

I.

BETTI, BRIOSCHI, CASORATI, TROIS ANALYSTES ITALIENS ET TROIS MANIÈRES D'ENVISAGER LES QUESTIONS D'ANALYSE (*)

« Compte rendu du deuxième Congrès intern. des mathématiciens, Paris 1900 »,
Parigi (1902), pp. 43-57.

Dans l'automne de l'année 1858, trois jeunes géomètres italiens parlaient ensemble pour un voyage scientifique.

Leur but était de visiter les Universités de France et d'Allemagne, d'entrer en rapport avec les savants les plus remarquables, d'en connaître les idées et les aspirations scientifiques et, en même temps, de répandre leurs travaux.

Ce voyage entrepris par BETTI, BRIOSCHI et CASORATI marque une date qu'il est bon de rappeler. L'Italie allait devenir une nation. Elle entre à partir de cette époque dans le courant des grands travaux scientifiques et, par un nombre de travailleurs toujours croissant, apporte sa contribution à l'œuvre commune.

Dans ce jour où tant de mathématiciens se réunissent en inaugurant un échange fécond d'idées, j'aime à rappeler ce souvenir.

Il serait impossible de comprendre et de suivre les progrès de l'Analyse en Italie, dans la seconde moitié du XIX^e siècle, sans connaître à fond l'œuvre poursuivie avec patience et avec énergie pendant un grand nombre d'années par les trois géomètres dont je viens de rappeler les noms, secondés par les efforts de leurs meilleurs élèves.

C'est à leur enseignement, à leurs travaux, au dévouement infatigable avec lequel ils poussaient les élèves et les jeunes savants vers les recherches scientifiques, à l'influence qu'ils ont exercée dans l'organisation des hautes études, aux rapports qu'ils ont établis entre notre patrie et l'étranger que nous devons d'avoir vu naître en Italie une jeune école d'analystes.

Et cependant il suffit de lire un seul Mémoire de chacun de ces mathématiciens pour se convaincre tout de suite que leurs facultés naturelles étaient bien différentes. Leurs vies se sont écoulées en des milieux divers, de façons aussi très diverses, et leurs esprits ont acquis des orientations presque opposées. Ils ont été dès lors amenés, par une foule de circonstances, à regarder l'Analyse sous des points de vue très dissemblables. Mais de cette manière leur œuvre, dans son ensemble, a été bien plus utile et bien plus

(*) Traduzione italiana (con lievissime modificazioni di forma) in V. VOLTERRA, *Saggi Scientifici*, Bologna, Zanichelli, s. d. (1920), pp. 35-54. In questa traduzione l'Autore aggiunge alcune note a piè di pagina, che qui si riproducono in parentesi a griffa { }. [N. d. R.]

complète, car ils ont fait converger des courants et des tendances différentes sur les jeunes savants italiens, en pénétrant de plusieurs côtés dans leurs esprits et en faisant ressortir en eux toutes les espèces de talent géométrique.

BETTI, BRIOSCHI, CASORATI ont disparu maintenant à peu de distance l'un de l'autre, mais leur souvenir reste toujours et les germes qu'ils ont semés ont produit leurs fruits.

Nous gardons en Italie des sentiments de douce affection et une gratitude sans bornes pour ces maîtres bien-aimés et, puisque l'un de nous avait eu l'honneur d'être appelé à parler dans cette réunion, j'ai cru interpréter les sentiments de tous en évoquant leurs images.

Cette tâche n'est pas aisée, mais je compte pour la faciliter sur les sentiments de vénération dont je suis animé, et aussi, Messieurs et chers Confrères, sur votre bienveillance.

Aucun de ceux qui ont pris part au Congrès de Zurich ne pourra jamais oublier la figure de BRIOSCHI. Ses cheveux blancs et son grand âge ne s'accordaient pas avec l'éclat de ses yeux qui gardaient des éclairs de jeunesse, et avec son infatigable activité. Mais ce contraste représente d'une manière frappante son individualité, car il a été toujours jeune par son caractère et toujours mûr par son esprit.

