Rkp. str. 83 –

MARCINA KRÓLA Z PRZEMYŚLA

GEOMETRYA PRAKTYCZNA.

Wydał

L. BIRKENMAJER.

WARSZAWA.
Wydawnictwo Redakcyi Prac matematyczno-fizycznych.

1895.

MISTRZA MARCINA Z ŻÓRAWICY

INACZEJ

MARCINEM KRÓLEM Z PRZEMYŚLA

ZWANEGO

GEOMETRYA PRAKTYCZNA,

CZYLI

Traktat sztuki mierniczej.

Według rękopisów Biblioteki Jagiellońskiej w Krakowie, poraz pierwszy wydał tłómaczenie polskie i uwagi krytyczne dołączył

L. BIRKENMAJER,

Członek korespond. Akademii Umiejętności w Krakowie.

WARSZAWA.

1895.

MAG. MARTINI DE ŻÓRAWICA

ALIAS

„MARTINUS REX DE PREMISLIA"

VOCITATI

GEOMETRIAE PRACTICAE

SEU

Artis mensurationum Tractatus.

Ad fidem MMS. Biblioth. Jagellonicae Cracoviensis nunc primum editionem curavit, traductionem polonam nec non observationes criticas adiecit.

L. BIRKENMAJER,

Socius corresp Acad litter. Cracoviensis

VARSAVIAE.

1895.

Дозволено Цензурою,
Варшава, 9 Октября 1895 года.

W drukarni Józefa Sikorskiego, Warszawa, Warecka 14.

WSTĘP.

Wiadomości biograficzne i bibliograficzne.

Marcin z Żórawicy, inaczej Marcinem Polakiem (Martinus Polonus), albo też Marcinem Królem z Przemyśla (M. Rex de Premislia) nazywany, należy do interesujących postaci uczonych, którzy obudzony w połowie XV-go wieku ruch naukowy — renesansem zwany — żwawo i z pomyślnym skutkiem na ziemiach polskich przeszczepiali, a którzy w szczególności na polu literatury matematycznej początek nowoczesnej epoki tych nauk działalnością swą zaznaczyli. O ile dotychczasowe poszukiwania w dziedzinie polskiej historyografii matematycznej zdołały wykazać, Marcin z Żórawicy jest właśnie najwcześniejszym pionierem [1]) nie tylko uświadomionych podówczas prądów, skierowanych do odrodzenia nauk ścisłych w Polsce, ale zarazem wybitnym przedstawicielem powstającego równocześnie t. z. humanizmu.

Mieliśmy gdzieindziej sposobność uzasadnienia tego twierdzenia na podstawie rozpatrywania wszystkich szczegółów z życia i działalności naukowej tego człowieka, o ile one dotąd dały się zebrać [2]), tam też czytelnika odsyłając, możemy w tej chwili poprzestać na krótkiem przytoczeniu nielicznych zresztą wiadomości biograficznych o naszym Żórawiczaninie.

Urodzony około r. 1422 w Żórawicy, tuż pod Przemyślem, z rodziców, jak się zdaje, nie będących włościanami, przybywa on r. 1438 do uniwer-

---

[1]) Z wyjątkiem może Piotra ze Swanowa, także Swanowskim zwanego, o którego działalności naukowej bardzo skąpe szczegóły dało się dotąd zebrać.

[2]) Zob. L. Birkenmajer, Marcin Bylica z Olkusza i t. d. monografia w XXV-tym tomie Rozpraw Wydziału matem.-przyrodn. Akad. Umiejętn. w Krakowie (1893) str. 21 i następne.

sytetu krakowskiego, gdzie wpisuje się do *Album*, jako Martinus Stanislai de Zyrawicze i uiszcza całą należytość wpisową. W r. 1444, a więc po czasie bezprzykładnie długim sześciu lat, zostaje bakałarzem, zaraz zaś w roku następnym, więc znowu po czasie niezwykle krótkim, przedstawia się nam jako *magister artium*. Ów sześcioletni przeciąg czasu jest dość zagadkowym, chociażbyśmy nawet długość jego chcieli wytłómaczyć wybuchłą wśród tego zarazą w Krakowie. Mogła ona zresztą być nie tyle przyczyną, ile sposobnością już wówczas do podróżomanii, która późniejszego humanistę tak bardzo cechowała. Nie usiedział też nasz magister długo w Krakowie, ale wynosi się do Pragi, tam wpisuje się do uniwersytetu i poraz drugi stopień magistra osiąga; przedtem czy potem — niewiadomo — jest w Lipsku i z tamtejszego uniwersytetu znowu stopień magistra wywozi. Już podczas krótkiego magistrowania w Krakowie, znajdujemy go zajętego obliczaniem własnych tablic astronomicznych „reducto super meridianum Cracoviensem", wykładem i komentowaniem arytmetyki liczb ułamkowych (*Algorismus minutiarum novae compilationis Cracoviae*) własnego układu, oraz lekturą optyki (t. z. *perspektywy*) według traktatu Peckhama. Nie da się stanowczo orzeknąć, czy opuszczając Lipsk lub Pragę, nie powrócił też może do Krakowa, lubo nie brak wskazówek za tem przemawiających; stąd też i trudno odgadnąć, kiedy i z jakich racyj nastąpiło zbliżenie się jego do Długosza. Tędy szła droga do kardynała Zbigniewa. Stosunek młodego uczonego do Oleśnickiego nie daje się na podstawie dokumentów dotąd znanych dość jasno określić: ostatni przedstawia się w nich coś, jak opiekun, a może i mecenas naszego Marcina. Domyślać się jednak wolno, iż z porady czy namowy obu tych wpływowych osobistości, może też z pomocą funduszów kardynała, wybiera się Marcin w drogę do Włoch i to z poleceniem odbycia tam studyów lekarskich. Jakoż widzimy go na uniwersytecie padewskim, gdzie znowu stopień magistra osiąga, dalej w Bolonii, nie samą snać medycyną się zajmującego, skoro, przynajmniej w r. 1448 na 1449, znajdujemy go tu na katedrze astronomii, wspólnie z mag. Janem de Fundis, długoletnim profesorem tego samego przedmiotu. Bądź co bądź wynosi on z Bolonii nie tylko ponowny (!) stopień magistra, ale też i upragniony dlań przez Oleśnickiego doktorat medycyny; nie pomny jednak przyrzeczeń, zamiast powrotu do kraju, udaje się do Waraždyna na Węgrzech i tam na dworze wszechstronnie wykształconego biskupa Jana Vitéz de Zredna, dłuższy czas wysiaduje pospołu z wieloma jak on sam uczonymi przybyszami (Vergerius, Podachoter i inni).

Znane są z dziejów renesansu owe *docta et humanissima convivia*, któremi się tam podówczas zabawiano, nie potrzebujemy się więc nad niemi zatrzymywać; mniej może jest znanem, że już wówczas w tem kole uczonych biesiadników zajmowano się myślą założenia Akademii pannońskiej, co zresztą dopiero w kilkanaście lat później, już po wystąpieniu Vitéza na stolicę prymasowską w Ostrzychomiu stało się rzeczywistością (*Academia*

Istropolitana). Z polaków, prócz Żórawiczanina, widzimy w tem gronie również Grzegorza z Sanoka, późniejszego arcybiskupa lwowskiego; istnieją też poszlaki wskazujące, że było ich tam więcej. Wspomnijmy, iż były to czasy, gdzie historya polityczna Węgier, po nieszczęściach klęski warneńskiej, najściślej była złączona z dziejami Polski, kiedy to polityczne granice między obydwoma królestwami prawie nie istniały. Na listowne nalegania Długosza i Oleśnickiego, wraca nasz podróżnik (z końcem r. 1449 lub na początku 1450) do Krakowa, ażeby tu objąć rezerwowaną dla niego katedrę uniwersytecką, jakiej, siedząc na Węgrzech, byłby się i tak tam nie doczekał. Wkrótce po swem tutaj przybyciu, funduje on z grosza na obczyźnie uzbieranego katedrę astrologii przy uniwersytecie, wydaje t. z. „Iudicia“ astrologiczne, komentuje *Quadripartitum* Klaudyusza Ptolemeusza, studyuje Almagest uczonego aleksandryjskiego i redaguje największą z dochowanych prac swoich: „Summę tablic Alfonsyńskich“ (*Summa super Tabulas Alfonsi*). Na ten sam czas przypada też bardzo prawdopodobnie autorstwo „Geometryi“, którą obecnie wydajemy. Równocześnie, jak swiadczą krakowskie akta konsystoryalne, pełni on też obowiązki lekarza przy stolicy biskupiej, a zapewne zajmuje się także szerszą praktyką lekarską. Ostatnie ze znanych dziś pism Żórawiczanina nosi tytuł *Canones super Calendarium*, spisane przezeń w r. 1456, widocznie w zamiarze ustalenia zasad t. z. wieczystego kalendarza, do czego autora mogło pobudzić pismo będące w związku z projektem (kardynała Mikołaja z Cuzy) niedoszłej do skutku reformy kalendarza juliańskiego, przywiezione z soboru bazylejskiego przez Tomasza Strzępińskiego i dotąd w Bibliotece Jagiellońskiej dochowane. Rok śmierci ruchliwego uczonego nie jest znanym; nie przeżył on wszelako r. 1460, w którym to roku wspomina już o nim bezimienny kaznodzieja, jako o niedawno zmarłym dobrodzieju uniwersytetu i fundatorze jednej kolegiatury [1]).

Żadne z pism Marcina nie było nigdy dotąd ogłoszone drukiem i—o ile nam wiadomo—nie zanosiło się nawet na to. Było i jest jeszcze dotychczas w zwyczaju po dziełach literatury w Polsce wymieniać tytuły traktatów matematycznych i t. d., sypiąc często pochwałami, chociaż się rzeczy nie czytało. Tak czyni np. Michał Wiszniewski, zasłużony zresztą pod wielu innemi względami, że pominiemy już późniejszych i najnowszych. Ta sama przecież zasada, która nie pozwala wydawać sądu o jakiejkolwiek produkcyi literackiej w ściślejszem słowa znaczeniu, zanim się jej nie uczy-

[1]) W tem co podaliśmy, mieści się dotychczasowa całość skąpych i porozrywanych szczegółów biograficznych o naszym matematyku i humaniscie. Istnieje jednak uzasadniona nadzieja powiększenia ich liczby dalszemi poszukiwaniami tak w kraju, jak też i zagranicą. W tej mierze pozyskał wydawca przyrzeczenie pomocy w osobie p. Antoniego Favaro. prof. Uniwersytetu padewskiego, oraz X. Zygmunta Kozickiego, archiwaryusza przy konsystorzu biskupim w Krakowie, a swojego długoletniego przyjaciela.

ni dostępną szerszemu kołu czytelników, obowiązuje niemniej i produkcye literatury naukowej a w szczególności t. z. ścisłej. Najlepszym, mniemamy, środkiem zmierzającym do poznania osobistości pracującej naukowo, a zarazem epoki, w której ona żyła, jest wydanie pism samych, czego nie zastąpi podanie ich treści, a tem mniej tytułów, najczęściej mało informujących. Pod tym względem niezwykła, bądź co bądź, osobistość Marcina z Żórawicy, im więcej po książkach literatury gołosłownie chwalona, tem bardziej była i jest upośledzoną, skoro do niedawna nie zdobyto się nawet na podanie chociażby suchego spisu tytułów prac przezeń napisanych [1]). Ciągle jeszcze, gdy mowa o materyi matematycznej, astronomicznej lub fizycznej w Polsce XV-go wieku, wysuwają historycy literatury na pierwszy plan takie postacie jak Jana z Głogowa, Michała z Wrocławia i t. d., które w świetle krytyki rzeczowej występują raczej, jako ostatnie filary wszechwładnej dyalektyki w nauce średniowiecznej i zapory przeciwko świeżo powstającemu prądowi umysłowemu: szukania prawdy naukowej w czem innem, aniżeli wiekuistem komentowaniu pism Arystotelesa, a choćby też Euklidesa i Ptolemeusza. Żadną tedy miarą nie można wspomnianych tutaj mężów brać z naszym Żórawiczaninem pod jeden strychulec: gdy bowiem tam występuje ograniczony konserwatyzm naukowy wieków średnich, pokryty gadulstwem, uchodzącem wówczas za erudycyą, tu czuć świeże tchnienie nauki nowoczesnej, obudzony zmysł krytyki i badawczości, świadomość a bodaj przeczucie autora o dokonywającej się właśnie przemianie poglądów na cele i ideały nauk i sztuk w ogólności, a umiejętności ścisłych w szczególności. Te pierwsze popędy odradzania się nauk matematycznych w Polsce zasługują na baczną uwagę dziejopisa tych nauk. Epoka poglądów ryczałtowych w historyografii matematycznej minęła bezpowrotnie, na szczęście zarówno dla tej nauki jak i dla prawdy dziejowej, a krytyczne i porównawcze badanie powinowatych szczegółów, zaczerpniętych z różnych epok lub różnych społeczeństw, pouczyło niekiedy więcej, aniżeli streszczanie całych traktatów i zestawianie takiego materyału sposobem kronikarskim. Najpiękniejsze odkrycia w dziedzinie historyografii nauk matematycznych, tak w starożytności jako też średniowieczu, dokonane zostały właśnie za pomocą porównawczej metody, zastosowanej do szczegółów naukowych, z różnych dzieł i czasów pochodzących. Rozjaśnienie wielu kwestyj, do niedawna ciemnych, mogło nastąpić wszakże nierychlej, jak po wydaniu wiernych i oryginalnych tekstów, które, dostępne każdemu, dopiero wówczas zezwalały na krytyczne i porównawcze z innemi badanie.

Traktat, który niniejszem wydajemy po raz pierwszy, dochował się, o ile dotąd wiadomo, tylko w dwóch kopiach rękopiśmiennych, mało co od

---

[1]) Wiszniewski nie zna jeszcze żadnego tytułu; trzy prace naszego autora wymienia Żebrawski w swej „Bibliografii".

jego powstania późniejszych. Obydwa kodeksy ms., w których się on znajduje, należą do manuskryptów Biblioteki Jagiellońskiej w Krakowie i noszą sygnaturę biblioteczną N. 1865, wzgl. N. 1968; dla krótkości oznaczam je tutaj głoskami A., wzgl. B. [1]).

Cod. A. Bibliot. Jagiell. N. 1865, stara sygnatura B. B. XXIV, 25, papierowy z r. 1460. pisany różnemi rękami, in 4-to, str. 391, 2 karty próżne na końcu.

Na str. 2 czytamy: „Liber mgri Nicolai Tauchan de Nissa, decretorum doctoris, canonici et officialis Wratislaviensis, datus pro facultate artistarum racione dispensacionis super parte biennis pro eo facti, a. d. 1481 in vigilia Mathie, in decanatu mgri Michaelis de Wijelun".

