ANNÉE 1638.

XXV.

DESCARTES A MERSENNE [1].

< LUNDI 18 JANVIER 1638 >

(D, III, 56.)

Mon Révérend Père,

1. Je serois bien aise de ne rien dire de l'Écrit que vous m'avez envoyé [2], pource que je n'en saurois dire aucune chose qui soit à l'avantage de celui qui l'a composé. Mais à cause que je reconnois que c'est celui même qui avoit ci-devant tâché de réfuter ma Dioptrique,

[1] Lettre destinée à Fermat et envoyée à Mersenne en même temps que celle qui la précède (III, 55) dans l'édition Clerselier. Au lieu de l'adresser à Toulouse, le correspondant de Descartes la montra à Roberval et Étienne Pascal qui, prenant la défense de la Méthode attaquée, rédigèrent une Réplique (perdue). Elle fut envoyée, le 8 février 1638, par Mersenne à Descartes, qui répondit vers le 22 février (éd. Clerselier, III, 41, à Mersenne; III, 57, à Mydorge) en faisant appel à Mydorge et Hardy comme juges. Le 26 mars, Mersenne fit part à Descartes (qui répliqua le 3 mai par la Lettre XXVII ci-après) de nouvelles objections de Roberval et, probablement au commencement d'avril, ce dernier composa une seconde Défense de la Méthode de Fermat (éd. Clerselier, III, 58). Ainsi fut engagé ce *procès mathématique*, auquel Fermat resta de fait étranger pendant toute cette phase (*voir* ci-après Lettre XXVI) et dont les pièces seront réunies dans le *Supplément* de la présente édition.

Le texte de cette Lettre XXV a été revisé d'après une copie ancienne dans le MS. Bibl. Nat. fr. n. a. 5160, f^os 53 à 56.

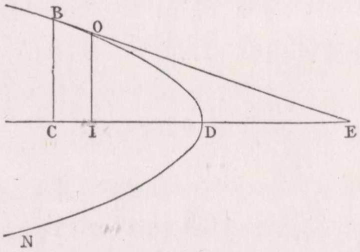
[2] L'envoi fait par Mersenne vers la fin de décembre 1637 comprenait, outre l'écrit dont il est ici question (*Methodus ad disquirendam maximam et minimam. — De tangentibus linearum curvarum,* Tome I, pages 133 à 136), l'*Isagoge ad locos planos et solidos* (Tome I, pages 91 et suiv.), qui, formant un paquet séparé, ne parvint à Descartes qu'un peu plus tard. Ces pièces avaient été remises à Mersenne par Carcavi.

et que vous me mandez qu'il a envoyé ceci après avoir lu ma Géométrie et s'étonnant de ce que je n'avois point trouvé la même chose, c'est-à-dire, comme j'ai sujet de l'interpréter, à dessein d'entrer en concurrence et de montrer qu'il sait en cela plus que moi; puis aussi à cause que j'apprends par vos lettres qu'il a la réputation d'être fort savant en Géométrie, je crois être obligé de lui répondre.

2. Premièrement donc, je trouve manifestement de l'erreur en sa règle, et encore plus en l'exemple qu'il en donne pour trouver les contingentes de la parabole : ce que je trouve en cette sorte.

Soit (*fig.* 60) BDN la parabole donnée dont DC est le diamètre, et que du point donné B il faille tirer la ligne droite BE qui rencontre

Fig. 60.



DC au point E et qui soit la plus grande qu'on puisse tirer du même point E jusques à la parabole : *sic enim proponitur quærenda maxima.*

Sa règle dit : *statuatur quilibet quæstionis terminus esse A*; je prends donc EC pour A, ainsi qu'il a fait : *et inveniatur maxima* (à savoir BE) *in terminis sub A gradu, ut libet, involutis;* ce qui ne se peut faire mieux qu'en cette façon : Que BC soit B, le quarré de BE sera $Aq. + Bq.$, à cause de l'angle droit BCE.

Ponatur rursum idem terminus qui prius esse $A + E$; à savoir je fais que EC est $A + E$ (ou bien, suivant son exemple, $A - E$, car l'un revient à l'autre) : *iterumque inveniatur maxima* (à savoir BE) *in terminis sub A et E gradibus ut libet coefficientibus;* ce qui ne se peut mieux faire qu'en cette sorte : Posons que CD ait été ci-devant D, lorsque BC étoit B, le côté droit de la parabole sera $\frac{Bq.}{D}$, à cause qu'il est à BC, la ligne appliquée par ordre, comme BC est à CD le segment du diamètre auquel elle est appliquée. C'est pourquoi, maintenant que CE est $A+E$, DC est $D+E$, et le quarré de BC est $\frac{Bq.\,\mathrm{in}\,D + Bq.\,\mathrm{in}\,E}{D}$, qui étant ajouté au quarré de CE, qui est $Aq. + A\,\mathrm{in}\,E\,\mathrm{bis} + Eq.$, il fait le quarré de BE.

