230.

NOTE SUR LA MÉTHODE D'ÉLIMINATION DE BEZOUT.

[From the *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, (Crelle), tom. LIII. (1857), pp. 366—367.]

VOICI la forme la plus simple sous laquelle on peut présenter cette méthode. Pour éliminer les variables x, y entre deux équations du $n^{\text{ième}}$ degré

$$(a, \ldots \between x, y)^n = 0,$$

$$(a', \ldots \between x, y)^n = 0,$$

on n'a qu'à former l'équation identique

$$\frac{(a, \ldots \between x, y)^n (a', \ldots \between \lambda, \mu)^n - (a', \ldots \between x, y)^n (a, \ldots \between \lambda, \mu)^n}{\mu x - \lambda y} =$$

$$\left(\begin{array}{llll} a_{0,0} & , a_{1,0} & , \ldots a_{n-1,0} \\ a_{0,1} & , a_{1,1} & , \ldots a_{n-1,1} \\ \vdots & & & \\ a_{0,n-1}, & a_{1,n-1}, & \ldots a_{n-1,n-1} \end{array} \right| \between x, y)^{n-1} (\lambda, \mu)^{n-1}$$

où l'expression qui forme le second membre représente la fonction suivante,

$$\begin{aligned} &(a_{0,0} \quad x^{n-1} + a_{1,0} \quad x^{n-2} y \ldots + a_{n-1,0} \quad y^{n-1}) \lambda^{n-1} \\ + &(a_{0,1} \quad x^{n-1} + a_{1,1} \quad x^{n-2} y \ldots + a_{n-1,1} \quad y^{n-1}) \lambda^{n-2} \mu \\ &\vdots \\ + &(a_{0,n-1} x^{n-1} + a_{1,n-1} x^{n-2} y \ldots + a_{n-1,n-1} y^{n-1}) \mu^{n-1}; \end{aligned}$$

le résultat de l'élimination sera

$$\begin{vmatrix} a_{0,0} & , a_{1,0} & , \dots a_{n-1,0} \\ a_{0,1} & , a_{1,1} & , \dots a_{n-1,1} \\ \vdots & & \\ a_{0,n-1}, & a_{1,n-1}, & \dots a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} = 0.$$

Par exemple on trouve

$$\frac{(a, b, c \between x, y)^2 (a', b', c' \between \lambda, \mu)^2 - (a', b', c' \between x, y)^2 (a, b, c \between \lambda, \mu)^2}{\mu x - \lambda y} =$$

$$\left(\begin{vmatrix} 2(ab' - a'b), & ac' - a'c \\ ac' - a'c, & 2(bc' - b'c) \end{vmatrix} \between x, y \between \lambda, \mu\right);$$

$$\frac{(a, b, c, d \between x, y)^3 (a', b', c', d' \between \lambda, \mu)^3 - (a', b', c', d' \between x, y)^3 (a, b, c, d \between \lambda, \mu)^3}{\mu x - \lambda y} =$$

$$\left(\begin{vmatrix} 3(ab' - a'b), & 3(ac' - a'c), & (ad' - a'd) \\ 3(ac' - a'c), & (ad' - a'd) + 9(bc' - b'c), & 3(bd' - b'd) \\ (ad' - a'd), & 3(bd' - b'd), & 3(cd' - c'd) \end{vmatrix} \between x^2, xy, y^2 \between \lambda^2, \lambda\mu, \mu^2\right);$$

d'où l'on tire immédiatement les résultats de l'élimination entre deux équations quadratiques ou cubiques.

Londres, 2 *Stone Buildings*, *Avril*, 1855.

TABLE DES PLUS PETITES SOLUTIONS IMPAIRES DE L'ÉQUATION $x^2 - Dy^2 = \pm 4$, $D \equiv 5$ (MOD. 8).

D	±	x	y	D	±	x	y	D	±	x	y
5	−	1	1	341	+	277	15	677		imposs.	
13	−	3	1	349		imposs.		685	−	759	29
21	+	5	1	357	+	19	1	693	+	79	3
29	−	5	1	365	−	19	1	701		imposs.	
37		imposs.		373		imposs.		709		imposs.	
45	+	7	1	381		imposs.		717	+	241	9
53	−	7	1	389		imposs.		725	+	27	1
61	−	39	5	397	−	3447	173	733	−	27	1
69	+	25	3	405		imposs.		741	+	245	9
77	+	9	1	413	+	61	3	749	+	12945	473
85	−	9	1	421	−	444939	21685	757		imposs.	
93	+	29	3	429	+	145	7	765	+	83	3
101		imposs.		437	+	21	1	773	−	139	5
109	−	261	25	445	−	21	1	781		imposs.	
117	+	11	1	453	+	149	7	789	+	31825	1133
125	−	11	1	461	−	365	17	797	−	367	13
133	+	173	15	469	+	65	3	805	+	1447	51
141		imposs.		477	+	2599	119	813		imposs.	
149	−	61	5	485		imposs.		821	−	16189	565
157	−	213	17	493	−	111	5	829		imposs.	
165	+	13	1	501	+	28225	1261	837	+	29	1
173	−	13	1	509	−	925	41	845	−	29	1
181	−	1305	97	517	+	10573	465	853	−	27483	941
189		imposs.		525	+	23	1	861	+	1027	35
197		imposs.		533	−	23	1	869	+	49377	1675
205	+	43	3	541	−	1396425	60037	877		imposs.	
213	+	73	5	549	+	1523	65	885		imposs.	
221	+	15	1	557		imposs.		893	+	2301	77
229	−	15	1	565	−	309	13	901		imposs.	
237	+	77	5	573		imposs.		909		imposs.	
245	+	47	3	581	+	6725	279	917	+	1181	31
253	+	1177	74	589	+	4359377	179625	925		imposs.	
261	+	727	45	597	+	7949	399	933		imposs.	
269		imposs.		605	+	123	5	941	−	1135	37
277	−	2613	157	613	−	98763	3989	949	−	32685	1061
285	+	17	1	621	+	25	1	957	+	31	1
293	−	17	1	629	−	25	1	965	−	31	1
301	+	22745	1311	637	+	14159	561	973		imposs.	
309	+	5045	287	645	+	203	8	981	+	68123	2175
317	−	89	5	653	−	1661	65	989	+	103245	3283
325		imposs.		661	−	1789539	69605	997		imposs.	
333		imposs.		669	+	305285	11803				