Filigram (odcisk wodny) na kartach traktatu, który nas tutaj zajmuje, (t. j. str. 83—108) przedstawia głowę wołu, na której zatknięty jest krzyż (?) pomiędzy rogami. Wśród kart tej części kodeksu znajduje się wprawiony dłuższy lecz wązki skrawek tęgiego papieru, pokryty ułamkiem tekstu hebrajskiego. Na str. 108: „Finis Geometrie Regis".

Ta tylko kopia ms. traktatu geometryi „Regis" była znaną T. Żebrawskiemu, który ją w swej Bibliografii matemat. (Kraków 1873) na str. 29 zamieścił, naznaczając lata „circa 1450" jako czas powstania traktatu. Wymienione w kodeksie nazwisko jego niegdyś właściciela dostarcza niewielu informacyj.

Cod. B. Biblioteki Jagiell. N. 1968, stara sygnatura B. B. XXIII, 11, papierowy z końca XV w., pisany różnemi rękami, in 4-to, str. 282, i karta próżna na początku. Zawiera str. 1—20: „Opus de geometria". Zaczyna się: „Geometrie principales due sunt partes", na końcu: „Finis Geometrie Regis".

Na karcie próżnej na początku: inną ręką: „Liber mgri Matth. de Miechow" tamże inną ręką: „Donatus Nicolao de Vieliczka, arcium et medicine drj". Na okładkach perg. akt notaryalny z r. 1406. Karta 1 (t. j. czysta) ma *verso* dopisek ręką Brożka: „Opuscula mathematica variorum".

Filigram traktatu tutaj nas obchodzącego (t. j. str. 1—20) przedstawia głowę wołu z wysokim krzyżem, zatkniętym pomiędzy rogami zwierzęcia; do koła krzyża owinięty wąż z koroną na głowie. Bezpośrednio przed rozpoczęciem traktatu geometryi u góry str. 1 dwa wyrazy hebrajskie:

בשם יהוה,

wpisane tą samą ręką co i sama kopia.

Prócz traktatu samej geometryi „Regis", mają obydwa kodeksy wspólny tylko jeden traktat: Alkindi (=Jakub al-Kendi) *De pluviis*. Wniosek, jaki mógłby ktoś oprzeć na tej wątłej podstawie, iż B. należy uważać za

---

[1]) Szczegółowy wykaz materyi obu rękopisów pomijamy.

bezpośrednią kopię z A., byłby jednak przedwczesnym. Owszem, skrupulatne porównywanie waryantów obu tekstów, błędów i koruptel, tu i tam przychodzących, a wreszcie pomyłek, pochodzących z przeoczenia całego wiersza, przekonywa mnie, iż B. nie z A. było kopiowanem, ale że obydwom służyła bardzo prawdopodobnie jedna i ta sama (więc starsza od A. i dziś nieznana) kopia za podstawę do odpisu, skoro jest w obu sporo miejsc w jednakowy sposób błędnych. Powiadam: kopia, gdyż nieprawdopodobnem byłoby przypuszczać, iżby obaj kopiści A. i B. w jednych i tych samych miejscach w jednaki sposób pobłądzili, gdyby mieli przed sobą tekst na tych miejscach poprawny. Żadna zaś ze znanych dziś dwóch kopij stanowczo nie jest autografem Marcina z Żórawicy, t. j. autora Geometryi, jak o tem bezpośrednie ich porównanie z istniejącemi a niewątpliwemi jego autografami każdego przekonaćby musiało. Zachód ten byłby zresztą i tak zbytecznym, przynajmniej co do tekstu B., którego data sięga co najwcześniej roku 1487, skoro wiadomo, iż Marcin nie przeżył roku 1460, a i dla A. (z roku 1460) możnaby go sobie oszczędzić, jeżeli zważymy, że autor pod koniec swojego krótkiego żywota bardziej medycyną i astrologią się zajmował, aniżeli matematyką. Wspomnę tu mimochodem, iż tegoż samego autora Arytmetyka liczb ułamkowych (*Algorismus minutiarum noue compilacionis Cracouie*), dotąd nie wydana, a dochowana w trzech różnych odpisach, napisaną została przezeń w r. 1445; przy Geometryi tego autora brak podobnego charakterystycznego dodatku przy tytule „noue compilacionis Cracouie“, dalej powoływanie się jego w Geometryi na *Algorismus minutiarum*, bez wyrażenia nazwiska autora tego Algoryzmu, bodajże więc czy nie swój własny taki traktat, naprowadzają na uzasadniony domysł, iż Geometrya „Regis“ jest wytworem późniejszym kilku latami od Algoryzmu. Wzmianki (w geometryi) o autorze Bohemus oraz o arabskim pisarzu Gebera (Dżaber-ben-Aflah) [zcytowaną księgą i rozdziałem], którego to traktatu [Anti-almagestum Geberi] a choćby wzmianki o nim, naprózno szukałbyś w Polsce przed połową XV-go wieku, utwierdzają nas jeszcze bardziej w tem mniemaniu. Krytyczne spostrzeżenia, jakie dołączam na końcu, dotyczące ściśle już tylko treści naukowej traktatu, zniewalają mnie również do twierdzenia, iż ten traktat Geometryi powstał wkrótce po powrocie Marcina do Krakowa z jego zagranicznych wędrówek, a więc najwcześniej w r. 1450.

Traktat doszedł więc naszych czasów w kopiach kopij, nie dziw tedy że tekst w obu kodeksach jest znacznie pokaleczonym, miejscami nawet do niepoznania przekręconym. Poprawniejszym jest bezsprzecznie A. t. j. starszy, natomiast B. nieco czytelniejszym, choć znowu, rzeczowo biorąc, znacznie niedbalszym.

Szczególnych trudności paleograficznych nie napotkano zresztą żadnych, z wyjątkiem kilku specyficznie matematycznych skróceń, których znaczenie sens dedukcyi pozwolił rozwiązać, oraz trzech lub czterech innych, których znaczenie zagadką pozostało.

Największą trudnością wprowadzenia ładu w całość traktatu był zupełny niemal brak interpunkcyi w obu tekstach, oraz niedostateczny podział jego na rozdziały czy ustępy. Całe dziełko jest jakby jednym tchem spisane, tak iż czytając A. lub B., a nawet jeszcze rozwiązany ze skróceń odpis na ich podstawie wykonany, nie znajduje czytelnik wypoczynku i wytchnienia, chociażby na chwilę. Ogromna mnogość, w jakiej spójnik „et“ występuje, co jest już winą samego autora, wywołuje jeszcze bardziej znużenie myśli czytającego. Tekst, który wydajemy, zawiera interpunkcyę, jaka w takich warunkach dała się od biedy zaprowadzić, zawiera dalej podział na krótsze ustępy, co jak mniemam, ułatwi dzisiejszemu czytelnikowi czytanie traktatu, spisanego przed półpięta niemal wiekami. Wszystkich ustępów jest 43: z nich jedne wypadły dość długie, gdy większość ich tylko małą objętość zajmuje, co już sam układ traktatu wywołał.

Nie jedno przemawiało za zachowaniem starej łacińskiej pisowni, choć inne znowu względy doradzały odstąpić od tej myśli. Ostatecznie zdecydowaliśmy się pisownię zmodernizować, a to w przekonaniu, iż przy traktatach z nauk matematycznych wzgląd przytoczony przed chwilą jest niezawodnie ważniejszym, aniżeli zachowanie na nich pleśni, poważną ich starość wskazującej. Piszemy tedy *sphaera*, a nie *spera*, *quaere* a nie *quere*, *vult* a nie *vlt*, *proveniet* a nie *proueniet*, *notitia* nie zaś *noticia*, *finis* a nie *ffinis*, *columna* a nie *columpna*, i t. d. Natomiast znaczna ilość błędów gramatycznych musiała pozostać niezmienioną, wydawca bowiem nie czuł się upoważnionym do wprowadzania na własną rękę jakichkolwiek ważniejszych zmian tekstu. Jedynem odstępstwem od tej zasady było użycie w kilku miejscach klamer [ ], zawierających wtrącone przez wydawcę wyrazy, które z tekstu, jak się zdaje, wypadły, a których restytucya przyczynia się do lepszego zrozumienia sensu. Wreszcie, gdzie sam autor rozwlekłemi i nużącemi wywodami istotę rzeczy zaciemnia, wydawało się nam stosownem ująć jedno i drugie wtrącone zdanie w nawiasy ( ), tak iż czytelnik skreśliwszy całą ich zawartość, nie tylko że nic nie uroni ze sensu, ale przeciwnie ułatwi sobie zrozumienie traktatu.

Zauważmy jeszcze, iż tekst łaciński zawiera mnóstwo polonizmów. Wystarczy przytoczyć zwroty takie jak „*mensura vadit in longitudine*“, albo „*si vas in alia parte ad piramidem vadet*“, dalej „....*quando ante rem staret aliquanta pars de aqua*“ (!). albo „*metire spacium... sic videlicet quod* (!) *primo mensura...* i t. d. nie mówiąc już o zwrotach „*in qua se proporcione habet*“ albo „*habebunt*“, lub „....*se necessitate res est alcior*:..“, które niemal na każdej karcie dają się czytać. Co do gramatyki dość będzie wspomnieć, iż składnie jak „*scies quod tunc area est quadrupla*“, są ustawiczne i że w całym traktacie nie znajdziesz ani jednego miejsca, gdzieby accusat. cum infinitivo był użytym.

Słabą stroną dochowanych odpisów (zwłaszcza B.) są figury, wykonane pośpiesznie i w ogóle niedbale, a co gorsza opatrzone nie zawsze zgadzającemi się głoskami tekstu, albo też i bez nich. Z wyjątkiem dwóch lub trzech figur, gdzie skutkiem tego mogłaby powstać niejaka dwuznaczność, nie spotka się zresztą czytelnik wykształcony matematycznie z żadną istotną trudnością.

Co do tytułu, to pozostawała pewna wątpliwość, jak brzmiał on na pierwowzorze, a więc zapewne i autografie naszego uczonego. Starszy odpis jest bez tytułu: na samym zaś końcu zowie on rzecz wprost „Geometryą", późniejszy używa nagłówka „*Opus de geometria*". Gdy zaś autor zaraz na wstępie zapowiada, iż rzecz jego dotyczy geometryi *praktycznej*, a nieco poniżej oznajmia, iż zadaniem jej jest „*artificialis mensuratio*" wydawało się wydawcy usprawiedliwionem użycie tytułu, jaki wytłoczono na czele tego wydania.

Nie tu miejsce dochodzić, ażali ten poważny swą starością zabytek literatury matematycznej w Polsce był przedmiotem wykładów uniwersyteckich w Krakowie, lub nie. Gdy jedynie mogący w tej mierze rozstrzygać dokument, *Liber diligentiarum* (niedawno wydany przez D-ra Wł. Wisłockiego), milczy w tym względzie, a to z tej prostej przyczyny, iż zawarte w nim spisy wykładów rozpoczynają się dopiero z rokiem 1487-ym, trudno ryzykować twierdzenie za albo przeciw. Wnosząc jednak z okoliczności, iż Arytmetyka (*Algorismus minuciarum*) tego samego autora była *na pewno* wykładaną przynajmniej czas jakiś w Uniwersytecie Jagiellońskim, dalej z kilku uderzających wtrętów, rozwlekających tekst właściwy widoczną manierą glos ustnych, skutkiem czego niekiedy sam wątek traktatu się zrywa (tak w odpisie A. jak też i B.), a wreszcie z ogólnego wrażenia, jakiego się doznaje przy rozpatrywaniu obu kodeksów, skłaniam się nasamprzód do przypuszczenia, iż obiedwie kopie zostały sporządzone przez scholarów na podstawie skryptu, powstałego przy sposobności ustnego wykładu tej geometryi. Niema śladu, aby rzecz sama (dzisiaj nazwalibyśmy ją traktatem miernictwa), była kiedykolwiek w XV-ym wieku przedmiotem obowiązkowym na wydziale artium w uniwersytecie krakowskim, gdzie Euklides z komentarzami Campana niepodzielnie panował, było więc nowatorstwem, przez niejednego zapewne ze starszych, konserwatywnych profesorów niechętnie widzianem. To nam zarazem tłómaczy, dlaczego tak skąpa ilość odpisów traktatu dotąd się dochowała.

O tłómaczeniu polskiem mam tylko tyle do powiedzenia, iż o dosłowności jego nie było nawet co i myśleć. Wobec rozwlekłości oryginału, nic zresztą nie byłoby się na tem zyskało. Sporządziliśmy je, jak się dało, aby pogodzić ze sobą dwa dość sprzeczne wymagania: wiernego oddania myśli autora, a zarazem zwięzłego i zrozumialszego dzisiaj przedstawienia pochodu matematycznych dedukcyj. Wyrazy tekstu jak *altimetra*, *planimetra* i t. d., zastąpiliśmy w tłómaczeniu bliższemi nam dzisiaj terminami: Altimetrya, Planimetrya i t. d.; w ust. 30-ym, gdzie część tekstu jest niedołężnym sześciowierszem łacińskim, musiał tłómacz zabawić się wierszoklectwem z konieczności.

Zasługa doprowadzenia do skutku niniejszej edycyi należy się przedewszystkiem szanownemu mojemu przyjacielowi, p. S. Dicksteinowi. Jego to bowiem usilne nalegania—za które wdzięczen Mu jestem—sprawiły, iż odłożywszy inne swe prace na bok, zabrałem się do wydania tego ciekawego traktatu, który przez czas niemal 450 lat spoczywał w rękopisie. Wstępna praca sporządzenia pierwszej kopii *in crudo*, na podstawie obu dochowanych mss. i rozwiązania skróceń paleograficznych, przypadła w udziale p. D-rowi Aleksandrowi Czuczyńskiemu; pozostałe wątpliwości, przedewszystkiem matematycznej natury, zostały przez wydawcę, o ile się dało, usunięte. Wspólną też naszą pracą dopełnionem zostało kolacyonowanie sporządzonej kopii z obydwoma oryginałami, jakoteż wykazanie waryantów. Ostatecznem przygotowaniem rękopisu do druku, wprowadzeniem podziału na ustępy, interpunkcyi, sporządzeniem figur, oraz tłómaczeniem, zajął się podpisany, dodając na końcu rzeczy wiązankę uwag i spostrzeżeń krytycznych, które w ciągu kilkakrotnego czytania traktatu na myśl mu się nasunęły.

Pisałem w Czernichowie pod Krakowem 8 grudnia 1894.

Ludwik Birkenmajer.