Né dans l'ancienne capitale de la Lombardie (*) qui allait devenir le centre industriel le plus important et le plus riche de l'Italie, il fut d'abord ingénieur; mais, attiré vers les Mathématiques pures, il acquit dès son jeune âge une connaissance presque complète des œuvres classiques et, âgé de vingt-cinq ans, fut appelé à l'Université de Pavie comme titulaire de la chaire de Mécanique.

Dès cette époque commencèrent sa production scientifique et son influence dans l'enseignement. Elles ne cessèrent que le jour de sa mort.

Après la constitution du royaume d'Italie on a une nouvelle phase de la vie de BRIOSCHI, car son activité se tourna vers les affaires politiques où il joua depuis lors un rôle important. Il abandonna l'Université et, devinant l'avenir industriel de sa patrie, il fonda l'École Polytechnique dont il fut l'organisateur et dont il resta le directeur pendant toute sa vie.

Mais il continua toujours par ses Ouvrages scientifiques, par son rôle de Directeur des « Annali di Matematica », par celui de Président de l'*Accademia dei Lincei*, à diriger le mouvement mathématique en Italie, tandis qu'il remplissait ses fonctions de sénateur, faisait partie d'un grand nombre de commissions parlementaires, et s'occupait aussi de travaux publics et de l'art de l'ingénieur. Activité rare et phénoménale qu'on a peine à concevoir et qui nous frappe d'admiration!

(*) { FRANCESCO BRIOSCHI nacque il 22 dicembre 1824 e morì il 13 dicembre 1897. Le sue Opere furono pubblicate da uno speciale comitato in 5 volumi. Milano, Hoepli, 1901-1909 }.

La vie de BETTI fut calme, autant que celle de BRIOSCHI fut agitée.

BETTI naquit (*) en Toscane dans un petit village sur la montagne, où les habitants simples et adroits ont un esprit très fin et un goût naturel pour l'Art et la Poésie.

Il perdit son père pendant qu'il était enfant, et ce fut sa mère qui soigna son éducation. Élève de MOSSOTTI à l'Université de Pise, il commença par devenir professeur dans un petit lycée de Toscane, et c'est seulement à l'âge de trente-quatre ans qu'il obtint une chaire à l'Université, et, sept ans après, la direction de cette École Normale supérieure de Pise dont l'organisation est à peu près celle de l'École Normale supérieure de Paris.

BETTI n'aimait pas, comme BRIOSCHI, les charges de la vie publique. Il fut élu député et nommé sénateur; mais il ne prit jamais, comme son collègue, une part active aux mouvements politiques.

Lorsqu'il était à Rome sous-secrétaire d'État pour l'Instruction publique, il regrettait toujours la vie de professeur, le calme de la petite ville de Pise, les mois passés à la campagne dans une douce méditation ou dans des entretiens, toujours remplis de mots spirituels, avec ses amis et avec ses élèves.

BETTI, en dehors des affections familiales, n'aima qu'une chose: les recherches scientifiques entreprises dans un but philosophique.

Il les aimait en effet pour elles-mêmes, sans songer aux satisfactions de amour-propre qu'elles pouvaient lui donner, sans songer non plus aux effets qu'elles pouvaient produire dans le monde savant ni à l'importance qu'elles pouvaient avoir dans l'enseignement.

Lorsqu'il avait satisfait le besoin d'arriver aux vérités les plus cachées, lorsqu'il les avait reliées entre elles et avait créé dans son esprit un système où elles ressortaient des principes les plus simples, tout était fait pour BETTI. Il n'aimait même pas, dans bien des cas, exposer ses résultats au public, ou, s'il en commençait la rédaction, il s'arrêtait souvent parce que de nouvelles idées le tentaient, et il lui était pénible de ne pas suivre l'inspiration du moment.

