CHAPITRE XXI.

Suite des Pénétrations réciproques des Voûtes.

SECONDE CLASSE.

426. La seconde classe des pénétrations sera divisée,

1°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec un berceau ordinaire;

2°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte sphérique;

3°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte sphéroïde;

4°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte annulaire;

5°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte ellipsoïde;

6°. En pénétrations d'un berceau en descente, avec une voûte quelconque, dont l'intrados est une surface de révolution, l'axe de rotation étant situé horizontalement dans l'espace;

Et 7°. en pénétrations de deux berceaux en descente.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU EN DESCENTE, AVEC UN BERCEAU ORDINAIRE.

427. Supposons, 1°. que ADB (*fig.* 356) soit la projection verticale, dans un plan perpendiculaire à la *projection horizontale* $C'C^3$ *de l'axe de l'intrados* du berceau en descente, de l'intersection, avec cet intrados, d'un plan vertical élevé sur la droite IN; 2°. que les droites EF, GH soient les projections horizontales des génératrices de naissance du même intrados; 3°. que la droite MQ (supposée parallèle à la droite IN) soit la trace horizontale de la face intérieure de l'un des deux murs sur lesquels est établi le berceau ordinaire; 4°. que la courbe quelconque SXZ soit le ceintre principal de ce berceau, et 5°. que la projection verticale S'S des génératrices de naissance de la descente, passe par celle S de la génératrice de naissance du berceau ordinaire, dont la projection horizontale est la droite MQ, c'est-à-dire, que nous supposons que le plan qui passe par les génératrices de naissance du berceau en descente, rencontre le berceau ordinaire suivant la génératrice de naissance de ce dernier berceau. Supposons, de plus, que les deux berceaux soient extradossés cylindriquement, et que les droites IK, NO soient les traces horizontales des faces extérieures des murs sur lesquels

la descente est établie, et que la droite LP soit celle de la face extérieure du mur dont la droite MQ est celle de la face intérieure.

Cela posé, on obtiendra les projections verticales a^4a^5, b^4b^5, C^7C^8, des arrêtes des douëlles de la descente, comme nous l'avons expliqué au chapitre VIII, dans les cas des n^{os}. 321 et 324, lesquelles projections rencontreront le ceintre principal SXZ du berceau ordinaire, aux points a^5, b^5, C^8, par lesquels on abaissera, à la ligne de terre RT, les perpendiculaires a^5d^2, b^5c^2, C^8C^2, qui rencontreront les projections horizontales $a'a^2$ et $d'd^2$, $b'b^2$ et $c'c^2$, $C'C^2$, des arrêtes des mêmes douëlles, respectivement aux points a^2 et d^2, b^2 et c^2, et C^2, par lesquels et les points F et H on fera passer la courbe $Fa^2b^2C^2c^2d^2H$, qui sera la projection horizontale de l'intersection des intrados des deux berceaux.

On observera, avec le plus grand soin, que la courbe ADB soit divisée en un nombre de parties tel, que les projections verticales a^4a^5, b^4b^5, des arrêtes des douëlles de la descente, rencontrent le ceintre principal SXZ, du berceau ordinaire, en des points a^5, b^5, qui soient au-dessous des points correspondans U, V, qui sont les projections verticales des arrêtes des douëlles du berceau ordinaire, par la même raison que nous avons donnée au n°. 413, au sujet des pénétrations des berceaux ordinaires. Voici, maintenant, de quelle manière on fera raccorder les assises correspondantes des deux berceaux :

1°. Pour le raccordement des deux premières assises, par le point U, qui est la projection verticale de l'arrête supérieure de la première assise du berceau ordinaire, on menera la droite UU^3, parallèle à la droite SS'; on prendra la hauteur $S'U^3$, qu'on portera de U^6 en U^5; par le point U^5, on menera la droite U^5U^9, parallèle à la ligne de terre AB, qui rencontrera la coupe ae au point U^9; par ce point U^9, on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire U^9U^{10}, qui rencontrera la projection horizontale UU^{10}, de l'arrête supérieure de la première assise du berceau ordinaire, au point U^{10}, qui sera la projection horizontale du point où cette arrête perce le plan de la coupe supérieure de la première assise de la descente. On joindra ce point U^{10} et le point a^2 par la courbe $U^{10}a^2$, dont on aura autant de points intermédiaires qu'on voudra, en prenant des points sur le ceintre SXZ, entre les points U et a^5, et en opérant sur ces points, comme nous venons de l'expliquer sur le point U, et cette courbe $U^{10}a^2$ sera la projection horizontale de l'intersection du plan de coupe dont nons venons de parler, avec l'intrados du berceau ordinaire. Actuellement, il faut chercher la projection horizontale $U^{10}k^2$ de l'intersection du même plan de coupe avec le correspondant du berceau ordinaire. Pour cela, soit $KSUU'U^2$ le panneau de tête de la première assise du berceau ordinaire; par le point U' on menera la droite $U'U^4$ parallèle à la droite SS'; on prendra la hauteur $S'U^4$ pour la porter de U^6 en U^7; par le point U^7, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle Uk^8, qui rencontrera la coupe ae au point k^8; par ce point k^8, on menera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire k^8k^2, qui rencontrera la projection horizontale $U^{12}k^2$ de l'arrête supérieure de la coupe UU' au point k^2, par lequel et le point U^{10}, on menera la droite $U^{10}k^2$, qui sera la projection demandée. Le plan incliné qui passe par la droite U^7U^8, peut rencontrer, ou le plan horizontal dont la droite U^2U' est la projection verticale, ou le plan de la coupe dont la projection verticale est la droite UU', ou bien il passera par dessus : dans ce dernier cas, il *faudrait baisser ce plan* incliné, ou l'arrêter contre la face, du mur du berceau ordinaire, dont la trace horizontale est la droite LP, et dans les deux autres cas, on trouvera la projection horizontale de l'intersection de ce plan incliné avec le plan horizontal U^2U', ou avec la coupe $U'U$, de la manière suivant :