1. Geometriae principales duae sunt partes, scilicet theorica et practica. Theorica est quando sola speculatione mentis proportiones quantitatum intuemur et haec solius intellectus est et quamquam nobilissima et perfectisima, tamen difficillima, cum teste philosopho in *Posterioribus* — omnis notitia ex praeexistenti cognitione fit. Ideo ad inquirendam huius geometriae doctrinam *practica* praeponenda est, quae est quando per notarum quantitatum [1]) res quantitatem minus notae rei successive [2]) (?) administrante intellectu apprehendimus. Notae vero quantitates sunt: palmus, cubitus, ulna, pes, passus, stadium, milliare, leuca, mentus teritima etc. Huius vero quantitatis investigatio mensura appellatur; et harum mensurationum alia artificialis, alia naturalis. Artificialis est quando per unicam vel multiplicem applicationem notae quantitatis ad ignotam, ignotae quantitatis notitia supponitur. Naturalis autem mensuratio est mensura intellectus a parte in totum a maiore in minus et e contra applicatio. Sed ex quo

1. Istnieją dwa główne działy geometryi, mianowicie teoretyczny i praktyczny. Teoretyczny dotyczy rozważania stosunków ilościowych wyłącznie za pomocą dociekania umysłowego, co jest sprawą jedynie rozumową; rzecz lubo wspaniała i najdoskonalsza, toż i wielce trudna, skoro według słów filozofa [3]) w traktacie *Posteriora*: wszelkie pojęcie powstaje z poprzedzającego poznania. Zbadanie więc tego działu geometryi należy poprzedzić działem *praktycznym*, gdzie za pomocą znanych ilości rozumowaniem dochodzimy kolejno do znajomości mniej znanej ilości. Znane zaś ilości bywają takie jak: piędź, łokieć, cal, stopa, krok, stadium, mila stara i nowa (leuca),... i t. d. Wyszukanie zaś tej ilości zowie się pomiarem; z tych zaś pomiarów jedne są sztuczne, drugie naturalne. Sztuczny będzie, gdy jednorazowem albo wielokrotnem przyłożeniem znanej ilości do nieznanej, dojdzie się do poznania tej ostatniej. Naturalny zaś pomiar jest przyłożeniem miary umysłowej (abstrak-

---

[1]) *res* niema w B; [2]) *successive* lektura wątpliwa ss[u] (sive ??). [3]) Mowa tu o Arystotelesie.

hic de artificiali ad propositum 1-mo (sic!) artificialis mensurationis solum notitia tradetur, ed talis fit, quando per compositionem instrumentorum quantitatum notarum ad quantitatem ignoti devenimus. Cuius tres sunt species principales: *Altimetra* de mensuratione altitudinum (sic!) rerum, *Planimetra* et *Profundimetra*.

cyjnej?) z części na całość, z większego na mniejsze i odwrotnie. Z tego to, dla naszego tutaj celu, wyłoży się wiadomość jedynie sztucznych pomiarów, a to się zdarza, gdy za użyciem narzędzi ze znanych ilości wyprowadzamy wartość nieznanej. Istnieją trzy główne rodzaje rzeczonych pomiarów: *Altimetria*; zajmująca się pomiarem wysokości przedmiotów, *Planimetria* i *Profundimetria*.

2. Et antequam de his speciebus tradetur, quaedam *generalia* pro mensuratione valentia praemittenda sunt. Unde si aliquae quantitates fuerint notae et earum proportio [1]) fiet nota. Dividatur enim maior quantitas per minorem et quod ex divisione provenerit, est proportio maioris ad minus, id est, denominatio divisionis. Item, si proportio aliquarum quantitatum fuerit nota et mensura unius quantitatis ex quantitatibus fuerit nota, et quantitas reliqua nota erit. Si enim maior nota fuerit, dividatur maior per proportionem, et illud sit minor. Si vero minor nota fuerit, multiplicetur minor per proportionem, et erit maior. Item: si aliqua quantitas fuerit nota, sicut turris vel simile, et una pars eius nota, reliquitur (vero altera pars ignota, et haec pars) etiam erit nota subtrahendo partem notam a tota quantitate. Item, si duae quantitates fuerint notae, quantum ex eis est notum. Item, si fuerit proportio alicuius totius ad suam partem et fuerit excessus super illam partem notus, etiam erit illa [2]) pars nota et totum quantitatis erit

2. Zanim jednak zajmiemy się temi trzema rodzajami, należy uprzytomnić sobie niektóre *ogólne zasady*, na których opiera się istota pomiarów. Tak, jeżeli pewne ilości są znane, to i stosunek ich będzie również znanym. Należy bowiem większą ilość podzielić przez mniejszą, a co wypadnie z dzielenia, będzie stosunkiem ilości większej do mniejszej t. j. ilorazem dzielenia. To samo jeżeli stosunek pewnych (dwóch) ilości jest znanym, jako też znaną wartość jednej z tych ilości, wówczas i pozostała ilość będzie znaną. Jeżeli bowiem większa ilość będzie znaną, należy podzielić ją przez wartość stosunku, a wynik będzie mniejszą z tych ilości; gdyby zaś mniejsza była znaną, należy ją pomnożyć przez wartość stosunku, a otrzyma się większą. Dalej, jeżeli jakaś ilość, jak wysokość wieży i t. p., jest znaną, jakoteż pewna jej część, to i pozostała część będzie znaną, jeżeli się odejmie ową znaną część od całej ilości. Toż gdy obie ilości są znane, znaną będzie również summa z obojga. Jeżeli dalej stosunek całości do

---

1) Wyraz *proportio* tylko w A 2) *illa* Cod. B ma 1-ma = prima; nadto opuszczone przez nieuwagę: *pars nota et totum quantitatis erit notum. Sumatur enim illa* (*proportio* i t. d.).

notum. Sumatur enim illa proportio et detur aliquis numerus notus. Postea multiplicetur proportio per illum numerum notum et de producto auferatur idem numerus et per residuum dividatur id quod proveniet ex ductu numeri in partem datae quantitatis notam, et hoc sit pars ignota quantitatis, quam quaeris. Item, si quadratum quantitatis erit notum, et radix erit nota extrahendo radicem. Si autem in integrum non possit fieri, converte te ad minutias, si praecisionem vis invenire. Item, si fuerint duae quantitates notae proportionales continuae et tertia illarum ignota, multiplicetur secunda in se et dividatur per primam, et erit tertia. Si vero primum est ignotum et tertium notum, multiplicet secundum in se et dividat per tertium, et (in)veniet primum. Item, si sunt quatuor quantitates continuae proportionales et tres notae, sed quarta ignota, multiplicetur secunda per tertium et dividatur per primam, et veniet quarta ignota. Si vero prima, secunda et quarta (fuerint) notae et tertia ignota, primam per quartam multiplicetur (sic!) et dividatur per secundam etc., secundum *Algorismum de minutiis.*

jej części, jako też nadmiar tej części po nad ową część będą znane, to i pozostała część, jako też cała ilość będą znane. Wziąwszy bowiem ów stosunek i pewną znaną liczbę, należy je przez się pomnożyć, od iloczynu odjąć ową liczbę, a przez powstałą różnicę podzielić iloczyn z liczby i znanej części danej ilości. Wynik dzielenia będzie nieznaną częścią ilości, której szukasz. Znając kwadrat (pewnej) ilości, będziesz znał także samą ilość, wyciągnąwszy pierwiastek (kwadratowy), co gdyby nie dało się wykonać w liczbach całkowitych posłuż się ułamkami, jeżeli zależy ci na dokładności. Dalej, gdyby znane były (pierwsze) dwie ilości proporcyi ciągłej, a trzecia (raczej ostatnia) nieznaną, pomnóż drugą z nich przez siebie samą, podziel iloczyn przez pierwszą, a otrzymasz trzecią. Gdyby zaś pierwsza była nieznaną, a trzecia znaną, należy drugą pomnożyć przez siebie samą i podzielić przez trzecią, a otrzyma się pierwszą. Dalej mając cztery ilości tworzące proporcyą, z nich trzy znane a czwartą nieznaną, to mnożąc drugą przez trzecią i dzieląc przez pierwszą, znajdzie się czwarta nieznana. Gdyby zaś pierwsza, druga i czwarta były znane, a trzecia nieznana, pomnóż pierwszą przez czwartą, podziel przez drugą i t. d. jak o tem mowa w *Algoryzmie liczb ułamkowych.*

Notandum etiam, quod si circulus metientis fuerit in aliquo plano, super quod erigitur aliqua pars metienda perpendiculariter ab oculo ad inferiorem partem rei erectae, et vocatur *basis*, linea vero visualis exiens ab oculo ad superiorem partem rei, vocatur

Zauważymy dalej, iż jeżeli okrąg pomiaru (horyzont?) znajduje się na pewnej płaszczyźnie, to leżąca na niej długość mierzona prostopadle (sic!) od oka do dolnego punktu przedmiotu wyniosłego, zowie się *podstawą*, linia zaś celowania, wychodząca z oka do *ypotenusa* res. Res vero erecta, sicut linea imaginata in re erecta dicitur *cathetus* [1]). Verbi gratia hic:

Item, nota si aliqua linea secet latera trianguli et tunc (aeque)distet

szczytu przedmiotu, zowie się *przeciwprostokątnią*; idealna linia wreszcie odpowiadająca wysokości przedmiotu zowie się *przyprostokątnią*, co widać na fig. 1. Nadto pamiętać na-

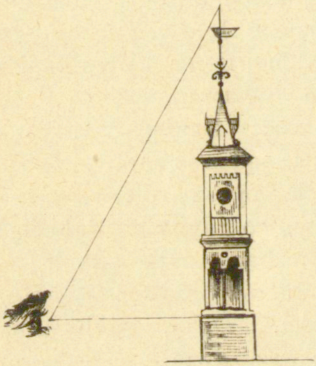


Fig. 1.

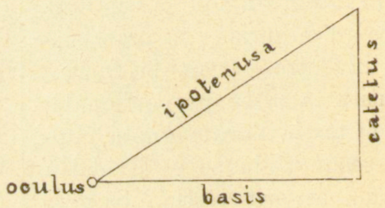


Fig. 2.

tertio, fuerint duo trianguli similes, totalis et partialis, et erunt latera contactum facientia et aequales angulos (amplectentia), proportionales.

leży, iż gdy jakaś linia przetnie boki trójkąta równoodległe od boku trzeciego, oba trójkąty — cały i odcięty—będą do siebie podobne, a boki stykające się t. j. równe kąty obejmujące, będą proporcyonalne.

3. Habitis istis generalibus ad notitiam geometriae cernentibus, de quibusdam matheriebus [2]) (sic!) communibus multum notitiam geometriae cernentibus, parum tractandum est, sic videlicet, ut habita mensura alicuius in longo, sciatur in omnes dimensiones, unde aut res metienda fuerit circularis, aut non. Si circularis, tunc habita circumferentia, potest inveniri diameter et e contra. Et cum hoc faciliter volueris scire, multiplica quemcumque circulum in se et

3. O tych ogólnych rzeczach nadmieniwszy, należy jeszcze nieco wspomnieć o niektórych szczegółach zwyczajniejszych, ściśle złączonych z wiadomościami geometrycznemi. Tak wykonawszy pomiar na długość, pozna się rzecz mierzoną we wszystkich wymiarach, czy więc rzecz mierzona będzie okrągłą, czy też nie. Jeżeli okrągłą, to znając obwód można znaleźć średnicę i naodwrót. Gdybyś pragnął dojść z łatwością do tego, pomnóż dany ob-

[1]) *cathetus*, MSS piszą *cathecus*.

[2]) *matheriebus* wątpliwe równie jak i *mathematibus*.

productum divide per 10 [1]), et numeri quotientis post divisionem venientis quaere radicem quadratam, et radix quadrata est diameter circuli. Verbi gratia, sit circumferentia 44; multiplicetur ergo per se 44 [2]), et proveniet 1936, quod divide per 10 [3]), in quotiente veniet 193 et manent $^6/_{10}$, maior pars integri quorum, scilicet 193, quaeret radicem quadratam, et in illo exemplo est 13 et remanent 24 quasi minor pars unius integri [4]); et quia in divisione remanserant $^6/_{10}$, ergo pro eis apponatur unitas, ut fiat 14, et hoc erit diameter. Alio modo invenitur diameter cuiusqumque circumferentiae: multiplicetur circumferentia circuli per 20000 et productum dividatur per 62857 (sic!) [5]) et quidquid post divisionem circuli remanserit, est diameter circuli. Verbi gratia, sit circumferentia 44, et multiplicetur per 20000, et veniet 880,000, et illud dividatur per 62857 (sic!) [6]), et proveniet diameter 14, ed si quid post divisionem remanserit, non multum curetur, quoniam in minutias fractionis est resolutum. Item, si quis faciliter vult invenire diametrum cuiuslibet circuli, praesupponat mensuram circumferentiae circuli, quam multiplicet per 7 et

wód koła przez siebie samego, iloczyn podziel przez 10, z ilorazu wyciągnij pierwiastek kwadratowy, a pierwiastek ten będzie (szukaną) średnicą. Niech będzie obwód koła równym np. 44; mnożąc to przez siebie znajdziesz 1936, podziel to przez 10, otrzymasz na iloraz 193 a nadto $^6/_{10}$. Większa część tego ilorazu, po wyszukaniu pierwiastka kwadratowego w liczbach całkowitych, daje w tym tu przykładzie liczbę 13 i pozostaje jeszcze 24 (t. j. $193-13^2$), odpowiadająca (w pierwiastku) mniejszej ilości niż jedna całkowita; a ponieważ zostało jeszcze $^6/_{10}$, więc łącznie można przyjąć dla szukanego pierwiastka liczbę 14, co będzie właśnie średnicą. Inny sposób znalezienia średnicy z jakiegokolwiek obwodu. Pomnożywszy obwód koła przez 20000, należy iloczyn podzielić przez 62857, a co wypadnie z dzielenia, będzie średnicą koła. Mając np. obwód koła równy 44, pomnóżmy tę liczbę przez 20000, co wypadnie, t. j. 880000 podzielmy przez 62857, a znajdzie się średnica równa 14; gdyby zaś co pozostało, jako reszta przy dzieleniu, nie wielkiej jest wagi, ile że zagadnienie jest rozwiązanem aż po czę-

---

1) *per 10* tak A, zaś B ma tutaj błędnie 4, w dalszym ciągu ma już poprawnie 10.

2) Cod. B ma błędnie 24 zamiast 44, co poznać po końcowym wyniku obliczenia; Cod. A ma zrazu poprawną liczbę 1936 ($= 44^2$), ale przekreśloną; na marginesie (inną ręką) napisane błędnie 576 ($= 24^2$).