On voit à l'Académie des Beaux-Arts de Florence une statue ébauchée par MICHEL-ANGE. La figure de saint Mathieu sort à peine du marbre; mais les lignes principales sont arrêtées. Cette ébauche avait satisfait le grand artiste, qui, voyant que son idée pouvait être réalisée, ne voulut plus continuer son travail.

On peut comparer bien des travaux de BETTI, et peut-être les plus beaux, à l'ébauche de MICHEL-ANGE.

L'esprit de CASORATI était d'une nature différente: il vécut et travailla presque exclusivement pour ses élèves et pour son école.

Ses travaux en effet ont presque tous ce cachet spécial qui révèle que le but de l'auteur était d'éclaircir quelque point obscur, ou de cor-

(*) { ENRICO BETTI nacque il 21 ottobre 1823 e morì l'11 agosto 1892. Le sue Opere matematiche furono pubblicate dall'Accademia dei Lincei in 2 volumi. Milano, Hoepli, 1903-1915 }.

riger quelque résultat, ou d'exposer d'une manière critique un corps de doctrines.

Mais quelle originalité dans la critique, quel talent dans l'exposition de une théorie, qui devenait une nouvelle théorie en vertu du point de vue d'où CASORATI l'envisageait, combien de résultats nouveaux et complètement inattendus ressortaient d'une simple erreur qu'il corrigeait!

Sa vie s'écoula presque exclusivement à Pavie, sa ville natale (*). Il était fils d'un médecin, qui était aussi professeur à l'Université de Pavie, et étudia, dans cette Université, sous la direction de BORDONI et de BRIOSCHI dont il devint l'assistant.

CASORATI parcourut ensuite tous les grades universitaires en échangeant la chaire de Géodésie contre celle d'Algèbre et enfin celle-ci contre la chaire d'Analyse infinitésimale qu'il garda jusqu'à sa mort.

Les travaux qu'il publiait et ses cours, qui étaient très suivis et très écoutés, avaient toujours des rapports entre eux; quelquefois même, s'il abandonnait un travail pour en entreprendre un autre, il changeait soudainement le sujet de son cours.

C'est pourquoi, dans son esprit, il n'y avait pas de distinction entre l'œuvre du professeur et l'œuvre du savant, qui s'accordaient ensemble d'une manière admirable et féconde.

Il suffit d'avoir exposé en peu de mots la vie des trois géomètres et leurs tendances pour comprendre quelle différence il y avait entre eux, et combien étaient dissemblables les mécanismes de leurs intelligences.

Aussi ont-ils été conduits à envisager l'Analyse en général et chaque question particulière de façons bien diverses.

On pourrait suivre la trace de leurs esprits dans toutes les branches des Mathématiques et montrer que cette diversité se révèle à chaque pas de leurs recherches. Mais il serait trop difficile d'envisager du même coup toute leur œuvre, tandis qu'il est bien plus aisé d'avoir égard à une branche spéciale où ces trois géomètres ont laissé des traces profondes.

La théorie qui a eu le plus grand développement dans les derniers temps est sans aucun doute la théorie des fonctions.

On pourrait même appeler notre siècle, au point de vue des Mathématiques, le *siècle de la Théorie des fonctions*, comme le XVII^e siècle pourrait être désigné par le nom de *siècle du Calcul infinitésimal*.

En effet, nous avons assisté à ce fait: toutes les branches de l'Analyse ont conduit au progrès de cette théorie, et en même temps c'est de la théorie des fonctions que les Mathématiques ont tiré leurs plus puissantes ressources. Nous avons même pu voir s'accomplir un phénomène très singulier: certaines théories et certaines méthodes de la Géométrie synthétique, qui devaient

(*) {FELICE CASORATI naquit le 17 décembre 1835 et mourut le 11 septembre 1890}. Les œuvres mathématiques furent publiées par l'Unione Matematica Italiana en 2 volumes. Roma, Ediz. Cremonese. [N. d. R.]

leur origine à une sorte de réaction contre l'esprit analytique, se sont peu à peu rapprochées de la théorie des fonctions et enfin se sont liées intimement à elle dans les idées fondamentales et dans les applications.