On prendra la hauteur U^6U^7, qu'on portera de S' en U^4; par le point U^4, on menera la droite U^4U' parallèlement à la droite SS', qui rencontrera l'horizontale U^2U', ou la coupe $U'U$ (ici elle passe par l'extrémité U' de la coupe UU'); par le point U', où la droite U^4U' rencontrera l'une ou l'autre des deux droites U^2U', UU', on abaissera, à la ligne de terre RT, la perpendiculaire $U'k^2$; on prolongera l'horizontale U^7U^8 jusqu'à sa rencontre au point k^8 avec la coupe ae; par ce point k^8, on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire k^8k^2, *qui rencontrera la droite* $U'k^2$ *au point* k^2 : la partie $U^{12}k^2$, de la droite $U'k^2$, sera la projection demandée, et la partie k^2k^3, de la droite k^8k^2, comprise entre le point k^2 et la droite LP, sera la projection horizontale de l'intersection du plan incliné, qui passe par la droite U^7U^8, avec la coupe ae.

Comme l'arrête d'extrémité de la coupe ae passerait par dessus l'arrête de douelle représentée par le point U, la projection horizontale $e'e^6$, de cette extrémité de coupe, s'arrêtera au point e^6, sur la droite LP, ainsi que la projection horizontale U^8U^{13} de l'intersection de l'extrados de la descente avec le plan incliné de la droite U^8U^7, de sorte que la projection horizontale de la forme de la coupe supérieure de la première assise de la descente, sera la figure $a'a^2U^{10}k^2k^3e^6e'$, et le parallélogramme $e'e^6U^{13}U^{14}$, sera celle de la partie d'extrados représentée par l'arc U^8e.

2°. Pour le raccordement des deux secondes assises, par le point V, on menera la droite VV^3, parallèle à la droite SS'; on prendra la hauteur $S'V^3$, que l'on portera de U^6 en V^9; par le point V^9, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle $V^9 V^7$, qui rencontrera la coupe bV^8 au point V^7; par ce point V^7 on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire $V^7 m^2$ qui rencontrera la projection horizontale Vm^2, de l'arrête supérieure de la seconde assise du berceau ordinaire, au point m^2, qui sera la projection horizontale du point où l'arrête dont nous venons de parler perce le plan de la coupe bV^8; on joindra les points m^2, b^2 par une courbe dont on aura autant de points intermédiaires qu'on voudra, en prenant des points, sur le ceintre SXZ, entre les points V et b^5, et en opérant sur ces points comme nous venons de l'expliquer sur le point V. Ensuite, on cherchera la projection horizontale m^2m', de l'intersection des deux plans de coupe correspondans, et pour cela, par le point V', on menera la droite $V'V^2$ parallèle à la droite SS'; on prendra la hauteur $S'V^2$ que l'on portera de U^6 en V^{11}; par le point V^{11}, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle $V^{11} V^8$, qui rencontrera la coupe bV^8 au point V^8, par lequel on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire $V^8 m'$, qui rencontrera au point m', la projection horizontale $V'm'$ de l'arrête supérieure de la coupe VV', par lequel point m' et le point m^2 on menera la droite $m^2 m'$, qui sera la projection demandée.