3) A i B mają zgodnie 10, B trwa w błędzie i pisze 57 zamiast 193.

4) to pozwala uchylić błąd poprzedni gdyż $\sqrt{57} = 7$ i reszta 8, a nie 13 z resztą 24, jak teraz oba teksty zgodnie dają; istotnie zaś $\sqrt{193} = 13$ i reszta 24.

5) i 6) Cod. A i B pod liczbą 62857 mają dopisane 628515 (sic!). Bliższe szczegóły w „Uwagach" na końcu.

productum dividet per 22, et numerus quotiens erit diameter circuli.

Et si aliquid manserit post divisionem, amplius non potens dividi, videatur in qua proportione se habeat ad numerum divisorem, et cum hoc aliquis voluerit invenire, praesupponat quodlibet integrum dividi in 60 partes, vel in aliquas alias, (sed quia 60 est magis notus numerus apud practicantes, ergo praesupponat dividi in 60 partes). Deinde multiplicet 60 tamquam numerum tertium per numerum remanentem post divisionem tamquam secundum, et productum dividat per divisorem, et numerus quotiens erit numerus significans partes integri incompleti, et si aliquid manserit post divisionem, pro nihilo curetur, quam minima portio. Verbi gratia, in toto circulo coeli sunt 360 gradus, et si aliquis voluerit invenire diametrum ipsius, hoc est quot gradus sunt a primo gradu Arietis ad primum Librae imaginario [1]) videlicet lineam vadere per centrum terrae, multiplicet 360 per 7 et veniet numerus 2520 et productum dividet per 22 et provenient 114 gradus et in residuo manebunt 12, qui gradum integrum perficere non possunt. Verbi gratia ergo, quanta pars sit 12 de uno gradu et praesupponitur unus gradus dividi in 60 minutias. Deinde multiplicentur 60 m. [2]) tamquam numerus tertius per nume-

ści ułamkowe. To samo, gdyby ktoś pragnął znaleźć z łatwością średnicę jakiegoś koła, niechże weźmie wartość obwodu, którą mnożąc przez 7, a powstały iloczyn dzieląc przez 22, otrzyma iloraz równy średnicy koła.

Gdyby zaś podczas dzielenia pozostało coś nie dającego się dalej podzielić, należy zobaczyć, w jakim stosunku pozostaje ta cząstka (reszta) do dzielnika, a pragnąc dzielenie dokładniej wykonać, uważać każdą pozostałą jednostkę, jako złożoną z 60-ciu, albo też i innej mnogości (równych) części (liczba 60 jest jednak bardziej w użyciu u rachmistrzów, niechże się więc nią posłuży). Następnie niech pomnoży 60 (jakoby trzeci wyraz proporcyi), przez resztę z dzielenia pozostałą (jakoby drugi wyraz proporcyi), a iloczyn niech dzieli przez dzielnik. Znaleziony teraz iloraz będzie liczbą wskazującą części ułamkowe jednostki; gdyby zaś znowu jaka reszta pozostała, należy ją zaniedbać jako drobiazg. Tak np. cały okrąg nieba zawiera 360 stopni; gdyby więc kto chciał znaleźć jego średnicę t. j. o ile stopni odległym jest początek znaku Barana od początku znaku Wagi, po linii idealnej przechodzącej przez środek ziemi, ma liczbę 360 pomnożyć przez 7, co daje 2520, a ten iloczyn podzielić przez 22, skąd iloraz (całkowity) 114 stopni jakoteż reszta 12, nie mogąca już całkowitej jednostki wytworzyć. Chcąc przecież wiedzieć, jakiej części jednego stopnia odpo-

[1]) więcej sensu miałby wyraz *imaginis*; B ma *libere* zam. *libre*.

[2]) m zapewne = minutiae.

rum remanentem post divisionem, scilicet 12, et venient 720 et [1]) productum dividatur per 22 et numerus quotiens erit 32 et remanent 16 secundae [partes] [2]). Patet ergo quod diameter totius est 114 graduum et 32 minutiarum et 16 secundarum [3]). Et si quis sciens diametrum vellet scire circumferentiam, multiplicet mensuram diametri per 22 et productum dividet per 7, et numerus quotiens de necessitate est circumferentia circuli. Verbi gratia, sit diameter 14 pedum, qui multiplicetur per 22 et venient 308, qui dividantur per 7 et numerus quotiens est 44, mensura totius circuli [4]). Ratio autem, quare ad inveniendam ex diametro circumferentiam numerus debet multiplicari per 22 et productum dividi per 7, est haec: quia semper illa [5]) portio quae meretur dici septima pars diametri est 22da [pars] circumferentiae, ex quo quilibet circulus sive circumferentia ter suam diametrum continet et cum hoc partem eius septimam; multiplicet igitur ter integrum per 7 secundum regulam *Algorismi de minutiis* sic ducendo numerum integrorum in denominatorem fractionum. Verbi gratia sic: $3\,{}^1/_7$ [6]); ter 7 sunt 21 et addatur una septima et erunt 22 sep-

wiada ta liczba 12, przypuśćmy, że jeden stopień dzieli się na 60 minut; mnożąc 60 (jakoby trzeci wyraz proporcyi) przez pozostałą resztę t. j. przez 12, znajdzie się 720, który to iloczyn podzieliwszy przez 22, otrzyma się iloraz (całkowity) 32, a nadto resztę 16 (do) sekund (prowadzącą). Widać więc, iż średnica wynosi łącznie 114 stopni, 32 minut i 16 sekund. Gdyby zaś ktoś, znając średnicę, chciał znaleźć obwód koła, niechże pomnoży długość średnicy przez 22, iloczyn podzieli przez 7, a iloraz musi być równym obwodowi koła np. mając średnicę 14 stóp, pomnóżmy ją przez 22, a znajdzie się 308, co podzieliwszy przez 7, znajdziesz iloraz 44, równy obwodowi całego koła. Powód, dla którego szukając obwodu ze znanej średnicy, należy daną liczbę pomnożyć przez 22, a iloczyn podzielić przez 7, leży w tem, iż długość, którąby należało nazwać siódmą częścią średnicy, jest 22-gą częścią obwodu, gdyż wszelki obwód koła wynosi tyle co trzykrotna jego średnica z dodatkiem $^1/_7$ jej części. Mnożąc całkowitą liczbę 3 przez 7 (stosownie do reguły arytmetyki liczb ułamkowych) t. j. mnożąc daną liczbę całkowitą przez mianownik ułamka (właściwego) np.

---

[1]) A i B mają 27,002 (!) zamiast 720.

[2]) B ma *30 minutiarum* lubo przed chwilą pisze 32.

[3]) *16 secundarum* oczywiście błędnie; powinno być $\frac{16.60}{22}$ t. j. przeszło 43 sekund (łuku).

[4]) *circuli* t. j. circumferentiae.

[5]) *illa*, B pisze 1-ma.

[6]) *A* i *B* piszą $^{31}/_7$ zamiast $3^1/_7$, lubo zaraz potem wykonywają poprawną zamianę tej wartości na ułamek niewłaściwy; jeden więcej z dowodów niedbalstwa w kopiowaniu; *B* pisze nawet $^{31}/_{11}$, biorąc widocznie znak ʌ (średniowieczna siódemka) za liczbę 11.

timae respectu diametri, quae faciunt 3 integra et unam septimam; sed respectu circumferentiae 22 vicesimae secundae, quae unum perfectum perficiunt et non plus nec minus, quia quotiescumque in minutiis denominator est idem numerus numeratore, integrum unum perficitur. Sed si quis vellet scire, unde possit invenire ex diametro circumferentiam per alium numerum quam per 7 secundum hanc practicam, praesupponat quod quicquam operatur et 22, videlicet inveniendo diametrum ex circumferentia et e converso; multiplicet 7 et 22 per quemcumque numerum voluerit, vero quod tam 7 quam 22 per eundem multiplicet et taliter si vellet invenire ex diametro circumferentiam, semper multiplicet mensuram diametri per maiorem numerum et dividat per minorem [2]. Si autem ex circumferentia diametrum, multiplicet numerum mensurae circumferentiae circuli per minorem numerum et divídet per maiorem. Et ratio huius praxis est: praesupposito enim prius 7 et 22, modo 22 continet ter 7 et ultra hoc continet 1, quod est 7-ma pars de 7 et sic quandocumque in numeris 7 et 22 per unum [et] eundem numerum quemcumque aucti fuerint, eadem proportio resultabit, ut dicit B o h e m u s in sua *Musica* et J o h a n n e s M u r i s.

Et habita circumferentia ex diametro, si quis *embridum*, sive aream circuli vult invenire — et embridus sive area est totum spatium inter circulum — tunc ducat medietatem

$3^1/_7$; 3 razy 7 czyni 21, dodawszy jedną siódmą będzie $^{22}/_7$ ze względu na średnicę, co wynosi 3 całkowite i $^1/_7$, zaś względem obwodu $^{22}/_{22}$, co się dokładnie równa jedności, ani mniej, ani więcej, gdyż ilekroć w ułamku mianownik jest taki sam jak licznik, ułamek równa się jedności. Gdyby zaś ktoś pragnął wiedzieć, jak znaleźć obwód koła ze średnicy tą drogą, ale za użyciem innej liczby niż 7, musi wiedzieć co mu należy uczynić z liczbą 22 (jeżeli zamiarem jego jest znaleźć średnicę z obwodu lub odwrotnie); niech tedy pomnoży obie liczby 7 i 22 przez jakąkolwiek liczbę (byle tylko tak 7 jak i 22 przez tę samą liczbę pomnożył), a mając zamiar znaleźć obwód ze znanej średnicy, niechaj zawsze mnoży ją przez większą z tych dwóch liczb i podzieli przez mniejszą. Szukając zaś naodwrót średnicy ze znanego obwodu należy go pomnożyć przez mniejszą z tych liczb, a podzielić przez większą. Ten sposób daje się tak uzasadnić. Biorąc najpierw 7 i 22; 22 wynosi 3 razy 7 i nadto 1, co jest siódmą częścią 7, tak więc chociażby liczby 7 i 22 powiększone zostały pomnożeniem ich przez jednę i tę samą dowolną liczbę, stosunek ich pozostanie niezmienionym, jak mówi B o h e m u s w swojej *Muzyce*, jakoteż J o a n n e s M u r i s.

Mając zaś obwód i średnicę, a chcąc znaleźć powierzchnią koła (powierzchnia, inaczej *embridus* jest całem polem wewnątrz koła), należy połowę średnicy pomnożyć przez

[2]) *minorem* B pisze *breviorem*, tożs. zaraz niżej.

diametri in medietatem circumferentiae et surgit area [1]). Verbi gratia, sit diameter 14 pedum et circumferentia 44; ducatur 7 in 22 et provenient 154 embridi dati (*sic!*). Et habito embrido circuli si vis invenire embridum sphaerae [2]), quadrupletur embridus [3]) circuli, et fiet embridus sphaerae; aut alio modo: ducatur tota diameter in totam circumferentiam. Et [praeter] circumferentiam si quis voluerit invenire crassitudinem circuli [4]) — et crassitudo circuli est moles totius corporis rotundi — tunc capta medietate diametri, verbi gratia in proposito 7, ducatur in tertiam partem embridi sphaerae, quod embridum in proposito 616 esset [5]) cuius tertia pars 205; ducta igitur medietate diametri in 205, 1437 et una tertia producuntur. Vel alio modo: capiatur diameter circuli [6]), quem incrassare vellem, et cubicetur, hoc est, multiplicetur in se bis. Verbi gratia, sit diametrum (sic!) ut 14, multiplicetur in se bis et provenient 2744, quae sunt cubi diametri et productum, scilicet cubi, multiplicetur per 11, et productum dividatur per 21 [7]), et venient 1437, moles circuli. Et ratio quare cubi circuli multiplicentur per 11 et dividantur per 21 est, quia, sicut se habent 21 ad 11, sic se habent cubi circuli ad molem circuli.

obwód, a otrzyma się powierzchnię. Np. średnica wynosi 14 stóp, obwód więc stóp 44, mnożąc 7 przez 22 wypadnie 154 dla powierzchni. Znając powierzchnię koła i chcąc wynaleźć powierzchnię kuli, należy powierzchnię koła wziąć poczwórnie, a otrzyma się powierzchnię kuli. Albo też w inny sposób: należy pomnożyć całą średnicę przez cały obwód. Gdyby zaś ktoś prócz obwodu chciał znaleźć objętość kuli (objętość kuli jest zaś zawartością całego ciała okrągłego), to wziąwszy połowę średnicy np, dla naszego przykładu 7, należy ją pomnożyć przez $1/3$ część powierzchni kuli, wynoszącą w przykładzie 616, czego trzecia część jest 205; mnożąc więc połowę średnicy przez 205, otrzyma się 1437 i $1/3$. Albo też na inny sposób. Wziąwszy średnicę kuli, której objętości szukamy, należy ją podnieść do sześcianu t. j. dwukrotnie przez siebie samą pomnożyć np. dla średnicy 14 znajdziesz 2744, co jest sześcianem ze średnicy; powstały iloczyn (t. j. ów sześcian) należy pomnożyć przez 11, iloczyn wreszcie podzielić przez 21, skąd wypadnie 1437 jako objętość kuli. Powód, dla którego sześcian średnicy mnożymy przez 11 a dzielimy przez 21, leży w tem, że 21 tak się ma do 11, jak sześcian średnicy do objętości całej kuli.

---

1) *circumferentia*, B ma *area*.

2) B ma tu zamieszanie wyrazów, natomiast A ma poprawnie.

3) *embridus*, B ma *embridum* (gen. neutr.); zresztą wyraz używany w obu rodzajach.

4) *circuli*, tutaj = *sphaerae*;

5) *616 esset*; tak A jak i B mają 714, który to błąd dał się sprostować za pomocą wywodu rachunkowego jaki oba teksty zgodnie dalej podają.

6) tak jak w 4).

7) *per 21*, oba teksty mają 22, który to błąd uchylają oba, skoro zaraz potem w obydwóch czytamy *per 21* i *habent 21*.

Nota etiam hoc de circulis. Si diameter unius circuli fuerit dupla ad diametrum alterius circuli, scias, quod tunc area est quadrupla ad aream alterius circuli, sed circumferentia est dupla. Sed si diameter sphaerae fuerit dupla ad diametrum alterius sphaerae, superficies unius est quadrupla ad superficiem alterius, et quando aliquorum duorum circulorum diametri sunt triplae, areae circulorum ad se invicem sextuplae sunti, ergo quando una diameter ad aliam sesquialtera, superficies unius circuli ad alium dupla fiet [1]).