Il existe bien des travaux historiques et critiques sur la théorie des fonctions. Les plus savants géomètres ont donné sur elle des essais précieux, riches des plus intéressantes notices.

Mais jetons un coup d'œil d'en haut sur le chemin parcouru, envisageant dans son ensemble le développement de la théorie.

Nous distinguons tout de suite trois phases différentes qui marquent presque trois périodes distinctes.

D'abord s'élaborent des théories particulières. C'est leur développement qui montre la nécessité de créer une théorie générale des fonctions transcendentes et des fonctions algébriques, qui embrasse tous les cas connus et en prévoit de nouveaux. Dans cette phase on ne connaît pas encore de méthodes uniformes. Chaque question qui se présente, on doit tâcher de la résoudre: voilà ce qui s'impose. Les méthodes, il faut les créer chaque fois et à chaque pas. De longs calculs sont nécessaires et les pensées qui sont renfermées dans les formules ne se dégagent que peu à peu.

Les grands noms d'EULER, de JACOBI, d'ABEL peuvent être pris pour personnifier cette période héroïque où la théorie des fonctions elliptiques a été créée dans ses parties essentielles, et où ont été marquées les lignes principales où devaient se développer un jour les fonctions abéliennes.

Mais à cette période de découvertes merveilleuses, où ce qui domine est la curiosité d'arriver en possession de vérités inattendues qui se dévoilent soudainement à travers de longs calculs et des inductions audacieuses, succède bientôt une phase où l'esprit philosophique a le dessus et où s'impose la nécessité de la recherche d'une méthode générale et puissante qui embrasse et renferme tout dans un cadre unique en constituant un corps de doctrine.

Cette phase est marquée par les œuvres immortelles de CAUCHY, de WEIERSTRASS et de RIEMANN qui sont remontés aux sources mêmes des conceptions fondamentales pour accomplir leur tâche. C'est dans cette période grandiose que les idées remplacent peu à peu les calculs.

Il y a enfin une dernière phase où les théories trouvent leurs plus importantes et leurs plus fécondes applications, les formes les plus appropriées à leur diffusion, et restent fixées dans un cadre didactique, après avoir été passées en revue et discutées par le plus fin esprit critique qui ait jamais dominé la Science.

Ces trois phases, dont nous avons tâché de donner les principaux caractères, correspondent à peu près à trois périodes successives dans l'histoire de la théorie des fonctions, mais elles correspondent aussi à trois manières d'envisager les questions d'Analyse; et certains géomètres restent attachés à l'une ou à l'autre en vertu même des qualités les plus intimes de leurs esprits.

BRIOSCHI, ingénieur et homme pratique, habitué à voir le but que l'on poursuit et à ne pas trop s'inquiéter des méthodes, est resté toujours fidèle à la direction classique et aux procédés d'EULER et de JACOBI.

Pour son activité infatigable les longs calculs ne sont pas une gêne. Son esprit habitué à démêler les choses les plus inextricables de la vie réelle voit à travers une forêt de calculs comme à travers un cristal limpide.

BELTRAMI a dit de lui dans son langage fleuri que je m'efforce de traduire : « Ses formules agiles et pénétrantes remplissent comme un trésor inépuisable tous ses travaux, et c'est par là qu'il acquit la réputation d'une virtuosité sans égale dans l'Analyse la plus raffinée. . . »

« Comme un habile musicien fait ressortir la mélodie qui marche tranquille et sereine au milieu des notes et des modulations qui se poursuivent et s'entrelacent, de la même manière BRIOSCHI faisait jaillir le résultat analytique qu'il cherchait d'un appareil de symboles formidable et artificiel, mais plein d'élégance et de symétrie artistique ».