Le même plan de coupe, de la descente, rencontre en outre une partie de l'extrados cylindrique du berceau ordinaire, et la partie plane et horizontale $V^5 n^4$, du même intrados. Pour avoir la projection horizontale $m'm^3m$ de l'intersection de ce plan de coupe avec la partie cylindrique de l'extrados, par les points V^4, V^5, on menera, à la droite SS', les parallèles $V^4 V^3$, $V^5 V^{13}$; on prendra les hauteurs $S'V^3$, $S'V^{13}$, pour les porter de U^6 en V^9 et de U^6 en V^{12}; par les points V^9, V^{12}, on menera les droites $V^9 V^7$, $V^{12} V^{10}$, qui rencontreront la coupe bV^8, aux points V^7, V^{10}; par ces derniers points, on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires $V^7 m^3$, $V^{10} m$; par les points V^4, V^5, on abaissera, à la ligne de terre RT, les perpendiculaires $V^4 m^3$, $V^5 m$, qui rencontreront les droites $V^7 m^3$, $V^{10} m$, aux points m^3, m, par lesquels et le point m' on fera passer la courbe $m'm^3m$, qui sera la projection demandée. Pour avoir la projection horizontale mf^3 de l'intersection de la même coupe de la descente avec la partie plane et horizontale $V^5 f^5$, par le point f, on menera, à la ligne de terre AB, la parallèle ff'; on prendra la hauteur $U^6 f'$ pour la porter de S' en f^4; par le point f^4, on menera la droite $f^4 f^5$ parallèle à la droite $S'S$, qui rencontrera la droite $f^5 V^5$ au point f^5; par ce point f^5, on abaissera, à la ligne de terre RT, la perpendiculaire $f^5 f^3$; par le point f on abaissera, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire ff^3, qui rencontrera la droite $f^5 f^3$

au point f^3, par lequel et le point m, on menera la droite mf^3 qui sera la projection demandée.

Si l'on veut avoir la projection horizontale $p'C^6n'$ de l'intersection de l'extrados cylindrique, de la descente, avec le plan horizontal qui passe par la droite f^5V^5, par le point n^4, on menera, à la droite SS', la parallèle n^4n^3; on prendra la hauteur $S'n^3$, qu'on portera de U^6 en n^2; par le point n^2, on menera la droite n^2p, parallèle à la ligne de terre AB, qui rencontrera la courbe $U^8D'B'$ aux points n et p; par ces points n, p, on abaissera, à la ligne de terre AB, les perpendiculaires nn', pp', qui rencontreront la droite LP aux points n', p', qui appartiendront à la projection demandée. Ensuite, on observera que les points f et o des coupes lV^8, *co*, *étant sur* l'extrados de la descente, les points f^3, o' appartiennent *à la même projection*. Enfin, on prendra la hauteur CD' qu'on portera de S' en C^7; par le point C^7 on menera une parallèle C^7C^9 à la droite $S'S$, qui rencontrera la droite n^4V^5 au point C^9; par ce dernier point, on abaissera, à la ligne de terre RT, la perpendiculaire C^9C^6, qui rencontrera la droite $C'C^6$ au point C^6, par lequel et les points n', f^3, o', p', on fera passer la courbe $n'f^3C^6o'p'$, qui sera la projection demandée.

Maintenant, on cherchera une seconde projection verticale de la descente, dans un plan dont la ligne de terre H^3F^3 soit parallèle à la projection horizontale $C'C^3$ de l'axe de cette voûte, ce qu'on fera comme nous l'avons expliqué au n°. 324, ainsi qu'on le voit par les lignes de construction. Ensuite, on décrira la section droite F^2C^4H', de la descente, et on fera le développement des panneaux des *douëlles et des joints, comme il a été dit* dans le même numéro.

A cause du raccordement de l'appareil des deux berceaux, pour tracer les pierres qui participent de ces deux voûtes, on se servira de la méthode par équarrissement, et conséquemment on abandonnera les panneaux des douëlles et des coupes, mais il faudra les remplacer par d'autres panneaux, qui tiendront lieu de panneaux de projection horizontale; car si l'on voulait se servir de ces derniers, il y aurait un trop grand déchet de pierre, et beaucoup de main-d'œuvre de perdue. Les panneaux qui doivent jouer le rôle des panneaux de projection horizontale, seront pour être appliqués sur des plans inclinés suivant la descente, de la même manière qu'on applique les panneaux de projection horizontale sur les lits de niveau des pierres des berceaux ordinaires. Voici comment on obtiendra ces panneaux:

On prendra un point d^3 sur la projection horizontale MQ de la génératrice de naissance du berceau ordinaire, de manière que la distance Fd^3