4. Si autem figurae non fuerint circulares omnino, aut erunt columnares [aut pyramidales]; et columna — ut vult E u c l i d e s circa [20 et] primum undecimi [Elementorum] est transitus paralellogrami rectanguli latere rectum angulum continentem fixo ipsaque superficie, donec ad suum locum redeat. Et tales figurae habent simili modo triplicem dimensionem, scilicet longitudinem, latitudinem et profunditatem.

De mensuratione longitudinis et latitudinis nunc videndum est. Unde habita columna, si quis vult invenire eius superficiem, videat primo diametrum basis, ex qua inveniet circumferentiam in base (*sic!*). Verbi gratia, sit circumferentia basis columnae 44, quae ducatur in axem columnae — et axis columnae est linea transiens per longitudinem eius— et sit in exemplo 12. Ducantur igi-

O kołach należy jeszcze zauważyć co następuje. Jeżeli średnica jednego koła jest dwa razy większą od średnicy innego koła, należy wiedzieć, iż wówczas powierzchnia pierwszego jest równą poczwórnej powierzchni drugiego, lubo obwód będzie (tylko) podwójnym. Gdyby zaś średnica jednej kuli wynosiła dwa razy tyle, co średnica drugiej, to powierzchnia pierwszej będzie równą poczwórnej powierzchni drugiej kuli; a gdy średnice dwóch jakichś kół są w stosunku 1:3, to powierzchnie ich będą w stosunku jak 1:6, gdy więc średnica jednego koła wynosi półtora razy tyle co drugiego, to powierzchnia tamtego będzie podwójną.

4. Gdyby zaś figury (bryły) nie były całkiem okrągłe, mogą być postaci kolumny (walca); kolumna zaś jak mówi E u k l i d e s (ust. 21, księgi XI Elementów), jest obrotem równoległoboku prostokątnego około jednego boku, dopóki nie powróci do pierwotnego swego położenia; takie zaś postacie posiadają wymiar potrójny, mianowicie długość, szerokość i głębokość.

Najpierw zauważmy wymiary długości i szerokości. Mając tedy kolumnę i chcąc znaleźć jej powierzchnię, należy znać wpierw średnicę podstawy, z czego znajdzie się obwód podstawy. Niechże więc obwód podstawy kolumny wynosi np. 44; mnożąc to przez oś kolumny (zaś osią jest linia ciągnąca się wzdłuż kolumny) np. 12, wypadnie 528 dla powierzchni (pobocznicy) kolumny,

[1]) Mniemanie oczywiście błędne.

tur 12 in 44 [et] superficies in latere columnae, scilicet 528, proveniet, cui superficiei si areae duorum circulorum seu basium columnae addideris, proveniet tota superficies columnae.

Et habita superficie columnae, si eius capacitatem scire volueris, ducatur axis columnae in basim columnae, seu in aream totius (*sic*!) columnae, seu in circumferentiam (*sic*!) basis, quae in proposito est 154, et axis 12, et post ductionem 1848 surgit crassitudo, seu moles totius columnae. Et si velis invenire ex hac regula [1]) capacitatem duarum columnarum, vel aliarum quarumcumque mensurarum sive vasorum, dum vero una mensura mensuraret et de isto posset facere per circumductionem fili circa ambas columnas, (sed de aliis figuris circumductio fiili non debite monstraret mensuram), et circumducendo filum circa minorem columnam mensuraret per filum, aut pedes aut palmos et simili modo axim columnae eadem mensura mensuraret, et inveriret capacitatem minoris [2]) columnae. Similiter per idem inveniret capacitatem maioris columnae et divideret capacitatem maioris per capacitatem minoris, et numerus quotiens, quot igitur columnae minores — si essent vacua et replerentur aqua vel alio liquore — intrarent in maiorem columnam si etiam maior esset vacua, et quod maneret post divisionem videretur, in qua se proportione habet ad numerum minoris columnae, quia tanta pars adhuc de minori intraret ad maiorem.

do czego dodawszy powierzchnie dwóch kół, czyli podstaw kolumny, otrzyma się całą jej powierzchnią.

Mając powierzchnią kolumny, gdybyś dalej chciał wiedzieć jej objętość, należałoby ci pomnożyć oś kolumny przez jej podstawę (t. j. przez łuk (!) czyli okrąg (!) podstawy), która dla naszego przykładu wynosi 154, oś zaś 12, a wykonawszy mnożenie znajdziesz 1848 na objętość całej kolumny. Jeżeli życzysz sobie za pomocą tej reguły znaleść objętość dwóch kolumn, albo też innych miar (objętości) t. j. naczyń, mierząc pewną miarę, co daje się wykonać otaczając nitką wokoło obiedwie kolumny (dla innych postaci jednak otaczanie nicią nie dobrze nadaje się do pomiaru), to oprowadziwszy nić wokoło mniejszej kolumny należy zmierzyć (długość nici) czy to w stopach czy w calach, a pomierzywszy tak samo oś kolumny tą samą miarą (jednostką) znajdzie się objętość mniejszej kolumny. W podobny sposób postąpimy dla kolumny większej, a znajdzie się jej objętość; dzieląc następnie objętość większej przez objętość mniejszej, iloraz otrzymany wskaże ile kolumn mniejszych (gdyby były wydrążone i napełnione wodą lub inną cieczą) weszłoby we większą kolumnę ,gdyby ona była wydrążoną; gdyby zaś pozostała przy dzieleniu jakaś reszta, należy zobaczyć w jakim stosunku będzie ona do liczby (objętości) mniejszej kolumny, gdyż taka właśnie część mniejszego

[1]) *regula*, B ma *ratione*.

[2]) *minoris*, B pisze *maioris*, oczywiście błędnie; toż niżej dwukrotnie.

Si enim esset medietas, tunc adhuc medietas unius columnae minoris in maiorem [1]) intraret.

Et ut ista proportio posset breviter sciri, praesupponatur qualibet columna minor quantum ad sui capacitatem dividi in 12 partes aequales. Deinde multiplicentur 12 per numerum remanentem post divisionem et productum dividatur per numerum divisorem [2]) et habebitur proportio in or^ne^ (*sic*!?) [3]) ad 12. Et hoc non solum de columnis intelligi debet, sed de quibuscumque aliis mensuris dummodo maioris et minoris capacitas una mensura mensuraretur. Et per hanc regulam potest aliquis scire, quot pintae in vas magnum de cerevisia intrarent, aut quot stichones [4]) in aliquid magnum escarium. Et haec regula pro sequentibus notanda est. Et ut quis non fallatur per regulam et mensuraret circumferentiam si esset [vas] incirculatuum considerando spissitudinem ligni si pro liquoribus vellet mensurare, vel mensuraret circumferentiam solam ad illam [5]) partem, ad quam moles liquoris esset susceptibilis [6]).

5. Si vero superficies latitudinis columnae, vel vasis, in una parte latior et in alia strictior [esset], tunc mensurando ambas bases, scilicet et

(naczynia) mogłaby wejść jeszcze we większe. Gdyby to była np. połowa, wówczas jeszcze połowa mniejszej kolumny mogłaby zmieścić się we większą.

Ażeby zaś taki stosunek dał się pokrótce wynaleźć, przypuśćmy że objętość jakiejś kolumny (naczynia) mniejszej podzieloną została na 12 równych części. Mnożąc wówczas liczbę 12 przez resztę pozostałą z dzielenia, a iloczyn dzieląc przez poprzedni dzielnik, znajdzie się stosunek... do 12-tu. To zaś stosuje się nie tylko do kolumn (naczyń o postaci walca), lecz także do jakichkolwiek innych miar (objętości) jeżeli chodzi o porównanie objętości większego i mniejszego naczynia. Za pomocą tej reguły można dojść ile kwart może wejść do większego naczynia na piwo, albo też ile garnców wejdzie we wielką dzierzkę. W tem, co nastąpi, należy o tem pamiętać. Dla uniknięcia omyłki należy zważać, że przy naczyniach zaokrąglonych potrzeba uwzględniać grubość drzewa (klepek), jeżeli ma być oznaczoną objętość samego płynu, albo też oznaczyć obwód tego okręgu który odpowiada samej cieczy.

5. Jeżeli zaś powierzchnia podstawy kolumny (lub naczynia) z jednej strony jest większą z drugiej zaś mniejszą, to zmierzywszy obie podsta-

[1]) A i B piszą *maioris in maiorem* (!)

[2]) po *divisorem* oba teksty mają *remanentem post divisionem*, wtręt całkiem zbyteczny.

[3]) or^ne^, wyraz nieczytelny.

[4]) *stichones*, wyraz oznaczający jakąś miarę objętości, którego w „Glossarium med. latinit" (D u c a n g e' a) znaleźć nie można.

[5]) *illam*, B pisze l^am^.

[6]) B pisze *susceptilis*.

latiorem et strictiorem, aequabit eas hoc modo. Sume differentiam maioris latitudinis supra minorem, subtrahendo minorem de maiori. Deinde medietatem differentiae subtrahe a maiori latitudine, seu superficie, vel adde minori, et factum est. Verbi gratia, sit aliquod vas longum 6 pedum et habeat latitudinem, seu circumferentiam—si fuerit circulare—in una parte 16 pedum, et in alia 12. Et si velis scire capacitatem illius vasis, subtrahe 12 a 16, scilicet minorem latitudinem [1]) a maiori, et remanent 4, quorum medietas, scilicet 2, aut addatur ad minorem circumferentiam, scilicet 12, et fuerit 14, aut subtrahatur a maiori, scilicet 16, et fient 14; multiplicetur [denique] per 6, et fient 84. Tale ergo vas est 84 pedum, vel palmorum, secundum exigentiam mensurae.

wy t. j. większą i mniejszą, należy je wyrównać (t. j. wziąć średnią), a to w ten sposób: Weź różnicę większej podstawy ponad mniejszą, odejmując mniejszą od większej, następnie połowę tej różnicy odejmij od większej powierzchni, albo też dodaj do mniejszej; to wykonano. Np. jest naczynie długie na 6 stóp mające szerokości lub obwodu — jeżeli jest obłem — z jednej strony 16 stóp, z drugiej zaś 12. Chcąc oznaczyć objętość tego naczynia, odejmij 12 od 16 (t. j. mniejszą szerokość od większej) a pozostanie 4, czego połową jest 2. Dodawszy ją do mniejszego obwodu (t. j. 12-tu), lub odejmując od większego (t. j. 16-u), znajdzie się 14, co mnożąc wreszcie przez 6, otrzymasz 84. Tyle stóp lub cali, stosownie do jakości miary będzie wynosiła objętość naczynia (fig. 3).

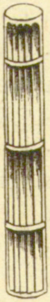


Fig. 3

Si autem est tale vas, ut praesens mos habet, scilicet in ambobus finibus aeque rotundum et aeque latum, in medis vero latius, mensuretur circumferentia in fine aliqua mensura — et potest facere circumdato filo aliquo — deinde illud filum prolongatum mensuretur mensura quacumque volitum fuerit. Deinde mensuretur circumferentia in medio, quae est latior, eadem mensura qua men-

Jeżeli zaś mamy naczynie, jakie obecnie bywa w użyciu, t. j. po obu stronach jednako okrągłe i równo szerokie (t. j. równej powierzchni dna), w pośrodku zaś obszerniejsze (t. j. beczka), należy zmierzyć obwód na krańcu za pomocą pewnej miary — co można wykonać za pomocą nitki — a następnie wyprostować nitkę i wymierzyć miarą jakąkolwiek. Dalej potrzeba tą samą miarą zmierzyć ob-

[1]) *latitudo* dosłownie szerokość, oznacza tu powierzchnię.

surata fuerit minor circumferentia, et hoc etiam potest fieri per filum, vel per aliquid simile, sicut prius. Et videatur deinde excessus maioris supra minorem subtrahendo minorem a maiori, quae differentia medietur et medium addatur minori mensurae, vel subtrahatur a maiori, sicut prius. Deinde mensuretur longitudo vasis, scilicet videatur, quae mensura in longitudine vadit [1]) recte—non oblique—in extenso, et dum mensuratur filum, debet tunc [2]) filum in finibis elevare a vase, ut recte eat, et tunc per mensuram longitudinis multiplicetur mensura latitudinis, sicut prius, et sic productum erit capacitas vasis.

wód w pośrodku naczynia, gdzie ono jest grubszem, co również daje się wykonać za pomocą nitki lub czegoś podobnego, jak wyżej. Znajduje się nadmiar większej liczby ponad mniejszą (odejmując mniejszą od większej), przepoławia się tę różnicę i tę połówkę dodaje się do miary (ilości) mniejszej, lub też odejmuje się od większej, jak poprzednio. Następnie potrzeba zmierzyć długość naczynia t. j. zobaczyć, ile razy miara mieści się w długości naczynia, na wprost (a nie pochyło wzdłuż całej rozpiętości, przyczem podczas pomiaru należy oba końce nici nieco unieść ponad ściany naczynia, aby nić tworzyła linię prostą), a wówczas miarę szerokości (powierzchni) pomnożyć przez otrzymaną długość, jak wpierw. Powstały iloczyn będzie objętością naczynia.

6. Aut si quis similiter vellet mensurare et facilius, dummodo vas fuerit elevatum in medio et in finibus depressum, mensuret unum finem filo seu circumferentia, et postquam mensuraverit, prolonget filum et mensuret aliqua mensura. Deinde mensurando hoc mensura, mensuret vas secundum longitudinem ita, ut directe filum iaceat supra vas tam in finibus, quam in medio, et postmodum prolongato filo videat, quot mensurae fuerint in filo, quas multiplicet per mensuram fili prius servatam, et numerus post multiplicationem proveniens est capacitas. Verbi gratia sit vas tale: Si autem vas fuerit in una parte circulare et latum, et in alia parte ad pyramidem vadet, sicut *saccellus*, in quo lixivium

6. Gdyby zaś kto pragnął łatwiej wykonać ten pomiar, gdy naczynie w pośrodku jest zgrubiałe, po końcach zaś mniej grubem, niechaj zmierzy obwód na jednym końcu zapomocą nici, a rozprostowawszy ją następnie, niech zmierzy jej długość pewną miarą. Następnie niechaj zmierzy naczynie na długość, tak jednak, iżby nić użyta przylegała do ścian naczynia i po obu krańcach i w pośrodku, a wyprostowawszy ją, niechaj zmierzy jej długość, którą pomnożywszy przez liczbę pierwszym pomiarem znalezioną, otrzyma na iloczyn objętość (beczki), tak np. dla naczynia jak na fig. 4-ej. Gdyby zaś naczynie z jednej strony było okrągłem i szerokiem, z drugiej zaś zbliżonem do ostrosłupa, nakształt

[1]) A ma *vadat*.

