

304.

SUR UN MÉMOIRE DE JACOBI. EXTRAIT D'UNE LETTRE
À M. J. BERTRAND.

[From the *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences à Paris*, tom. LVI. (Janvier—
Juin, 1863), p. 43. See 298, foot-note to No. 117.]

PERMETTEZ-MOI de vous soumettre une remarque que je viens de faire par rapport au Mémoire de Jacobi "Sur l'élimination des nœuds dans le problème des trois corps" (*Compte Rendu* 8 août, 1842 [and *Crelle*, t. XXVI. (1843), pp. 115—131]). Il me semble que quoique Jacobi dise qu'il a fait dépendre le problème d'un système de cinq équations du premier ordre et une seule du second ordre, il a réellement fait plus que cela, savoir qu'il l'a fait dépendre d'un système de six équations du premier ordre et qu'ainsi il est allé aussi loin que vous dans le "Mémoire sur l'intégration de quelques équations différentielles de la Mécanique," *Journal de M. Liouville*, t. XVII. (1852). En effet si dans les équations I,...VI. de Jacobi, pour les réduire à un système d'équations du premier ordre, on écrit

$$\frac{d}{dt}(\mu r^2 + \mu_1 r_1^2) = \theta,$$

le système peut évidemment se présenter sous la forme

$$\frac{di}{I} = \frac{di_1}{I_1} = \frac{du}{U} = \frac{du_1}{U_1} = \frac{dr}{R} = \frac{dr_1}{R_1} = \frac{d\theta}{\Theta} (= dt),$$

et, cela étant, en remarquant que les fonctions I, I_1, U, \dots , ne contiennent pas t , et en omettant l'équation $(= dt)$, on a un système de six équations entre les quantités $i, i_1, u, u_1, r, r_1, \theta$: en supposant que l'intégration soit effectuée, on obtient alors t au moyen d'une quadrature.

Je remarque en passant qu'il ne me paraît pas que Jacobi ait dû dire: "Par suite l'on a fait cinq intégrations;" les seules intégrations qu'il a faites sont: l'intégrale des forces vives, et les trois intégrales des aires: cela étant on obtient au lieu de 12 équations entre 13 variables, 8 équations entre 9 variables, et dans la solution de Jacobi il arrive que ce système de 8 équations contient, comme partie de lui-même, un système de 5 équations entre 7 variables; mais à moins d'intégrer les 6 équations on n'obtient pas d'intégrale nouvelle.