C'est à cause de cela qu'il est resté complètement étranger à tout le mouvement qui s'est développé peu à peu et qui caractérise le passage de la première à la seconde phase. Je dirai même qu'il le dédaignait un peu. Combien de fois l'ai-je entendu se plaindre des mathématiciens modernes, qui n'ont plus l'habitude de faire de longs calculs, et combien de fois suis-je resté surpris en entendant des louanges pour un travail, ou pour certaine partie d'un travail, parce qu'il contenait des calculs bien faits.

Nous voyons ainsi BRIOSCHI traduire et populariser en Italie le *Traité des fonctions elliptiques* de CAYLEY et, même dans un Ouvrage sur les fonctions hyperelliptiques qu'il composait et imprimait lorsque la mort l'a fauché, il ne s'éloignait pas des méthodes qu'il avait préférées depuis le commencement de sa carrière.

Nous avons déjà signalé que BETTI était d'une nature différente, je dirai même opposée à celle de BRIOSCHI. Ce qui manque à l'un, l'autre le possède. Si on les avait réunis, on aurait eu un esprit complet.

Le désir d'un but à atteindre n'empêchait pas BETTI de voir ce qui l'entourait et de s'attarder à mi-chemin pour trouver des rapports et des comparaisons avec bien d'autres choses.

Cette sorte de paresse toscane, qui n'est pas de la paresse intellectuelle, faisait qu'il aimait plutôt penser que travailler d'une manière mécanique.

C'est pourquoi ces longs calculs, que le rude Lombard aimait, lui étaient insupportables. Bien souvent ils l'auraient conduit à des fautes sans le flair mathématique très fin qu'il possédait. Son esprit large et cultivé aimait plutôt les systèmes philosophiques.

Par l'ensemble de ces circonstances, il est aisé de comprendre qu'il se rattache à la seconde phase dont nous avons parlé. Mais ce qu'il y a de vraiment singulier, je dirai plutôt de merveilleux dans l'Œuvre de BETTI, c'est qu'il peut rattacher son nom aux deux grandes méthodes qui ont divisé le champ de la théorie des fonctions, qu'on a même montrées parfois en opposition l'une avec l'autre.

C'est par sa propre initiative, sans connaître le grand travail que WEIERSTRASS poursuivait en silence, qu'il parvint d'emblée, par un vrai coup de gé-

nie, à l'un des points fondamentaux de cette théorie: la décomposition des fonctions entières en facteurs primaires.

Il publia, en 1862, le Mémoire^(*) qui contient ce résultat et ses applications aux fonctions eulériennes, trigonométriques et elliptiques, et c'est seulement quinze ans après qu'il sut que WEIERSTRASS possédait une théorie complète des facteurs primaires.

Mais BETTI, depuis l'époque où il avait commencé l'impression de son Mémoire, n'avait plus pensé à son théorème. Le Mémoire était resté inachevé et oublié par l'auteur même, et un nouvel ordre d'idées lui avait fait changer complètement la direction de ses études.

RIEMANN était venu en Italie, et s'était lié pendant son séjour à Pise d'une amitié très intime et très affectueuse avec BETTI. Celui-ci embrassa ses idées et depuis cette époque ses travaux se ressentent tous de l'influence directe de RIEMANN.

BETTI n'a publié qu'une petite partie de ce qu'il a produit dans cette direction. Bien des choses sont restées toujours inédites. Entre autres, il essaya une théorie nouvelle des fonctions elliptiques en l'établissant sur leur construction par des propriétés qui les caractérisent au contour du parallélogramme des périodes.

C'est peut-être le dernier pas qu'on puisse faire dans cette direction et, quoique la méthode soit très artificielle, ce qui fait qu'elle ne se prête pas à une exposition didactique, il serait intéressant qu'elle fût connue.

