_{x_4}	M_{x_3}
»	»	$0{,}041623p'$	$0{,}041623p'$
»	20	$0{,}021677p'$	$0{,}021767p'$
94	6	$0{,}016495\mathbf{p}$	$0{,}019495\mathbf{p}$
»	17	$0{,}5p'x-0{,}5p'lx^2$	$0{,}5p'lx-0{,}5p'x^2$
»	20		przed nawiasem znak +
95	22	$0{,}5p''x^2$	$0{,}5p'x^2$
96	2	$+0{,}004812\,\frac{p'}{\mathbf{p}}$	$-0{,}004812\,\frac{p'}{\mathbf{p}}$
»	10		przed 1ym nawiasem znak — a przed 2m znak +
»	13	$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x'}$	$\left(\mathrm{M}\right)_{x_3}^{x''}$
»	»	$+0{,}035488p'$	$-0{,}035488p'$
»	15		Znaki + z wyjątkiem pierwszego zamienić na —
»	16	$0{,}302011p'$	$0{,}023011p'$
»	17	$0{,}69255p'$	$0{,}069255p'$
»	24	$0{,}46888\mathbf{p}$	$0{,}468887\mathbf{p}$
98	2	$-0{,}083505p'$	$+0{,}083505p'$
»	5	$-0{,}038943p'$	$+0{,}038943p'$
99	3	$+0{,}157651\mathbf{p}$	$-0{,}157651\mathbf{p}$
»	5	$-0{,}5p'x^2$	$-0{,}5\mathbf{p}x^2$
100	19	$0{,}157442\mathbf{p}$ i $0{,}5p'x^2$	$0{,}152442\mathbf{p}$ i $0{,}5\mathbf{p}x^2$
»	23	$0{,}066632p'$	$0{,}066622p'$
102	2	$0{,}066543\mathbf{p}$	$0{,}066542\mathbf{p}$
103	7	$\mathbf{p}''$	p'
104	11	$0{,}040770)\mathbf{p}$	$0{,}040725\mathbf{p}$
»	23	x^3	x^2
106	17	$x' = 0{,}21853$	$x' = 0{,}21538$
»	ostatni	$(\mathbf{p}-p')$	$(\mathbf{p}+p')$
107	3	$0{,}041833\mathbf{p}$	$0{,}041832\mathbf{p}$
»	9	$0{,}113407\mathbf{p}$	$0{,}113402\mathbf{p}$
»	26	$0{,}133214\mathbf{p}$	$0{,}131214\mathbf{p}$
108	9		Przed 2m nawiasem znak +
»	10	0,018000	0,050403
109	12		$\frac{p'}{\mathbf{p}}$
110			Po współczynnikach x 1go przęsła dodać l po innych zaś δl
111	2	M_{x_2}	M_{x_3}

OBLICZANIE WYTRZYMAŁOŚCI BELEK WIELOPRZĘSŁOWYCH

Fig. 1

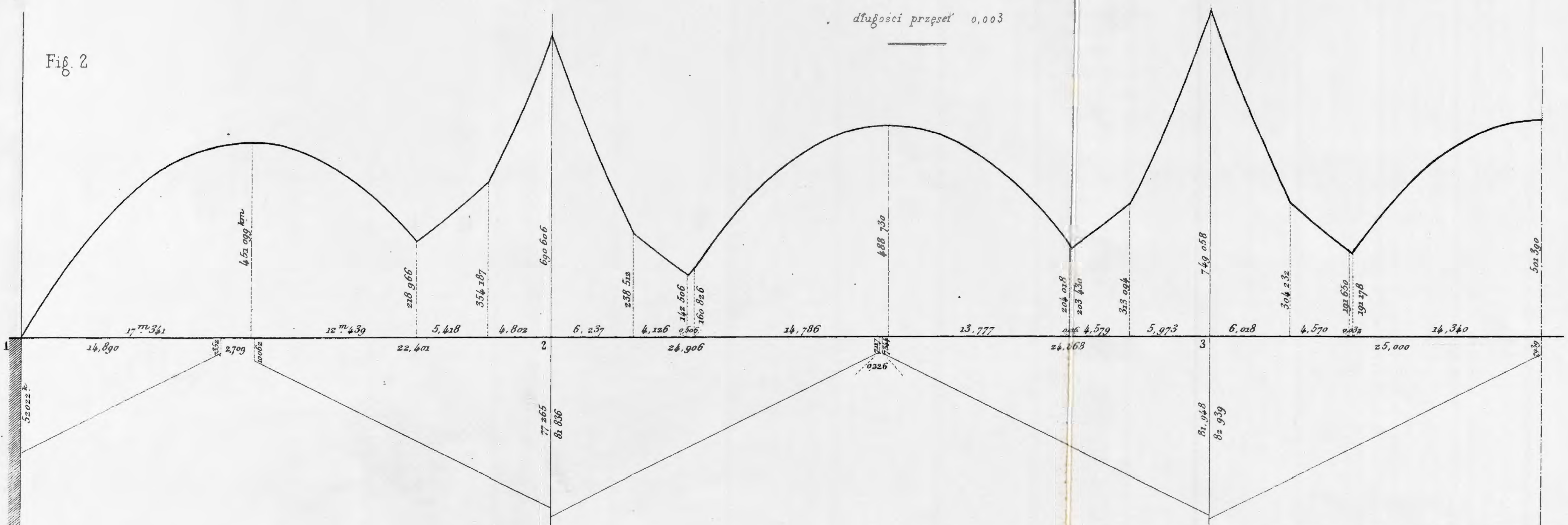


Skala momentów zgięcia 0,0000001

„ sił poprzecznych 0,0000005

„ długości przęseł 0,003

Fig. 2



Hulewicz del. *Imp. Geny-Gros. Paris* *E. Helle. Sc.*