Adæquentur duo homogenea maximæ æqualia; c'est-à-dire que $Aq. + Bq.$ soit posé égal à

$$Bq. + \frac{Bq.\,\mathrm{in}\,E}{D} + Aq. + A\,\mathrm{in}\,E\,\mathrm{bis} + Eq.:$$

et demptis communibus, il reste

$$\frac{Bq.\,\mathrm{in}\,E}{D} + A\,\mathrm{in}\,E\,\mathrm{bis} + Eq.\ \text{égal à rien.}$$

Applicentur ad E etc.; il vient

$$\frac{Bq.}{D} + A\,\mathrm{bis} + E.$$

Elidatur E, il reste

$$\frac{Bq.}{D} + A\,\mathrm{bis}\ \text{égal à rien.}$$

Ce qui ne donne point la valeur de la ligne A, comme assure l'auteur, et par conséquent sa règle est fausse.

3. Mais il se mécompte encore bien plus en l'exemple de la même parabole, dont il tâche de trouver la contingente. Car, outre qu'il ne suit nullement sa règle, comme il paroît assez de ce que son calcul ne se rapporte point à celui que je viens de faire, il use d'un raisonnement qui est tel que, si seulement, au lieu de *parabole* et *parabolen,* on met partout en son discours *hyperbole* et *hyperbolen* ou le nom de quelque autre ligne courbe, telle que ce puisse être, sans y changer au reste un seul mot, le tout suivra en même façon qu'il fait touchant la parabole jusques à ces mots : *ergo* CE *probavimus duplam ipsius* CD, *quod quidem ita se habet. Nec unquam fallit methodus;* au lieu desquels on peut mettre : *non ideo sequitur* CE *duplam esse ipsius* CD, *nec unquam*

ita se habet alibi quam in parabole, ubi casu et non ex vi præmissarum verum concluditur : semperque fallit ista methodus.

4. Si cet auteur s'est étonné de ce que je n'ai point mis de telles règles en ma Géométrie, j'ai beaucoup plus de raison de m'étonner de ce qu'il a voulu entrer en lice avec de si mauvaises armes. Mais je lui veux bien encore donner le temps de remonter à cheval, et de prendre toutes les meilleures qu'il eût pu choisir pour ce combat, qui sont que, si on change quelques mots de la règle qu'il propose pour trouver *maximam* et *minimam*, on la peut rendre vraie et est assez bonne.

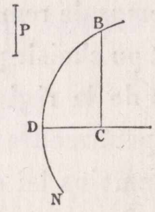
Ce que je ne pourrois néanmoins ici dire, si je ne l'avois su dès auparavant que de voir son Écrit : car, étant tel qu'il est, il m'eût plutôt empêché de la trouver qu'il ne m'y eût aidé. Mais encore que je l'aurois ignorée et que lui l'auroit parfaitement sue, il ne me semble pas qu'il eût pour cela aucune raison de la comparer avec celle qui est en ma Géométrie touchant le même sujet.

5. Car premièrement la sienne (c'est-à-dire celle qu'il a eu envie de trouver) est telle que, sans industrie et par hasard, on peut aisément tomber dans le chemin qu'il faut tenir pour la rencontrer, lequel n'est autre chose qu'une fausse position fondée sur la façon de démontrer qui réduit à l'impossible et qui est la moins estimée et la moins ingénieuse de toutes celles dont on se sert en mathématique. Au lieu que la mienne est tirée d'une connoissance de la nature des équations, qui n'a jamais été, que je sache, assez expliquée ailleurs que dans le troisième Livre de ma Géométrie; de sorte qu'elle n'eût su être inventée par une personne qui auroit ignoré le fonds de l'algèbre, et elle suit la plus noble façon de démontrer qui puisse être, à savoir celle qu'on nomme *a priori*.

6. Puis, outre cela, sa règle prétendue n'est pas universelle comme il lui semble, et elle ne se peut étendre à aucune des questions qui sont un peu difficiles, mais seulement aux plus aisées, ainsi qu'il pourra éprouver si, après l'avoir mieux digérée, il tâche de s'en servir pour trouver les contingentes, par exemple, de la ligne courbe BDN

(*fig.* 61), que je suppose être telle qu'en quelque lieu de sa circonférence qu'on prenne le point B, ayant tiré la perpendiculaire BC, les deux cubes des deux lignes BC et CD soient ensemble égaux au parallélépipède des deux mêmes lignes BC, CD et de la ligne donnée P.

Fig. 61.



(A savoir, si P est 9 et que CD soit 2, BC sera 4, pource que les cubes de 2 et de 4, qui sont 8 et 64, font 72, et que le parallélépipède composé de 9, 2 et 4 est aussi 72.)

Car elle ne se peut appliquer ni à cet exemple, ni aux autres qui sont plus difficiles, au lieu que la mienne s'étend généralement à tous ceux qui peuvent tomber sous l'examen de la géométrie, non seulement en ce qui regarde les contingentes des lignes courbes, mais il est aussi fort aisé de l'appliquer à trouver *maximas* et *minimas* en toute autre sorte de problèmes; de façon que, s'il l'avoit assez bien comprise, il n'auroit pas dit, après l'avoir lue, que j'ai omis cette matière en ma Géométrie.