[2]) *debet tunc*, B pisze *debet tenere*.

paratur, verbi gratia sic. (fig. V), tunc mensura primo mensuram circumferentiae maximae latitudinis et serva mensuram seu numerum mensurae. Deinde mensura longitudinem vasis et circumducendo filum a fine ad finem, et postquam hoc feceris, subtrahe medietatem diametri a numero men-

tygla, w jakim ług się przygotowuje, jak na fig. 5-ej, to zmierz najpierw długość obwodu w miejscu najgrubszem i zapisz tę liczbę; potem zmierz długość naczynia, przeciągnąwszy nitkę od jednego końca do drugiego, a to uczyniwszy, odejmij połowę średnicy od długości naczynia, zaś pozostałość

Fig. 4.

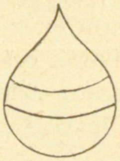


Fig. 5.

surae longitudinis vasis, et residuum multiplica per numerum mensurae prius servatum, et producti medietas est capacitas vasis. Verbi gratia, sit aliquod vas habens circumferentiam 44 pedum, et per partem convexam a base ad conum habeat 30 pedes; et quia medietas diametri in tali [circumferentia] est 7 — per priora — subtrahatur ergo 7 a numero longitudinis, scilicet 30, et remanent 23, quae 23 multiplicentur per 44, et erunt 1012 pedes capacitatis totius vasis. Et haec de capacitate dicta sufficient [1]).

pomnóż przez liczbę poprzednio zapisaną; połowa tego iloczynu będzie objętością naczynia. Naprzykład wyobraźmy sobie naczynie, mające obwód równy 44 stopom, zaś długość mierzoną *po powierzchni wypukłej* od podstawy do końca stożkowatego równą 30 stopom; ponieważ połówka średnicy tutaj wynosi 7 (według poprzedniego), należy 7 odjąć od długości, t. j. od liczby 30, pozostałą zaś resztę t. j. 23 pomnożyć przez 44, co daje 1012 stóp objętości całego naczynia. Te wzmianki niechaj wystarczą do obliczania objętości.

7. Restat [2]) nunc dicere de figuris multiangulosis, et quia triangulus prior est, ideo prius de his pertractabitur, et primo quid sit triangulus? Et triangulus, ut vult E u c l i d e s in primo [libro], diffinitur sic: est figura

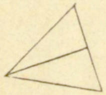
7. Pozostają teraz figury wielokątne, a że trójkąt jest z nich najprostszym, przeto od niego rzecz rozpoczniemy. Najpierw, co to jest trójkąt? Według pierwszej księgi E u k l i d e s a określamy go tak: jest to figura

[1]) B ma sufficiant.

[2]) Oba MSS przed „Restat" mają niezrozumiały ułamek zdania „Dicto de mensuris circularem modum valentibus reduco" (A ma *reduci*).

habens tres angulos aequales [iunctim] duobus rectis, cuius diffinitio et declaratio ad praesens subticetur. Viso ergo, quid sit triangulus, species eius in brevi videndae sunt. Prima species dicitur *oxigonius* [1]), et est triangulus habens omnia latera et omnes angulos aequales. Cuius area sic invenitur. Dividatur unum latus trianguli aequilateris in duas partes aequales et a puncto divisionis trahatur linea ad angulum [2]) oppositum. Verbi gratia sic (cf. fig.). Deinde videatur quantum

mająca trzy kąty (razem wzięte) równe dwom prostym; tych zaś ostatnich definicyą i objaśnienie możemy na teraz pominąć. Po tem określeniu należy pokrótce odróżnić rodzaje trójkątów. Pierwszy ich rodzaj zowie się *równobocznym*; jest to trójkąt mający wszystkie boki i wszystkie kąty równe. Jego powierzchnia znajduje się w następujący sposób. Przepołowiwszy jeden bok trójkąta równobocznego, połączmy środek tego boku z przeciwległym wierzchołkiem, jak



quodlibet latus trianguli est, ut postea probabitur, et verbi gratia sit unumquodque latus 7 pedum, [tunc] de necessitate illa linea dividens unum latus per medium est 6 pedum, ut dicit Geber [3]) nonagesima sexta propositione libri 4-ti. Ducatur igitur illa linea 6 pedum in alteram partem lateris divisi, scilicet in dimidium quartum [= $3\,^1/_2$] pedis, et quia debite non potest duci, capiuntur 7 medietates pedis — quae in altera parte lateris divisi continentur — in lineam dividentem unum latus, et quia illa fuit 6 pedum, resolvatur in medietates et fient 12; multiplicatur ergo 12 per 7, et fient 84 medietates pedis, quarum medietas, scilicet 42, sunt area totius trianguli.

na figurze. Następnie należy zobaczyć, ile wynosi którykolwiek z boków tego trójkąta; niechże on wynosi np. 7 stóp, wówczas owa linia dzieląca jeden bok na dwie połowy wynosi z konieczności 6 stóp, jak powiada Geber w 96-em twierdzeniu księgi 4-ej. Należy tedy ową linię 6 stóp pomnożyć przez połowę boku podzielonego t. j. przez półczwarta ($3^1/_2$) stopy, a że mnożenie nie daje się dogodnie wykonać, weźmy 7 połówek stopy (ile wynosi połówka boku) i pomnóżmy przez ową linię przepoławiającą bok t. j. przez 6 stóp a raczej przez 12 połówek stopy. Iloczyn z 12-tu przez 7 daje 84 połówek stopy (kwadratowej), czego połowa t. j. 42 (półstop kwadratowych) będzie powierzchnią całego trójkąta.

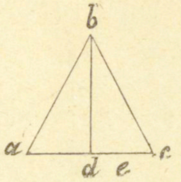
---

1) *oxigonius* wątpliwe; z B możnaby czytać raczej *ortogon...*, chociaż i to niepewne.

2) *angulum*, B ma *latus*.

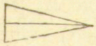
3) Geber zob. uwagi na końcu.

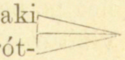
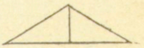
Vel aliter aream trianguli poteris invenire. Dividatur, sicut prius, unum latus in duo media, in triangulo qui sit



abc sic (cf. fig.) sitque punctus [3]) divisionis *d*, a quo trahatur linea *db*, deinde dividatur linea *dc*, vel *da* in duo aequalia, verbi gratia in puncto *e*. Ducatur ergo linea *ec* in lineam *cb* vel *ab*, et surgit area seu embridum trianguli.

Możesz także inaczej znaleźć powierzchnią trójkąta. Dzieląc jak poprzednio jeden bok trójkąta na dwie połowy w punkcie *d*, poprowadź stąd linię *db*; następnie podziel linię *dc* lub *da* na dwie części równe np. w punkcie *e*. Pomnożywszy teraz linię *ec* przez linię *cb*, lub *ab* otrzyma się powierzchnię (*embridus*) trójkąta.

8. Si autem triangulus non fuerit omnium laterum aequalium, tunc aut duo latera sunt aequalia et tertium inaequale, sic est dupliciter (?). Si vero duo longiora sunt et unum brevius, sic triangulus vocatur *oxigonius*, verbi gratia iste ;  si autem duo sint breviora et unum longius, sic vocatur *ambligonius* [2]), verbi gratia,  et horum triangulorum amborum [area] sic invenitur, dummodo duo latera fuerint aequalia et unum inaequale. Dividatur enim latus inaequale in duo media et a puncto divisionis trahatur linea ad angulum oppositum et una medietas lineae divisae ducatur in lineam productam ab angulo ad punctum divisionis, et productum dabit aream, utque in figuris immediate praecedentibus. Vel alio modo: ducas totam basim divisam, hoc est totum latus inaequale — sive sit longius, sive bre-

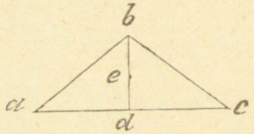
8. Gdyby zaś trójkąt nie miał wszystkich boków równych, to albo dwa jego boki byłyby równe a trzeci nierówny (albo wszystkie trzy różne), przyczem dwojaką możebność odróżniamy. Jeżeli dwa boki są dłuższe, a trzeci krótszy, to trójkąt zowie się ostrokątnym *(oxigonius)* np. taki  jeżeli zaś dwa boki są krótsze, a trzeci dłuższym, to trójkąt zowie się rozwartokątnym *(ambligonius)* np. taki.  Dla obu takich trójkątów powierzchnia znajduje się w taki sposób (byle tylko dwa boki były równe, a trzeci nierówny). Przepołowiwszy mianowicie bok nierówny i przeprowadziwszy z jego środka linię do wierzchołka przeciwległego, pomnóżmy tę linię przez połówkę podzielonego boku; iloczyn, jaki się znajdzie, będzie wyrażał powierzchnię tak samo jak dla figur poprzedzających. To samo in-

[1]) *punctus*, B pisze *productus*, co niema sensu.

[2]) tak A jak i B piszą *ampligonius*.

vius — in medietatem lineae [1]) a puncto divisionis ductae ad angulum oppositum. Verbi gratia, sit triangulus *abc* cujus latus inaequale *ac*, quod di-

nym sposobem. Pomnóż całą podstawę podzieloną, t. j. cały ów bok nierówny, (czyby on był dłuższym, czy krótszym od dwóch pozostałych) przez

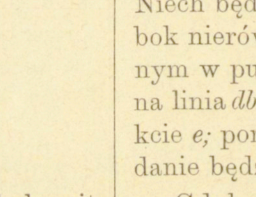


vidatur in puncto *d* et trahatur linea *db*, quae dividatur in medium in puncto *e*. Ducatur igitur linea *ac* in *de* et factum est.

połowę linii poprowadzonej ze środka tego boku do przeciwległego wierzchołka (t. j. *przez połowę wysokości*). Niech będzie np. trójkąt *abc*, którego bok nierówny *ae* został przepołowionym w punkcie *d*, dalej poprowadzona linia *db*, którą przepołowiłeś w punkcie *e*; pomnóż linię *ae* przez *de*, a zadanie będzie rozwiązanem.

Si autem triangulus habuerit omnia latera inaequalia, [tunc] ab angulo ad latus oppositum trahatur linea perpendiculariter, verbi gratia sit sic (cf. fig.). Deinde ducatur illa linea perpendicularis ad latus quod dividit et producti medietas est area. Verbi gratia, sit linea perpendicularis

Gdyby zaś trójkąt miał wszystkie boki nierówne, należy poprowadzić z wierzchołka linię prostopadłą na bok przeciwległy, jak na figurze; pomnożywszy tę prostopadłą przez bok podzielony (podstawę), otrzymasz powierzchnię, biorąc połowę tego iloczynu. Np. prostopadła wynosi cztery sto-



4 pedum *cd* et linea vel latus quod dividit linea *cd* sit 10 pedum, quae sit *ab*. Ducatur igitur *cd* in *ab* et venient 40, et producti medietas, scilicet 20, erit area trianguli. Vel alio modo: multiplica illud latus quod dividit linea perpendicularis—in exemplo *ab*— in medietatem perpendicularis lineae *cd*, scilicet 2 in 10, et sunt 20. (Vel

py, linia podzielona (podstawa) 10 stóp t. j. bok *ab*; mnożąc *cd* przez *ab*, znajdziesz 40, czego połowa, t. j. 20, będzie powierzchnią trójkąta. Albo inaczej. Bok podzielony ową prostopadłą (na figurze: *ab*) pomnóż przez połowę samej linii prostopadłej *cd*, t. j. 10 przez 2, a wypadnie 20. (Albo też mnożąc połowę podstawy przez połowę pro-

[1]) B niema wyrazu *lineae*.

ducendo medietatem basis in mediam orthogonam, vel medietatem orthogonae in medietatem basis) [1].

9. Si autem velles mensurare tunc triangulatam [figuram] in profundum, latum [et] longum scitis areis trianguli ex praedictis [et] corporis longitudinem, si fuerit triangulatum. Deinde duc mensuram longitudinis in aream et surgit moles corporis; et si corpus inaequaliter vaderet, videlicet quod in uno fine esset [2]) latius et in alio strictius, aequa ipsum eo modo, quod dictum est de circulis. Si autem corpus [3]) esset tale, quod in uno fine esset latius, in medio adhuc latius et in secundo fine strictius, verbi gratia sic  aequa primo medium cum latiori fine, ut dictum est, deinde latiorem finem cum strictiori, ut etiam dictum est, et habita differentia omnium, iungantur illae duae differentiae in medietatem, et productum (sic!) [4]) medietur, et quod provenerit post mediationem addetur termino strictiori et factum est. Et haec regula de circularibus notanda est valde.

Si autem quis debet mensurare corpus triangul(at)um pyramidale, ducat axem in aream basis et productum dividat per 3 et numerus quotiens erit

stopadłej, lub połowę prostopadłej przez połowę podstawy).

9. Jeżeli zaś pragniesz wykonać pomiar graniastej figury na głębokość, szerokość i długość, musisz obliczyć powierzchnię trójkąta według poprzedniego i znać długość ciała, jeżeli jest trójgraniastem. Wówczas pomnóż długość przez powierzchnię trójkąta (podstawowego), a otrzymasz objętość bryły. Gdyby zaś ciało było nierównem, a mianowicie na jednym końcu było szerszem, węższem zaś na drugim, wyrównaj to za pomocą sposobu, jaki przy kołach podaliśmy. Gdyby dalej ciało było tego rodzaju, iż na jednym końcu byłoby szerszem, w pośrodku jeszcze nieco szerokiem, zaś na drugim końcu zwężonem, jak na figurze , wyrównaj najpierw środek jego z najszerszym końcem (jak o tem była już mowa), następnie wyrównaj najszerszy koniec z najwęższym (o czem także była mowa), a obliczywszy (obie) różnice między niemi, połącz je w średnią, przepoławiając iloczyn (sic!), co zaś wypadnie dodaj do krańca najwęższego (liczby najmniejszej) a załatwisz to wyrównanie. Tę regułę, opisaną przy ciałach okrągłych, warto dobrze pamiętać.

Gdy zaś kto potrzebował zmierzyć ciało trójkątne i pyramidalne, niech pomnoży oś (wysokość) przez powierzchnię podstawy, iloczyn po-

---

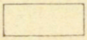
[1]) zdanie ujęte w nawias ( ) jest oczywiście nieprawdą.

[2]) *esset*, B ma *est*.

[3]) *corpus*, B ma błędnie *circulus*.

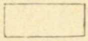
[4]) zam. *productum* powinno być oczywiście *summa*.

capacitas corporis; et per axem debet hic intelligi longitudo superficiei.

Si autem velis invenire aream quadranguli si fuerit praecise quadratus, duc unum latus in aliud, et factum est, aut unum latus in se ipsum. Si vero fuerit quadrangulus cuius superficiem vis metiri — (et quadrangulus est figura habens 4 angulos, sed non 4 latera aequalia, verbi gratia sic),  cuius latera minora trium pedum, maiora 8, ducatur semper minus latus in maius, ut ter 8 sunt 24, area totius trianguli.