Il est très singulier de voir un seul esprit concevoir l'une après l'autre deux théories si différentes et ne pas s'attacher à l'une plutôt qu'à l'autre. Il abandonne la première pour la seconde qu'il ne publie même pas. Toujours est-il que l'empreinte du vrai génie se montre dans cette richesse d'idées. Malheureusement pour sa renommée, son insouciance pour tout ce qui n'était pas la satisfaction intime d'une découverte nouvelle fit tomber dans l'oubli des résultats du plus haut intérêt et en rapport avec des conceptions nouvelles qui n'étaient pas encore prêtes à devenir courantes.

Cependant ce fait singulier a une explication. Il touche aux sources mêmes des deux célèbres méthodes, et on pourrait dire qu'on a par là une confirmation de leur origine différente.

En effet, si nous pénétrons le sens intime des méthodes de RIEMANN, nous voyons que ce qui les caractérise est leur liaison avec les conceptions fondamentales de la Physique.

Les méthodes de RIEMANN représentent le transport des procédés de la théorie de l'électricité dans celle des fonctions d'une variable complexe.

Or, BETTI était autant mathématicien que physicien théorique et sa pensée a été toujours dirigée vers les phénomènes naturels.

Nous savons que, pour bien des mathématiciens, les théories deviennent plus fécondes lorsqu'on attache aux formules des significations qui dépassent

(*) { *La teorica delle funzioni ellittiche*. « Ann. di mat. pura ed applicata », § I, tomi III e IV; « Opere matematiche » di E. BETTI, p. 228, tomo I }.

le sens purement analytique. Pour certains esprits les formules représentent des faits géométriques qui leur donnent une représentation concrète. D'autres savants sont amenés à rattacher, autant qu'il est possible, aux résultats analytiques des phénomènes physiques qui les caractérisent en leur donnant une netteté qu'ils n'auraient pas par eux-mêmes.

Ceux qui ont connu BETTI, non seulement par ses travaux, mais aussi par sa conversation, savent que s'il parlait Mathématiques, bien souvent il pensait Physique. Comme un de ces éclairs qui dans la nuit révèlent le chemin qu'on parcourt, quelquefois un mot qui lui échappait révélait soudainement cette disposition naturelle de son esprit.

BETTI était donc tout préparé pour suivre et pour embrasser les méthodes de RIEMANN avec l'enthousiasme qu'il mettait en toute chose.

Une sorte de réaction lui fit abandonner les procédés qu'il avait d'abord suivis et qui l'avaient conduit aux remarquables résultats dont nous avons parlé.

Nous sommes sûrs maintenant que ces procédés étaient plus féconds et plus appropriés à l'application qu'il avait en vue aux fonctions elliptiques, mais BETTI ne s'en aperçut pas.

Il avait été conduit tout d'abord à les suivre par le tour qu'avait pris son esprit en conséquence de ses premières études. C'est l'Algèbre en effet qui avait formé, pendant presque une dizaine d'années, le sujet de ses recherches et, s'il est possible de caractériser par un mot sa première théorie des fonctions transcendentes, c'est en l'appelant une *théorie de type algébrique*. Mais lorsque son tempérament de physicien prit le dessus sous l'influence de RIEMANN, l'initiation algébrique n'eut plus de prise sur lui et sa vraie nature et ses facultés s'épanchèrent librement dans un champ sans limites.

L'esprit critique de CASORATI, son amour pour l'enseignement, sa tendance aux applications, rattachent son nom à la troisième phase dont nous avons parlé.

Il commença, en 1868, son grand Ouvrage sur les fonctions de variables complexes dont le premier volume seulement a paru (*). Ce volume renferme une Introduction historique et critique d'un grand intérêt dont la lecture aura toujours un charme spécial.

On y découvre toute la puissance d'assimilation de son esprit, tout l'enthousiasme que les grands travaux d'ABEL, de JACOBI, de CAUCHY, de RIEMANN et de WEIERSTRASS avaient fait naître en lui. Et la conception nette de leurs découvertes et l'enthousiasme pour leur génie se transmettent irrésistiblement au lecteur. C'est peut-être de là que vient le caractère suggestif du Livre.