soit d'une grandeur arbitraire ; par le point d^3, on menera, à la ligne de terre H^3F^3, la perpendiculaire d^3d^4; par le pied d^4, de cette perpendiculaire, on menera la droite d^4d^5 parallèle à la droite F^3E'; par le point d^3, on menera la droite d^3d^6 parallèle à C^3C', laquelle rencontrera la ligne de naissance $H'F^2$, de la section droite de la descente, au point d^6. Cela fait, on menera une droite AB quelconque (fig. 357); sur cette droite AB on fera la distance AC égale à la distance F^2d^6 (fig. 356); par les points A et C (fig. 357), on menera, à la droite AB, les perpendiculaires AF, CE, qu'on fera respectivement égales à d^5d^4, F^4F^3 (fig. 356); par les points E et F (fig. 357), on menera la droite EF; on menera, à la droite EF prolongée, *la perpendiculaire* GH, à la distance, du point E, qu'on jugera *convenable*; puis, on fera GH *égal à gS* (*fig.* 356), et par le point H (fig. 357), on menera la droite HI parallèle à GE; sur la droite AB, on fera CD égal à F^2c^3 (fig. 356), et par le point D (fig. 357) on menera la droite DI perpendiculaire à AB; on menera la droite UX parallèle à AB, à une distance IU quelconque du point I, et la figure GEXUIH sera le panneau du lit de pose de la première assise de la descente. Ce panneau n'est pas nécessaire pour tracer les pierres, mais il va nous servir à trouver les autres d'une manière très-simple. En effet, pour avoir celui du lit de dessus de la même assise, on menera la perpendiculaire KL à la droite GE; on fera KL égal à g'U (fig. 356); par le point L (fig. 357), on menera la droite LM parallèle à GE; on fera DN égal à c^3c^4 (fig. 356); par le point N (fig. 357) on menera la droite NM *perpendiculaire à la droite* AB; on menera la droite *SR parallèle à* AB, et *à une distance* IS *plus* grande que IU par rapport au point I, et la figure LMRSIK sera le panneau demandé. Pour avoir celui du lit de dessus de la seconde assise, on menera la droite OP perpendiculaire à GE, à une distance du point I plus petite que IK; on fera OP égal à g^2V (fig. 356), et par le point P (fig. 357), on menera la droite PQ parallèle à GE; sur la droite AB, on fera les distances DB, DT respectivement égales à c^3c^5, c^3c^6 (fig. 356), et par les points B et T (fig. 357) on menera *les* perpendiculaires BQ, TV à la droite AB, et la figure PQBTVO sera le panneau demandé. On trouverait ceux des assises de l'autre côté de la descente de la même manière.

Pour tracer et tailler les pierres, on les choisira d'abord de la longueur qu'on jugera convenable, d'une largeur donnée par les panneaux que nous venons d'expliquer, et d'une épaisseur, entre les lits, égale 1°. pour la première assise, à hi (fig. 356); 2°. pour la seconde assise, à lk, et 3°. pour la clef, à qk. Ensuite, on fera le parement qui doit contenir l'arrête de la douëlle de la descente ; sur ce parement, on menera deux droites parallèles et à une distance égale à hi, pour la première assise ; à lk pour la seconde, et ainsi des autres, excepté pour la clef. Cela fait, suivant les droites dont nous venons de parler, on fera les deux lits de la pierre (ou seulement le lit de pose), de manière que ces lits fassent, avec le parement, 1°. celui de pose, et pour le côté EF, un angle aigu égal à celui que forme la droite $H'F^2$ de naissance de la section droite de la descente, avec la projection horizontale $C'C^3$ de l'axe de cette même voûte ; et pour le lit de dessus, l'angle obtus que forment les mêmes droites, et cela, pour toutes les assises. Pour les pierres du côté GH, ce serait l'inverse : le lit de pose ferait, avec le parement, l'angle obtus, et le lit de dessus l'angle aigu. Ayant terminé les deux lits de la pierre qu'on veut faire, sur le parement, dont nous avons parlé, on menera une droite qui fera, avec l'arrête du lit de pose, un angle aigu égal à celui que fait la droite $G'H^2$ avec la droite $C'c^{10}$. On menera cette droite du côté de la tête, de la pierre, qui doit contenir la douëlle qui fait partie du berceau ordinaire. Puis, on appliquera sur les lits de la pierre, celui des panneaux de la fig. 357 qui convient à l'assise qu'on voudra faire, en ayant soin que le sommet M ou Q, du panneau, se raccorde avec la droite menée sur le parement de la pierre, et dont nous venons de parler ; et que le bord MN ou QB, du même panneau, coïncide avec l'arrête d'intersection du lit avec le parement. Ayant ainsi tracé la forme des deux lits, on fera toutes les faces latérales de la pierre, excepté le joint par tête qui est dans la descente, qui doit être d'équerre à la fois au lit et au parement. Cela fait, au moyen du panneau de tête, de l'assise en question, pris dans la section droite de la descente, on tracera le joint qui est dans cette voûte, et au moyen du panneau de tête pris dans le ceintre principal du berceau ordinaire, on tracera le joint qui est dans cette dernière voûte, et le voussoir sera tracé. En le taillant, on observera bien les intersections des surfaces qui se rencontrent, ainsi que nous l'avons expliqué dans l'épure.

Dans cet exemple de pénétration, nous avons supposé que la rencontre des berceaux avait lieu au bas de la descente ; si le contraire avait lieu, on conçoit qu'il n'y aurait de différence que dans la forme de la voûte et de ses voussoirs.

Nous avons supposé aussi que le plan incliné qui passe par les génératrices de naissance de la descente, passait aussi par la génératrice de naissance du berceau ordinaire ; si cela n'avait pas lieu, on opérerait encore comme nous l'avons expliqué ci-dessus.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU EN DESCENTE, AVEC UNE VOUTE SPHÉRIQUE.