10. Nota etiam hic quod radix ex area alicuius circuli est *costa*, hoc est unum latus quadrati aequalis illi areae et per hoc posset quadrari circulus. Et si praecise radix non posset inveniri, quod contingeret quando post extractionem radicis aliquid remaneret, tunc proponerentur *cifrae* [1]) quotquot vellet aliquis nisi in numero pari, et quanto plures proponerentur, tanto praecisius esset. Ut sit numerus binarius, cuius radicem vis extrahere; adde ei sex cifras et stabunt sic figurae 2000000, cuius radix 1414, a qua debes [2]) auferre tot figuras, quot fuerit medietas cifrarum, et fiet extractio secundum quod dicit *auctor* de minutiis in extractione radicis quadratae. Item, si aream alicuius quadrati

dzieli przez 3, a iloraz będzie objętością ciała (przez oś należy tu rozumieć długość powierzchni).

Chcesz zaś znaleźć powierzchnię czworoboku, to jeżeli jest on dokładnym kwadratem, pomnóż jeden jego bok przez drugi, a będziesz gotów, albo też jeden bok przez siebie samego. Gdyby zaś chodziło o powierzchnię czworoboku (czworobok jest zaś figurą mającą cztery kąty, cztery zaś boki niekoniecznie równe (fig.)  którego boki mniejsze wynoszą np. 3 stopy, większe zaś 8, należy zawsze pomnożyć bok mniejszy przez większy t. j. 3 razy 8, co czyni powierzchnię całego czworoboku równą 24.

10. Należy tutaj zauważyć, że pierwiastek (kwadratowy) z powierzchni pewnego koła daje t. z. stronę (*costa*), t. j. bok kwadratu o powierzchni tej samej, co koło, a zapomocą tego daje się wykonać kwadratura koła. Jeżeli zaś pierwiastek nie daje się znaleźć całkiem dokładnie, co się zdarza, gdy przy wyciąganiu jego pozostanie reszta, wówczas należy dodać tyle zer, ile tylko kto zechce (ale zawsze w parzystej mnogości), im zaś więcej ich doda, tem dokładniejszym będzie rezultat. Tak mając liczbę 2, z której chcesz wyciągnąć pierwiastek (kwadratowy), dodaj do niej sześć zer, a otrzymasz 2000000, z czego pierwiastek wynosi 1414, tu zaś musisz odciąć tyle figur (liczbowych), ile wyno-

1) teksty piszą *cifra*, *cifre* w znaczeniu (poprawnem) „zera"; *aliquis*, B pisze *alias*.

2) *debes*, MSS piszą *dēo*.

multiplicaveris per 14 et productum diviseris per 11 [1]), radix quadrata residui (*sic*!) [2]) erit diameter alicuius circuli, qui circulus est aequalis quadrato. Unde si *costa* quadrati sit 6 pedum cum una 5-ta parte unius [pedis], diameter circuli sibi aequalis erit 7 pedum, et per hoc poteris circulare quadratum. Et si vis scire excessum quadrati ad circulum [in] scriptum, mensura illud quadratum ad maius quo possit scribi et subtrahe aream circuli ab area [3]) quadrati, et quod remanet erit excessus; ut si diameter circuli est 7 pedum, excessus erit 10 cum dimidio, unde circuli figura, costa quadrati et diameter circuli bene possit inveniri. Si vero vis scire excessum circuli ad quadratum scriptum circa secundum circulum, duc quadratum circuli in se ipsum, et medietas producti dabit aream illius quadrati, quam subtrahe ab area circuli et remanebit excessus.

Nota etiam hic quando in aliquo circulo describitur quadratum maximum quod circulus capere potest, et

si połowa mnogości zer dołączonych. W ten sposób dokonywa się wyciągania pierwiastka, według tego jak uczy *autor* (traktatu) liczb ułamkowych przy sposobności wyciągania pierwiastka kwadratowego. Tak więc, jeżeli powierzchnię jakiegoś kwadratu pomnożysz przez 14, iloczyn podzielisz przez 11, to pierwiastek kwadratowy z ilorazu będzie średnicą koła mającego tę samą co kwadrat powierzchnię. Podług tego, jeżeli „strona" (*costa*) kwadratu wynosi 6 stóp z $1/5$ częścią (jednostki), średnica koła jemu równego będzie wynosiła 7 stóp, a w ten sposób możesz kwadrat zamienić na równe mu koło. Jeżeli zaś radbyś znaleźć nadmiar kwadratu nad koło wpisane, zmierz kwadrat, jaki największy może być opisany, odejmij powierzchnię koła od powierzchni kwadratu, a co pozostanie, będzie (szukanym) nadmiarem. Tak np. jeżeli średnica koła wynosi 7 stóp, nadmiar będzie równym $10^1/_2$; skąd też postać koła, strona kwadratu (opisanego) i średnica koła dają się łatwo wynaleźć. Jeżeli zaś pragniesz znaleźć nadmiar powierzchni koła ponad powierzchnię kwadratu opisanego na drugiem kole, pomnóż (średnicę) koła przez siebie samą, a połówka iloczynu da ci powierzchnię owego kwadratu, którą odjąwszy od powierzchni koła, otrzymasz (szukany) nadmiar.

Zauważyć tu jeszcze należy, iż gdy w pewne koło wpisze się kwadrat możliwie największy, a drugi kwadrat na

[1]) *per 11* B pisze *per 5*, chociaż wpierw podał poprawnie 11.

[2]) *residui*, powinno być *quotientis*.

[3]) *ab area*, B pisze *ad aream*.

aliud supra circulum tangens omnibus lateribus circumferentiam circuli, illud quadratum est duplum ad primum quadratum, et si super illud quadratum describitur circulus tangens angulos quadrati, [iste] esset duplus ad priorem circulum.

11. Et si quis vellet invenire *molem* corporis quadrati, videlicet dum omnino corpus esset cubicum, ut tasser [1]), multiplicaret aream quadrati in se ipsam (*sic*!) [2]), et factum est. Aut si vellet mensurare tale corpus non inveniendo (?) [3]) prius aream, tunc mensuraret unum latus illius corporis mensura quacumque vellet, et illum numerum multiplicaret bis in se, seu cubicaret. Verbi gratia, iaceant in aliquo quadrato tria genera (*sic*!) [4]) penes unum latus; multiplicentur tria per tria, et sunt 9 [5]), superficies quadrati, seu quot genera iacerent in superficie (?) [6]) quadrati, deinde ducatur 3 in 9, et sunt 27, cubus totius quadrati. Si autem vellet quis mensurare corpus quadrilaterum sed non quadratum, ut columnam quadrilateram, vel simile, sciatur area basis — ex praedictis — , et scita area basis sciatur longitudo illius rei. Deinde ducatur longitudo in aream basis et fac-

tem kole opisze (tak, iż boki jego będą dotykały koła), to drugi ten kwadrat będzie miał powierzchnię dwa razy większą od pierwszego. Tak samo, gdyby na tym drugim kwadracie ktoś opisał koło przechodzące przez wierzchołki kwadratu, to powierzchnia tego drugiego koła będzie dwa razy tak wielką jak powierzchnia pierwszego.

11. Chcąc zaś znaleźć objętość bryły kwadratowej (*graniastej*), gdy ona jest dokładnym sześcianem (jak np. kostka do gry), należy pomnożyć powierzchnię kwadratu przez siebie samą (sic!), a znajdzie, o co mu idzie. Gdyby dalej kto chciał wykonać pomiar (objętości) takiego ciała bez wynajdywania wpierw powierzchni, niechże zmierzy długość jednego boku tego ciała miarą jakąkolwiek, a liczbę tę niech dwakroć przez siebie samą pomnoży, t. j. podniesie do sześcianu. Np. jeżeli bok kwadratu wynosi 3, to pomnożywszy 3 przez 3, otrzymasz 9 na powierzchnię kwadratu t. j. ile „jednostek“ (*genera*) znajduje się na polu kwadratu; mnożąc następnie 3 przez 9, będzie 27, t. j. sześcian całego kwadratu (sic!). Jeżeli zaś miałby kto pomierzać objętość ciała czworograniastego, lecz o ścianach niekwadratowych, jak np. słup czworograniasty i t. p., niech

[1]) *tasser* kostka do gry (*Ducange* „Gloss. med. et inf. latinit“) może ἀπὸ τέσσαρα, t. j. ściany kwadratowej?

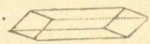
[2]) *in se ipsam*, błędnie; raczej *in latus ipsum*.

[3]) *inveniendo*, odczytanie wątpliwe; teksty mają *in fōndo* lub coś b. podobnego.

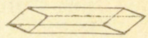
[4]) *genera* chyba tylko w znaczeniu *jednostek* miary.

[5]) *sunt 9*, B pisze bez troski 5 (!), nie dbając, iż ma to być 3×3.

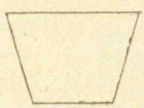
[6]) *superficie*, na domysł emendowane; teksty piszą *finto* b. niewyraźne.

tum est. Verbi gratia sic.  Sit area basis 8 pedum, longitudo corporis 5; ducatur 5 in 8, et sunt 40, capacitas corporis. Et si corpus non vaderet aequaliter, aequabis [id] secundum quod prius dictum est.

12. Si autem volueris scire aream *elimphaerphae* [1], hoc est figurae habentis duo latera opposita aeque [2] distantia et inaequalia, et alia duo latera aequalia sed non aeque distantia, verbi gratia sic (*cf. fig*) sit latus aeque distan-

znajdzie powierzchnię podstawy (według poprzedniego), jakoteż niech zmierzy długość przedmiotu. Pomnożywszy następnie długość przez powierzchnię podstawy, znajdzie to czego szuka. Takie ciało przedstawia figura obok umieszczona.  Biorąc powierzchnię podstawy 8 stóp, długość ciała stóp 5, i mnożąc 5 przez 8, znajdziesz 40 na objętość ciała. W razie zaś, gdyby słup nie był jednostajnie grubym, wyrównasz jego przekroje w sposób wyżej podany.

12. Można też znaleźć powierzchnię *trapezu* (*elimphaerpha*), t. j. figury mającej dwa przeciwległe boki równoległe i nierówne, dwa inne zaś boki równe, lecz nierównoległe, jak na figurze. Jeżeli np. jeden z boków ró-



tium 8 pedum, cuius minus [latus] 4; iungatur ergo unum latus aeque distantium alteri, et quod ex additione provenerit multiplica per quantitatem orthogonae [3] et producti medietas est area. Vel multiplica illud per medietatem orthogonae, id quod ex additione provenerit, et productum dabit aream.

Si autem volueris metiri superficiem *pentagonae* [4], hoc est figurae habentis

wnoległych wynosi 8, mniejszy zaś 4 to dodaj je, sumę powstałą pomnóż przez długość prostopadłej (wysokości), a połowa iloczynu będzie powierzchnią. Albo też wynik dodawania pomnóż przez połowę wysokości.

Gdybyś chciał zmierzyć powierzchnię pięcioboku, t. j. figury mającej

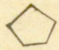
---

[1]) *elimphaerpha*, trapez, jak to wynika tak z figury dołączonej, jakoteż z innych źródeł matematyki średniowiecznej, o czem w uwagach końcowych. *Ducange* w „Gloss med. et inf. latin." niema tego wyrazu.

[2]) *aeque*, starą pisownią *eque*, B pisze *etiam*.

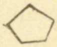
[3]) *orthogona*, oczywiście: wysokość.

[4]) *pentagona* lub *pentagonum*, tak i tak piszą teksty.

5 latera — et sit quinque laterum aequalium, verbi gratia sic—  tunc unum latus in se ipsum ducatur, et sit quodlibet quatuor pedum. Duc igitur unum latus in se, 4 per 4, et sunt 16, et productum multiplicetur per 3, et sunt 48, et a summa exeunte —scilicet 48— subtrahatur quantitas unius lateris, scilicet in exemplo 4, et remanent 44 . . . [1]) et quod remansit post subtractionem, et in exemplo sunt 30 post subtractionem (*sic!*) [est] area pentagonae [2]). Vel aliter: duc unum latus in medietatem orthogonae, vel orthogonam in medietatem lateris, et productum multiplica per 5, et fiet area pentagonae, si figura fuerit pentagona.

Et si fuerit [h]exagona, hoc est 6 laterum, [tunc] productum veniens ex multiplicatione unius lateris in orthogonam multiplicaret per 6; [h]eptagona [3]), hoc est 7 laterum, multiplicet per 7.

13. Et orthogona in talibus sic invenitur, ut in pentagona, postquam divisa fuerit in 5 latera, tunc trahatur a quolibet latere angulo lateris linea ad centrum, ut resolvatur in triangulos. Deinde secundum regulam de triangulo aequilatere, dividatur unum latus per medium et linea dividens

pięć boków, przypuśćmy że równych, jak na figurze  wówczas musiałbyś jeden bok pomnożyć przez samego siebie, a biorąc go równym 4, mnożysz 4 przez 4, co czyni 16. Ten iloczyn mnożysz przez 3, co dnje 48, od tego odejmujesz długość jednego boku, tutaj 4, pozostanie 44 *), a co pozostanie z odejmowania — jak dla naszego przykladu 30 — będzie powierzcnnią pięcioboku. Albo inaczej. Pomnóż jeden bok przez połowę prostopadłej (*orthogona*) lub prostopadłą przez połowę boku, iloczyn weź 5 razy, a otrzymasz powierzchnię pięcioboku.

Gdyby zaś figura była sześciobokiem t. j. o sześciu bokach, to iloczyn powstały z pomnożenia jednego boku i prostopadłej, należy pomnożyć przez 6, przy siedmioboku przez 7.

13. Prostopadła w tych razach znajduje się tak samo, jak przy pięcioboku, rozdzielając go najpierw na trójkąty za pomocą linij poprowadzonych od wierzchołków jego do środka. Następnie stosownie do prawidła o trójkącie równoramiennym, przepoławia się jeden bok, a linia łącząca

---

[1]) po liczbie 44 wypadło kilka lub kllkanaście wyrazów w obu tekstach. Identycznych defektów w A i B, takich jak ten tutaj, jest kilka, ale wniosek, jakoby B był kopią wprost z A, byłby mimo to niesłusznym, skoro znowu tak niedbała kopia jak B zawiera miejsca poprawne tam gdzie A się myli. Raczej więc tak A jak i B pochodzą od (nieznanego dziś) egzemplarza X. który miał błędy wspólne obu tekstów A i B.