Il a servi plus que tout autre travail à divulguer et à populariser en Italie les conceptions fondamentales de la théorie des fonctions, parce que presque toutes les difficultés s'évanouissent en le lisant.

(*) { *Teorica delle funzioni di variabile complessa* esposta dal dott. FELICE CASORATI. Pavia, 1868 }.

On ne saurait donc assez insister pour montrer le rôle qu'il a joué en Italie.

Combien de jeunes mathématiciens, chez nous, ont été enflammés par la lecture de ce Livre, et ont été poussés par CASORATI vers l'idéal le plus élevé de la Science!

Et à ce propos je vais noter une chose qu'il serait impossible de passer sous silence.

Il y a en Italie une école de géomètres dont l'originalité, la profondeur, l'ampleur des vues, la variété des résultats acquis à la Science, ont mérité tous les éloges.

Cette école a toujours préféré les méthodes synthétiques aux méthodes analytiques, c'est pourquoi un esprit superficiel pourrait croire qu'elle s'est développée à part sans ressentir l'influence d'autres écoles ni des pensées qui se rattachent aux questions d'Analyse. Cela n'est pas exact, et celui qui s'occupera un jour de l'histoire des Mathématiques en Italie dans notre siècle, ne devra pas négliger l'influence que les analystes et les géomètres purs ont exercée les uns sur les autres.

Influence profonde qui se révèle de jour en jour plus grande! Pour la montrer par un seul des traits qui la caractérisent, il me suffira de rappeler que les idées de RIEMANN ont joué un rôle fondamental dans les travaux des géomètres italiens. Or, si BETTI a introduit chez nous ces idées, on doit au Livre de CASORATI d'avoir pénétré partout et en particulier d'avoir attiré l'attention de nos géomètres purs.

C'est donc dans un cercle bien plus large et qu'on n'aurait pas même pu soupçonner au premier abord que cet Ouvrage a étendu son influence.

Si ce Livre révèle dans son Auteur des qualités d'écrivain de premier ordre, un ensemble de publications qui se rattachent à une idée que CASORATI n'a jamais abandonnée, et sur laquelle il n'a pas cessé de revenir jusqu'à ses derniers jours, montre sa profondeur et son originalité.

Frappé par la proposition de JACOBI sur l'impossibilité des fonctions à trois périodes distinctes, il tâche d'en construire avec un nombre quelconque de périodes en envisageant des fonctions à un nombre infini de valeurs.

C'est par là qu'il cherche à obtenir l'inversion directe de intégrales abéliennes.

Malheureusement cette tâche, n'a pas été accomplie et il s'est limité aux études préliminaires sur les surfaces de RIEMANN avec un nombre infini de feuillettes et sur leur connexion.

Nous espérons que ces études préparatoires ne seront pas perdues.

Il serait impossible de suivre CASORATI dans les nombreuses questions qu'il a traitées en des Notes qui se succédèrent pendant toute sa vie. Il nous suffit de remarquer que presque toutes les questions vitales de la théorie des fonctions ont été abordées ou perfectionnées par lui et que nul point de son œuvre scientifique ne doit être négligé.

Si ce qui précède permet de concevoir les rapports mutuels des trois géomètres dont nous avons parlé, nous n'avons pu donner une idée exacte de la place absolue que chacun d'eux a dans le monde savant et dans l'histoire de la Science. Les travaux de BRIOSCHI en Algèbre et en Mécanique; ceux de BETTI en Algèbre et en Physique mathématique; ceux de CASORATI sur les équations différentielles, sortent, en effet, du cadre dans lequel nous sommes restés jusqu'à présent; mais ce sont toujours les caractères que nous avons reconnus qui dominent ces Ouvrages.

Nous voyons, en effet, BETTI être un des premiers qui aient compris, développé et systématisé les idées nouvelles de GALOIS, ces idées qui ont transformé l'Algèbre et sont en train de transformer l'Analyse.