428. Premier Exemple. Supposons 1°. que les arcs de cercle GG', KK' (fig. 358) soient des portions des traces horizontales des faces du mur cylindrique sur lequel est établie la voûte sphérique ; 2°. que les droites FE, IH soient celles des faces de l'un des murs droits du berceau en descente ; 3°. que la droite PD, qui est la projection horizontale de l'axe de ce berceau, passe par le centre P de la voûte sphérique et en même temps des arcs de cercle GG', KK'; 4°. que les droites DZ, CY, indéfinies, soient perpendiculaires à la droite PD ; 5°. que la figure ABONML soit la projection verticale de la moitié de l'intersection, avec la descente, d'un plan vertical élevé sur la droite DH ; 6°. que la droite QR, parallèle à la droite PD, soit la projection verticale du plan de naissance de la voûte sphérique ; et 7°. que l'arc de cercle RS soit une portion du ceintre de cette dernière voûte. Cela posé, pour avoir les projections de l'intersection des intrados des deux voûtes, on opérera de la manière suivante :

Par le sommet F, on élevera, à la ligne de terre QR, la perpendiculaire FF'; par le pied F', de cette perpendiculaire, on menera la droite F'U, suivant le rampant de la descente, et cette droite F'U sera la projection verticale de l'axe et des génératrices de naissance de ce berceau. Enfin, par le point U, on menera, à la droite DZ, la perpendiculaire indéfinie UX. Cela fait, on déterminera les projections horizontales $a'a^4$, $b'b^4$, etc., et les projections verticales a^6a^5, b^6b^5, B^3B^2, des arrêtes des douëlles de la descente ; par les points a^2, b^2, où les droites $a'a^2$ $b'b^2$ rencontrent la projection horizontale GG' du cercle de naissance de la voûte sphérique, on élevera, à la ligne de terre QR, les perpendiculaires a^2a^3, b^2b^3; par le centre Q du ceintre de la voûte sphérique, et avec les rayons Qa^3, Qb^3, on décrira les arcs de cercle a^3a^5, b^3b^5, qui seront les projections verticales des intersections, avec l'intrados de la voûte sphérique, d'une suite de plans verticaux menés par les arrêtes des douëlles de la descente : les projections verticales a^6a^5, b^6b^5, des mêmes arrêtes, rencontreront respectivement les arcs a^3a^5, b^3b^5, aux points a^5, b^5, et la projection verticale B^3B^2, du milieu de la clef de la descente, rencontrera le ceintre RS de la voûte sphérique au point B^2, et la courbe $F'a^5b^5B^2$, qui passera par les points F', a^5, b^5, B^2, sera la projection verticale de l'intersection des deux intrados. Pour avoir la projection horizontale de cette intersection, il suffira d'abaisser par les points a^5, b^5, B^2, les perpendiculaires a^5a^4, b^5b^4, B^2B', à la ligne de terre QR, lesquelles rencontreront respectivement les projections horizontales $a'a^4$, $b'b^4$, DB', des arrêtes des douëlles, et de l'axe de la descente, aux points a^4, b^4, B', par lesquels et le point F, on fera passer la courbe Fa^4b^4B', qui sera la moitié de la projection demandée.

Si la courbe AaB était un quart de cercle, les projections FB', $F'B^2$ de l'intersection des deux intrados serait une même ligne droite perpendiculaire à la ligne de terre QR, menée par le point F, parce que la courbe d'intersection dont il s'agit, serait une demi-circonférence de cercle située dans un plan vertical.

Pour avoir les projections des intersections des plans des coupes de la descente avec l'intrados de la voûte sphérique, on opérera comme il suit :