7. Il est vrai toutefois que je n'y ai point mis ces termes de *maximis* et *minimis*, dont la raison est qu'ils ne sont connus que parce qu'Apollonius en a fait l'argument de son cinquième Livre, et que mon dessein n'a point été de m'arrêter à expliquer aucune chose de ce que quelques autres ont déjà su, ni de réparer les livres perdus d'Apollonius, comme Viète, Snellius, Marinus Ghetaldus (1), etc., mais seulement de passer au delà de tous côtés, comme j'ai assez fait voir en commençant par une question que Pappus témoigne n'avoir pu être trouvée par aucun des Anciens; et par même moyen, en composant et

(1) *Voir* Tome I, p. 3, note 3.

déterminant tous les lieux solides, ce qu'Apollonius cherchoit encore; puis en réduisant par ordre toutes les lignes courbes, la plupart desquelles n'avoient pas même été imaginées, et donnant des exemples de la façon dont on peut trouver toutes leurs propriétés; puis enfin, en construisant non seulement tous les problèmes solides, mais aussi tous ceux qui vont au sursolide ou au quarré de cube; et par même moyen, enseignant à les construire en une infinité de diverses façons.

D'où l'on peut aussi apprendre à déguiser en mille sortes la règle que j'ai donnée pour trouver les contingentes, comme si c'étoient autant de règles différentes. Mais j'ose dire qu'on n'en peut trouver aucune, si bonne et si générale que la mienne, qui soit tirée d'un autre fondement.

8. Au reste, encore que j'aie écrit (1) que ce problème pour trouver les contingentes fût le plus beau et le plus utile que je sûsse, il faut remarquer que je n'ai pas dit pour cela qu'il fût le plus difficile, comme il est manifeste que ceux que j'ai mis ensuite touchant les figures des verres brûlans, lesquels le présupposent, le sont davantage. De façon que ceux qui ont envie de faire paroître qu'ils savent autant de géométrie que j'en ai écrit, ne doivent pas se contenter de chercher ce problème par d'autres moyens que je n'ai fait, mais ils devroient plutôt s'exercer à composer tous les lieux sursolides, ainsi que j'ai composé les solides, et à expliquer la figure des verres brûlans, lorsque l'une de leurs superficies est une partie de sphère ou de conoïde donnée, ainsi que j'ai expliqué la façon d'en faire qui aient l'une de leurs superficies autant concave ou convexe qu'on veut, et enfin à construire tous les problèmes qui montent au quarré de quarré de quarré ou au cube de cube, comme j'ai construit tous ceux qui montent au quarré de cube.

9. Et après qu'ils auront trouvé tout cela, je prétends encore qu'ils m'en devront savoir gré, au moins s'ils se sont servis à cet effet de ma

(1) *Géométrie de Descartes*, éd. Hermann. Paris, 1886, p. 33.

Géométrie, à cause qu'elle contient le chemin qu'il faut tenir pour y parvenir, et que, si même ils ne s'en sont point servis, ils ne doivent pas pour cela prétendre aucun avantage par dessus moi, d'autant qu'il n'y a aucune de ces choses que je ne trouve autant qu'elle est trouvable, lorsque je voudrai prendre la peine d'en faire le calcul. Mais je crois pouvoir employer mon temps plus utilement à d'autres choses.

Je suis etc.

XXV *bis* (1).

FERMAT A MERSENNE.

< FÉVRIER 1638 >

(A, f[os] 35-36, B, f[os] 21[vo]-22[vo].)

Mon Révérend Père,

1. J'ai appris par votre lettre que ma réplique (2) à M. Descartes n'étoit pas goûtée, que même il avoit trouvé à dire à mes méthodes *de maximis et minimis et de tangentibus* (3), en quoi pourtant il avoit trouvé M[rs] de Pascal et de Roberval de contraire sentiment. De ces deux choses, la première ne m'a point surpris, pource que les choses de physique peuvent toujours nous fournir de doutes et entretenir les disputes; mais je suis étonné de la dernière, puisque c'est une vérité géométrique, et que je soutiens que mes méthodes sont aussi certaines que la construction de la 1[re] proposition des Éléments. Peut-être que les ayant proposées nuement et sans démonstration, elles n'ont pas été

(1) Réponse inédite à une lettre par laquelle Mersenne, sans communiquer à Fermat la critique de Descartes relative à la Méthode *de maximis et minimis*, c'est-à-dire la Pièce XXV, l'informait que cette critique avait donné lieu à une réplique (perdue) de Roberval et de Pascal, envoyée à Descartes le 8 février 1638.

(2) Lettre XXIV. Mersenne avait parlé de l'impression produite dans son cercle, à Paris, par cette Lettre, non pas de la réplique de Descartes, qu'il n'avait pas encore reçue.

(3) Tome I, pages 133 à 136.