Nous le voyons aussi donner pour la première fois une méthode générale pour l'intégration des équations de l'élasticité, et bien des questions particulières de Mécanique fécondées par son esprit puissant conduisent à des théories générales et à des vues nouvelles sur la conception philosophique des phénomènes de la nature.

BRIOSCHI commence sa longue carrière par l'étude d'une question de la théorie de la chaleur; il publie ensuite son célèbre *Traité sur les déterminants*. On lui est redevable d'avoir développé les théories des invariants et des covariants des Formes algébriques en faisant des applications très variées de ces théories générales.

Il comprend l'importance du Mémoire de GAUSS sur la théorie des surfaces, à une époque où ce Travail était encore négligé et il s'occupe des théories modernes de la Géométrie.

Dans la Mécanique, il étudie les questions de statique, il s'occupe de l'intégration des équations différentielles par la méthode de JACOBI, et consacre à l'équilibre et au mouvement des fluides des travaux devenus classiques.

Mais son penchant naturel vers les calculs et sa disposition à perfectionner des théories connues se montrent toujours soit par les méthodes qu'il préfère, soit par les questions particulières et par les applications auxquelles il donne le plus grand prix et dont il fait le plus grand cas.

Nous voyons enfin CASORATI, par une simple interprétation du calcul des différences finies, donner une théorie nouvelle des équations différentielles linéaires, théorie qui relie ensemble et met dans leur vrai jour bien des faits qui ne paraissaient pas avoir de rapports entre eux.

Il approfondit l'étude des équations différentielles algébriques et consacre aux formes différentielles, à la Géométrie analytique et à la Géométrie infinitésimale des articles qui ont fait beaucoup de bruit et excité beaucoup d'intérêt et où il aborde des questions vitales dans l'enseignement de l'Analyse.

Mais l'on ne pourrait pas terminer ce rapide aperçu sur tant de travaux, sans parler d'un problème célèbre où BETTI et BRIOSCHI ont acquis une renommée dès leur jeune âge, en montrant au monde mathématique tout leur talent.

J'entends parler de la résolution de l'équation du cinquième degré.

A ce souvenir, notre pensée se tourne naturellement vers le glorieux vieillard, honneur de la France et de notre siècle, auquel du profond de notre âme, avec des sentiments de respect, d'admiration et de gratitude nous envoyons un salut, qui réunit, j'en suis sûr, dans un élan unique, le cœur de tous les mathématiciens qui se trouvent ici.

Il a acquis une gloire immortelle par la résolution de ce problème, et son nom gardera sa célébrité dans les siècles qui viendront.

Autour de la figure de M. HERMITE qui se dresse au premier plan, on peut grouper trois mathématiciens: BETTI, BRIOSCHI et KRONECKER.

Le premier a été un précurseur qui a poussé bien loin ses recherches, mais qui, faute d'un pas à faire, n'a pas atteint le but.

BRIOSCHI, peu après la découverte de M. HERMITE et en même temps que KRONECKER, a apporté une telle lumière dans la questions qu'elle en a été presque renouvelée.

On voit poindre à cet instant de leur carrière ces différences des caractères de BETTI et de BRIOSCHI qui devaient jouer un si grand rôle dans toute leur vie scientifique. On voit dans tout leur jour la tendance de BETTI à aborder des questions nouvelles, et la faculté de BRIOSCHI de les perfectionner.

Et c'est par là que je terminerai.

Je terminerai en associant les noms de BETTI et de BRIOSCHI si chers à l'Italie au nom de M. HERMITE si cher à la France.

Ma pensée revient à l'épisode par lequel j'ai commencé: au voyage de 1858, cette mémorable année où les grandes découvertes dont nous venons de parler ont été enfantées et qui marque le commencement de la tendre amitié entre les savants qui venaient d'Italie et celui qu'ils allaient chercher en France, amitié qui a duré quarante ans et qui a été toujours raffermie par le même dévouement à la Science, par la même confiance dans les hautes destinées de l'Humanité.

Que cette noble amitié soit le symbole des liaisons de fraternité qui réunissent les deux pays!