Supposons qu'il s'agisse du plan de la coupe ak; on prendra, arbitrairement, sur la droite ak, autant de points h, k, etc. qu'on voudra, par lesquels on menera les droites hh', kk', perpendiculaires, et les droites hh^2, kk^2, parallèles à la ligne de terre CV; par le point V, comme centre, et avec les rayons Vh^2, Vk^2, on décrira les arcs de cercle h^2h^3, k^2k^3; on menera les droites h^3h^4, k^3b^6, parallèlement à la droite UX; par les points h^4, b^6, on menera les droites h^4h^5, b^6k^5, parallèlement à la droite $F'U$; par les points F, k', où les droites hh', kk' rencontrent la projection horizontale GG' du grand cercle de naissance de la voûte sphérique, on élevera, à la ligne de terre QR, les perpendiculaires FF', $k'k^6$; par le centre Q du ceintre RS, et avec les rayons QF', Qk^6, on décrira les arcs de cercle $F'h^5$, k^6k^5, qui rencontreront les droites h^4h^5, b^6k^5, aux points h^5, k^5, par lesquels et le point a^5, on menera la courbe $a^5h^5k^5$, qui sera la projection verticale indéfinie de l'intersection dont il s'agit. Si cette courbe ne rencontrait pas la projection verticale $n'n$ de l'arrête supérieure de la douëlle de la première assise de la voûte sphérique, on prendrait sur la droite ak, un nouveau point au-dessus du point k, sur lequel on opérerait comme nous venons de l'expliquer sur les points h et k; si celui-là ne suffit pas, on en prendra un autre encore plus élevé, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la courbe $a^5h^5k^5$ soit assez prolongée pour qu'elle rencontre la droite $n'n$ en un point m^5, qui sera la projection verticale du point où le plan de coupe en question rencontre l'arrête dont la droite $n'n$ est la projection verticale. Ainsi, en abaissant, par ce point m^5, une perpendiculaire m^5m' à la ligne de terre QR, cette perpendiculaire rencontrera la projection horizontale n^2n^3 de l'arrête supérieure de la douëlle de la première assise de la voûte sphérique, en un point m', qui sera un des points de la projection horizontale $a^4h'm'$ de l'intersection qui nous occupe. On aura un point intermédiaire h' de cette projection, en abaissant, par le point h^5, la perpendiculaire h^5h', à la ligne de terre QR, qui rencontrera la droite Eh' au point h'. Si l'on a bien opéré, en menant, par le point m^5, une parallèle m^5m^4, à la droite $F'U$; par le point m^4, une parallèle m^4m^3, à la droite UX; par le point V, comme centre, l'arc de cercle m^3m^2, et par le point m^2, une parallèle m^2m à la ligne de terre VC, cette dernière droite rencontrera la coupe ak au point m, où la droite $m'm$, menée par le point m', perpendiculaire à la ligne de terre VC, rencontre cette coupe ak.

Maintenant, si l'on veut avoir les projections de l'intersection du même plan de coupe avec la surface conique de la coupe correspondante de la voûte sphérique, on supposera une suite de plans horizontaux qui rencontreront cette surface conique suivant des cercles, dont on déterminera les *projections verticales* oo', pp', et les *projections horizontales* o^2o^3, $G'G$; ensuite, on supposera une suite de plans verticaux qui rencontreront le plan de la coupe ak suivant les droites dont les projections horizontales seront les droites Eh', i^8i^7, et dont les projections verticales seront les droites h^4h^5, i^4r', et ces mêmes plans rencontreront la surface conique de la coupe de la voûte sphérique suivant des courbes dont on aura les projections verticales de la manière qui suit :

Supposons qu'il s'agisse de l'intersection du plan vertical élevé sur la droite i^8i^7 : par les points i^5, i^6, i^7, où cette droite i^8i^7 rencontre les projections horizontales o^2o^3, $G'G$, n^2n^3, des intersections, avec la coupe de la voûte sphérique, des plans horizontaux menés par les droites oo', pp', nn', on élevera, à la ligne de terre QR, les perpendiculaires i^5r^2, i^6r', i^7r, qui rencontreront respectivement les droites oo', pp', nn', aux points r^2, r', r, par lesquels on fera passer une courbe $rr'r^2$, qui sera la projection demandée : la droite i^4r', qui est la projection verticale de l'intersection du même plan vertical, avec le plan de la coupe ak, rencontrera la courbe $rr'r^2$ en un point r', qui appartiendra à la projection verticale de l'intersection de ce plan de coupe avec la surface conique de la coupe de la voûte sphérique. On opérera de la même manière pour autant de plans verticaux semblables qu'on voudra, ce qui donnera une suite de points par lesquels et le point m^5, on fera passer une courbe $m^5r'E^2$, qui sera la projection demandée. Par les différens points r', E^2, de cette projection, on abaissera des perpendiculaires $r'i'$, E^2E', à la ligne de terre QR, qui rencontreront respectivement les droites correspondantes i^8i^7, Eh', aux points i', E', par lesquels et le point m' on fera passer la courbe $m'i'E'$ qui sera la projection horizontale de l'intersection des premières coupes des deux voûtes. On opérerait de la même manière pour avoir les projections des intersections des autres coupes correspondantes des deux voûtes. Enfin, les lignes de construction indiquent assez ce qui reste à faire pour terminer l'épure.

Pour tracer les voussoirs, on se servira du même procédé que nous avons indiqué au n°. 427 ; ainsi il nous faut donner les panneaux qui doivent tenir lieu des panneaux de projection horizontale.

Supposons qu'il s'agisse de celui qui doit être appliqué sur les plans inclinés suivant la descente pour la première assise ; la figure $a'a^4va^3IH$ *étant* la projection horizontale du premier voussoir, on menera une droite af quelconque (fig. 359), sur laquelle on fera les distances ab, ac, ad, ae, af, respectivement égales aux distances v^2k', $v'v$, $a'H$, v^4v^3, a^2a^3 (fig. 358) ; par les points a, b, c, d, e, f (fig. 359), *on menera à la* droite af, les perpendiculaires ag, bh, ci, dm, el, fk, que *l'on fera respectivement* égales aux distances UF', Uv^8, Uv^7, Ux^9, Uv^5, Uv^9 ; par les points g, h, i, on fera passer la courbe ghi ; par les points i et k, on menera la droite ik ; par les points k, l, m, on fera passer la courbe klm, et le panneau demandé sera terminé.

Pour avoir le panneau semblable de la seconde assise, on opérera de la même manière ; ainsi, si la figure $b'x^6xv^3IH$ est la projection horizontale de cette seconde assise, on menera une droite af quelconque (fig. 360), sur laquelle on fera les distances ab, ac, ad, af, respectivement égales aux distances x^4x^3, $x'x$, l^4l^2, x^8I, x^7v^3 (fig. 358); par les points a, b, c, d, e, f (fig. 360), on menera, à la droite af, les perpendiculaires ag, bh, ci, dm, el, fk, que l'on fera respectivement égales aux distances Ux^{10}, Ux^5, Ux^2, Ul^3, Ux^9, Uv^5 (*fig.* 358); *par les points* g, *h*, i (*fig.* 360), *on fera passer* la courbe ghi ; par les points i, k, on fera passer *la* droite *ik* ; par les points k, l, m, on fera passer la courbe klm, et le panneau sera terminé. Si l'on avait un plus grand nombre d'assises, on s'y prendrait d'une manière semblable pour avoir les panneaux qui leur seraient relatifs.

429. SECOND EXEMPLE. Supposons les mêmes choses que dans l'exemple précédent, avec cette différence que la projection horizontale C^2C' (*fig.* 361) de l'axe de la descente ne passe plus par la projection horizontale Q^2 du centre de l'intrados de la voûte sphérique. Cette seule différence dans les données de la question, en amène de très-grandes dans la forme de la voûte, qui devient quelquefois très-défectueuse. En effet, les piédroits EN, GA', de la descente étant inégaux, dans ce cas, l'extrémité E, du plus long, se trouve plus bas que l'extrémité G de l'autre ; c'est-à-dire que, en d'autres termes, les génératrices de naissance de la descente ne percent plus l'intrados de la voûte sphérique au même niveau, ce qui fait que la courbe d'intersection des deux

intrados se trouve rampante, ainsi qu'on le voit par la projection verticale $F'C^3Q$ de cette intersection, et est, par conséquent, d'un très-mauvais effet. On pourrait sans doute éviter que cette intersection fût une courbe rampante en gauchissant l'intrados de la descente, mais cela serait souvent encore plus désagréable. Il y a plus, les premiers plans des coupes de la descente pourraient ne jamais rencontrer les arrêtes des douëlles correspondantes de la voûte sphérique, comme l'indique la projection verticale $a^6c^2g^3f^3$ de l'intersection du plan de la coupe af avec l'intrados sphérique, ce qui obligerait, pour ne pas faire des entailles dans cet intrados, de faire la coupe en question de la descente, non pas plane, mais en partie plane depuis a jusqu'en c, et en partie cylindrique depuis le point c indéfiniment vers le point e, en prenant une directrice quelconque ce, pour cette surface cylindrique, que l'on prolongerait autant qu'il le faudrait, pour que la projection verticale $a^6c^2l^3e^8$, de l'intersection de cette coupe, avec l'intrados de la voûte, rencontrât celle TT' de l'arrête de la douëlle correspondante de la même voûte, en un point i^2. On voit, par ces observations, que l'appareil deviendrait difficile et défectueux. Quant à la manière de tracer l'épure, elle est tout-à-fait la même que celle que nous avons expliquée dans l'exemple précédent, ainsi qu'on peut s'en assurer, en suivant bien l'enchaînement des lignes d'opération dans la fig. 361.

DES PÉNÉTRATIONS D'UN BERCEAU EN DESCENTE, AVEC UNE VOUTE SPHÉROÏDE.

430. *La seule différence qu'il y ait entre la manière de tracer les épures des pénétrations dont il s'agit ici*, et celle que nous avons expliquée au n°. 428, pour le cas des voûtes sphériques, c'est que les intersections de la suite des plans verticaux menés suivant les arrêtes des douëlles de la descente, rencontrent l'intrados de la voûte sphéroïde, non pas suivant des arcs de cercle, mais suivant des courbes semblables à la génératrice de cet intrados sphéroïde.

Pour avoir les projections verticales de ces intersections, par les points où la projection horizontale de chaque arrête de douëlle de la descente rencontre les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte sphéroïde, on élevera, à la ligne de terre de la projection verticale du ceintre de cette dernière voûte, des perpendiculaires qui rencontreront, respectivement, les projections verticales des arrêtes des douëlles de cette même dernière voûte en des points par lesquels on fera passer autant de courbes qu'on aura d'arrêtes de douëlles dans la descente, lesquelles seront les projections demandées. A cela près, on tracera l'épure tout-à-fait comme nous l'avons expliqué au n°. 428.

Si la descente rencontrait une voûte annulaire, une voûte ellipsoïde, ou une voûte quelconque à surface de révolution, dont l'axe de rotation serait situé horizontalement, on se conduirait parfaitement comme nous venons de l'expliquer pour les voûtes sphéroïdes, eu égard, toutefois, à la forme particulière de la voûte dont il serait question.

Il nous resterait encore à donner l'épure des pénétrations de deux berceaux en descente; mais comme au point où nous en sommes de la coupe des pierres, la force de l'analogie suffira au lecteur qui se sera donné la peine de nous suivre avec attention jusqu'ici, pour concevoir la manière de tracer cette épure, nous nous dispenserons de la donner, afin d'abréger un peu. D'ailleurs, la remarque suivante rendrait cette épure inutile.

REMARQUE SUR LES DESCENTES EN GÉNÉRAL.

431. A la fin du chapitre VIII, nous avons fait remarquer les défectuosités qui se rencontraient dans l'appareil des berceaux en descente; dans celui-ci on vient de voir de nouvelles défectuosités et de nouvelles difficultés qui se rencontrent dans ce genre de voûtes, lorsqu'elles pénètrent d'autres voûtes : toutes ces défectuosités, toutes ces difficultés disparaissent à la fois, et les berceaux en descente rentrent tout-à-fait dans la classe des berceaux ordinaires, en les disposant ainsi qu'il suit :

Supposons que les droites AB et CD, EF et GR (fig. 362) soient les traces horizontales des faces de deux murs droits parallèles; que les droites AG, CE soient celles de l'un des murs sur lesquels la descente doit être établie : on supposera un berceau ordinaire dans les épaisseurs des murs dont les droites AB et CD, EF et GR sont les traces horizontales, et on ne fera en *descente*, que la partie comprise entre les faces des murs dont les droites CD, EF sont les traces horizontales, de sorte que les deux berceaux ordinaires auront le même ceintre principal, et la directrice de l'intrados de la descente sera l'une ou l'autre des intersections, avec les intrados des berceaux ordinaires, des faces des murs dont les droites CD, EF sont les traces horizontales. Pour concevoir cette disposition, il suffit de jeter un coup-d'œil sur la projection verticale RPNLO'OQS, où l'on voit que les projections verticales des berceaux ordinaires sont RPQS, NLO'O, et celle de la descente est PNOQ.

D'après cette disposition on voit que les difficultés n'auront jamais lieu dans la descente, si on a l'attention de comprendre cette descente entre deux plans verticaux et parallèles, quels que soient d'ailleurs les murs dont les traces horizontales sont ici les droites AB et CD, EF et GR, ce qu'on pourra toujours faire sans difficulté, soit que ces murs soient droits, en talus, gauches, cylindriques droits, cylindriques obliques, coniques droits, ou coniques obliques; soit que ces mêmes murs servent de bases à des berceaux, à des voûtes sphériques, sphéroïdes, annulaires, ellipsoïdes, ou à un berceau en descente, etc., de sorte que toutes les difficultés seront rejetées sur les berceaux ordinaires. Or, nous avons traité des berceaux ordinaires dans toutes ces circonstances, et on a vu qu'il n'y avait aucune défectuosité, ni dans l'appareil, ni dans les formes d'intersection, ou s'il y en avait dans quelques cas, nous avons fait voir comment on pouvait les éviter sans inconvénient: d'où l'on peut conclure que cette disposition de descente est la plus parfaite qu'il soit possible d'imaginer; car, outre tous les avantages que nous venons de faire remarquer, on a encore celui d'avoir une forme d'intrados d'une architecture plus correcte que dans les cas où l'on fait cet intrados uniforme, comme nous l'avons supposé jusqu'ici. On aurait un intrados encore plus susceptible de décoration, si l'on faisait les deux berceaux en forme d'arcs-doubleaux, ainsi qu'on le voit dans la figure 363. Dans cette dernière figure, le berceau qui est au bas de la descente pénètre une voûte sphérique, et dans la fig. 362, le berceau, qui a la même position, rencontre un autre berceau.

Pour tracer les pierres de toutes ces espèces de descente, on levera des espèces de panneaux de tête sur la projection verticale de la descente dont il s'agira, tels que kabcc'deN, ghh'iRPf (fig. 362), d'une forme et d'une étendue égales à celles de la projection verticale du voussoir qu'on voudra faire; on appliquera ces panneaux sur le parement de la pierre qui devra contenir la douëlle du côté de la descente; et, d'équerre à ce parement, on fera toutes les faces que le panneau indiquera. Ensuite, sur la face représentée par la droite ed ou gf, et au moyen du panneau de tête de l'assise, pris dans la section droite de la descente, on tracera la douëlle, la coupe et l'extrados, s'il y a lieu, qui répondent à la partie en descente; avec le panneau de tête correspondant, pris dans le ceintre du berceau ordinaire, on tracera les mêmes choses; et avec le panneau de tête, aussi correspondant, pris dans le ceintre principal de la voûte pénétrée (s'il y en a une), on tracera la tête du voussoir qui doit faire partie de cette dernière voûte. D'après tout ce qui précède, cette manière de tracer les pierres de cette espèce de voûte me paraît trop facile à comprendre pour que je l'explique plus en détail.