[2]) cały wywód zakończony wyrazem „pentagonae“ — szkoda, że defektowny — należy do ciekawszych. Usiłuję go odtworzyć w końcowych uwagach, a to za pomocą innego traktatu geometryi średniowiecznej.

[3]) *eptagona*, A pisze *ebdagona*; toż oba MSS mają stale *penthagona* (sic!).

*) w tem miějscu wypadło coś z tekstu, który i tak jest tutaj pomylonym.

unum latus per medium in triangulo dicitur orthogona linea et [sit] 6 pedum. Et ergo si quis vellet faciliter quaerere areas talium figurarum, tunc latus figurae pentagonae mensuraret aliqua mensura, qua posset quaerere, aut 7, aut 14 [1]), aut 28, aut alterius numeri qui proveniret per multiplicationem per 7 [2]), quia tunc orthogona in integris faciliter inveniretur. Si autem non haberet mensuram competentem, tunc ipsum supponat primum numerum 7, secundum 6, tertium 12, et ducat sex in 12, videlicet secundum in tertium, [productum dividat per 7, videlicet per primum] [3]), et proveniet quartus. Verbi gratia, si unum latus pentagonae esset 4 pedum, et vellet scire quanta esset orthogona, multiplicaret 6 per 4, et sunt 24, deinde dividat per 7 [et] numerus quotiens erit 3, et remanent post divisionem tres septimae; ergo existente latere [4]) pentagoni (sic!) 4 pedum, orthogona esset trium pedum et trium septimarum. Cum ergo vellet scire quanta est area pentagoni (sic!), ducat orthogonam trium (sic!) pedum in medietatem unius lateris, scilicet 2, ducendo bis 3 sunt 6; deinde tres septimas ducat hoc modo. Multiplicet 12 per 3, seu per numerum remanentem' post divisionem, et sunt 36, et dividat per 7, et in numero quotiente sunt 5. Esset ergo totus triangulus 6 pedum et quinque 12^{marum} unius pedis; multiplica ergo

środek jego z przeciwległym wierzchołkiem zowie się prostopadłą i wynosi (dla dawniejszego przykładu) 6 stóp. Chcąc z łatwością wykonać pomiar powierzchni takich figur, należy bok figury pięciobocznej zmierzyć taką miarą, iżby wypadła liczba 7, albo 14, albo 28, albo też inna przez 7 podzielna, gdyż wówczas rzeczona prostopadła wyraża się łatwo liczbą całkowitą. Gdyby zaś miernik nie posiadał odpowiedniej miary (t. j. skali z podziałami), to niechże przyjmie 7 za pierwszą liczbę, 6 za drugą, 12 za trzecią: niech pomnoży 6 przez 12 (t. j. drugą przez trzecią), iloczyn niech podzieli przez 7 t. j. przez pierwszą a otrzyma czwartą. Np. jeżeli bok pięciokąta wynosi 4 stopy, a pytamy jak wielką jest prostopadła (*orthogona*), pomnóżmy 6 przez 4, co wynosi 24; następnie iloczyn ten podzielmy przez 7, a iloraz będzie 3, przyczem pozostaną jeszcze $^3/_7$, tak iż dla pięciokąta, którego bok 4 stopy, prostopadła będzie 3 i $^3/_7$ stopy *). Chcąc zatem wiedzieć, jaką jest powierzchnia pięciokąta, należy prostopadłą o 3 (sic!) stopach pomnożyć przez połowę jednego boku t. j. przez liczbę 2, mnożąc tak: 2 razy 3 jest 6, potem $^3/_7$ mnożąc jak następuje. Należy 12 pomnożyć przez 3, t. j. przez resztę z dzielenia, co daje 36, a podzielić przez 7, skąd wypada 5 na iloraz. Byłby tedy cały trójkąt (o powierzchni) 6 stóp i $^5/_{12}$

---

[1]) *aut 14*; B pisze swobodnie 19 niedbając, że 19 przez 7 jest niepodzielnem.

[2]) *per* 7, B ma znowu 5 na dowód niedbalstwa kopisty. Ten sam błąd ma 12 wierszy niżej.

[3]) wyrazy ujęte w klamrę [ ] odpowiadają wspólnemu dla A i B defektowi.

[4]) przed *latere* ma B jeszcze *angulo*, oczywista, że zbytecznie.

*) błędnie, co stąd pochodzi, iż pomięszano 5-bok z 6-io bokiem.

per quinque 6 pedes [1]), et sunt 30, similiter multiplica quinque 12^{mas} per 5, et sunt 25 [duodecimae], plus quam et integrum [2]). Abstrahatur ergo bis 12^{ma} a 25, et pro eis ponantur 2 pedes [quas adde] ad pedes [30 prius collectas], et fient 32 pedes et una 12^{ma}, area totius pentagonae [3]).

Et similiter aream cuiuslibet figurae angularis et rectilineae, sive sit regularis, sive irregularis potes invenire dividendo ipsam in omnes (sic!) triangulos, hoc est in tot triangulos, quot latera habet, et unius [ipsorum] quaerendo aream, deinde illam multiplicando per talem numerum, quot sunt latera in figura, sive sit pentagona, sive (h)exagona.

14. Inventis igitur areis qualiumcumque figurarum, si quis vult habere *capacitatem* alicuius corporis ad huius modi formam basim retinentis, videat longitudinem illius corporis mensurando aliqua mensura et ducat numerum mensurae longitudinis in mensuram areae et habebitur capacitas corporis totius. Et si corpus inaequaliter vaderet, aequet ipsum secundum priora.

Cum igitur harum mensurarum effectum quis habere voluerit, capiat duas mensuras, unam magnam et aliam parvam, cuiuscumque disposi-

jednej stopy. Teraz pomnóż tych 6 stóp przez 5, dostaniesz 30; podobnie pomnóż $^5/_{12}$ przez 5, a będzie 25 (dwunastych) wartość większa od jednostki; odejmując tedy dwa razy po 12 od 25-ciu, możesz wziąć 2 stopy, (co dodaj) do stóp (30 wpierw otrzymanych), a znajdziesz 32 stopy i $^1/_{12}$, jako powierzchnię całego pięciokąta *).

W podobny sposób możesz znaleźć powierzchnię jakiejkolwiek figury kątowej i prostokreślnej, czy byłaby ona umiarową, czy też nieumiarową, rozdzielając ją na same trójkąty i to tyle, ile boków figura posiada, szukając powierzchni każdego z nich, a wreszcie mnożąc ją przez liczbę wskazującą ile jest boków figury: 5 dla pięcioboku, 6 dla sześcioboku.

14. Umiejąc tedy znajdywać powierzchnie jakichkolwiek figur, mógłby ktoś chcieć obliczyć *objętość* pewnego ciała, zakończonego podstawą o takiejże postaci. Niechże więc znajdzie długość tego ciała, mierząc je jakąć miarą, długość tę niechaj pomnoży przez powierzchnię podstawy, a otrzyma objętość całego ciała. Jeżeliby zaś ciało posiadało różne przekroje, należałoby je wyrównać sposobem poprzednio wskazanym.

Otóż, gdyby kto pragnął zastosowania takich pomiarów, niech weźmie dwie miary objętości (naczynia), jedną wielką a drugą małą, jakiejkol-

---

[1]) *6 pedes*, B pisze 16 (!)

[2]) *et integrum*, u B brakuje *et*.

[3]) *totius pentagonae*, wywód rachunkowy tu zakończony prowadzi autora do wyniku $32\,^1/_{12}$ odmiennego jak wpierw (tylko 30) z powodu konfuzyi pięcioboku z sześciobokiem w jednej części rachunku. O tem zob. końcowe uwagi.

*) tekst w całem tem zadaniu jest bałamutnym.

tionis fuerint. Deinde mensuret ambas per pedes, aut per digitos; deinde dividat numerum maioris mensurae — seu corporis maioris — per numerum mensurae minoris et habebitur quoties [1]) minor in maiori continetur. Verbi gratia: sit capacitas unius vasis mille pedum et capacitas alicuius amphorae, vel similis, 10 pedum; dividat ergo 1000 per 10, et in numero quotiente sunt 100. Centum ergo amphorae, vel similia vasa, — si essent de liquoribus (*sic*!) repleta — in magnum vas introirent. Et licet alia quamplura essent de capacitate corporum secundum eorum diversitatem dicenda, illa tamen hic,—causa brevitatis—obmittuntur, et diligens indagator in virgis visoriis ea possit invenire. Et haec *generalia* ad mensuras Geometriae valentia sunt tradita.

wiek zresztą byłyby one postaci i niech zmierzy obie czy to stopami, czy też calami. Następnie niech liczbę większego pomiaru (t. j. większego ciała) podzieli przez liczbę mniejszego pomiaru, a znajdzie ile razy mniejsze naczynie mieści się w obszerniejszem. Np. jeżeli objętość jednego naczynia wynosi tysiąc stóp, zaś objętość jakiego dzbana (lub czegoś podobnego) 10 stóp, to dzieląc 1000 przez 10 otrzyma na iloraz 100. Sto więc dzbanów lub podobnych naczyń, gdyby napełnić je cieczą, weszłoby do obszernego naczynia. Lubo bardzo wiele jeszcze dałoby się powiedzieć o objętości ciał stosownie do różności ich postaci, pomijamy te rzeczy tutaj dla krótkości, pilny zaś badacz znajdzie je w ustępie o prętach mierniczych. W powyższem zawarte są *ogólne zasady*, jakie są potrzebne przy pomiarach geometrycznych.

---

15. Positis generalibus mathematibus (?) [2]), geometricas mensuras cernentibus, ad harum *specialem inquisitionem* in generali procedendum est, quarum principales *tres* sunt species, *Altimetra* quae fit in longum tantum sine lato et fit de tribus (*sic*!) [3]) erectis super terram perpendiculariter lineis; et *Planimetra* quae fit de spatiis terrae, et haec dupliciter consideratur in lon-

15. Wyłożywszy w poprzedniem ogólne zasady dotyczące pomiarów geometrycznych, należy teraz przystąpić do *szczegółowego* ich *badania*, odróżniając *trzy* główne ich rodzaje. *Altimetria*, zajmująca się tylko długością, nie uwzględniając szerokości, a odnosząca się do linij, wznoszących się pionowo nad ziemią, dalej *Planimetria* zajmująca się obszarami ziemi,

---

[1]) *quoties*; teksty mają *quotiens*, co nie jest błędem gramat., jeżeli zaś użyto tutaj pierwszego wyrazu, to tylko dla uniknięcia dwuznaczności z ilorazem.

[2]) również wątpliwie dawałoby się czytać *matheriebus*.

[3]) *tribus* zgodnie w A i B niema sensu; raczej *rebus*?

gum et in latum; et *Profundimetra*, quae fit de profunditatibus corporum, in qua triplex dimensio, scilicet longitudo, latitudo et profunditas consideratur. Et cum talis mensurationis fiat multiplex inquisitio veritatis variorum per genera instrumentorum, scilicet *Astrolabii*, *Sapheae*, *Torqueti*, *Furculae*, *Alhidarum*, *Quadrantis*, *Virgarum* [1]), etc.; sed ex quo inquisitionem veritatis geometricae variarum anxietatum [2]) defectuumque praesentia impedit, ideo de inquisitione veritatis harum per facillima instrumenta, videlicet *virgas*, non magna distinctione subtilique punctuatione ac decenti situatione indigentia, rudioribus secundum (?) [3]) intellectus percontantia, tractandum est.

uwzględniająca więc dwa wymiary długości i szerokości, a wreszcie *Profundimetria*, zajmująca się miąższością ciał, gdzie wchodzą już trzy wymiary, t. j. długość, szerokość, głębokość. A choć przy takich pomiarach dociekanie prawdy odbywa się za pomocą narzędzi różnego rodzaju, jak Astrolabium, Saphea, Torquetum, — widełki (Furculae), kątomierz (*alhidarum*), kwadranse, pręty i t. d., to z uwagi na połączone z ich użyciem niedostatki i niedokładności, wystarczy tutaj przedstawić sposoby zasadzające się na użyciu najprostszych narzędzi, jak *pręty*, nie wymagające zbyt wielkiego zachodu, skrupulatnego celowania, jakoteż oględnego nastawiania.

Sequitur in speciali de Altimetra [4]).

16. Cum volueris metiri *altitudinem* alicuius rei super planum erectae et possibile est, ut oculus habeatur in eodem plano, erigaturque virga notae quantitatis perpendiculariter supra illud planum. Deinde moveas te hinc inde quousque oculus supra summitatem virgae videat summitatem turris, vel similis rei. Deinde metire spatium inter oculum et inferiorem terminum altitudinis, sic videlicet, quod primo

Szczegółowe przepisy Altimetryi.

16. Jeżeli pragniesz zmierzyć *wysokość* jakiej rzeczy wznoszącej się nad płaszczyzną, a daje się tak urządzić, iżby oko znalazło się na tejże płaszczyźnie, zatknij pręt znanej długości prostopadle do owej płaszczyzny, potem poruszaj się w tą lub ową stronę, dopóki oko twoje nie spostrzeże szczytu pręta nakrywającego szczyt wieży, czy też podobnego przedmiotu. Następnie zmierz długość między

[1]) Co do nazw narzędzi zob. uwagę na końcu traktatu.

[2]) *anxietatum*, nieco wątpliwe. Teksty mają *auxi*tu' albo *anxi*tu' i t. p., przyczem domysł na *auxilium* wykluczony z uwagi na poprzedzające *variarum*. Rzadko w klass. łacinie używany wyraz *anxietas* (Quintil.) jest też prawdopodobniejszy tak ze względów paleograficznych, jak i samego sensu.

[3]) *secundum* wyraz nie bardzo tutaj właściwy.

[4]) Tytulik ten w A wypisany *rubro*.

mensura spatium ab oculo usque ad medium pedis [tuae] quacumque mensura volueris et a pede eadem mensura usque ad basim rei — et hoc eadem mensura qua mensuraveris virgam — et multiplica illam quantitatem, hoc est quantitatem ab oculo tuo usque ad basim turris (vel similis rei) per quantitatem virgae et productum divide per quantitatem distantiae inter oculum tuum et virgam, et exibit altitudo rei. Verbi gratia (et) ponatur distantia inter oculum et in-

okiem, a spodkiem przedmiotu, tak mianowicie, iż najpierw zmierzysz odległość oka od stóp pręta (jakąkolwiek miarą), a odtąd do podstawy przedmiotu, tą samą miarą, której użyłeś do pomiaru długości pręta. Pomnożywszy tę ilość, t. j. długość od oka twego aż do podstawy wieży (lub podobnego przedmiotu), przez długość pręta, iloczyn zaś podzieliwszy przez długość między twem okiem a prętem, otrzymasz wysokość przedmiotu. Np. (patrz fig. 6) przypuśćmy, iż odległość

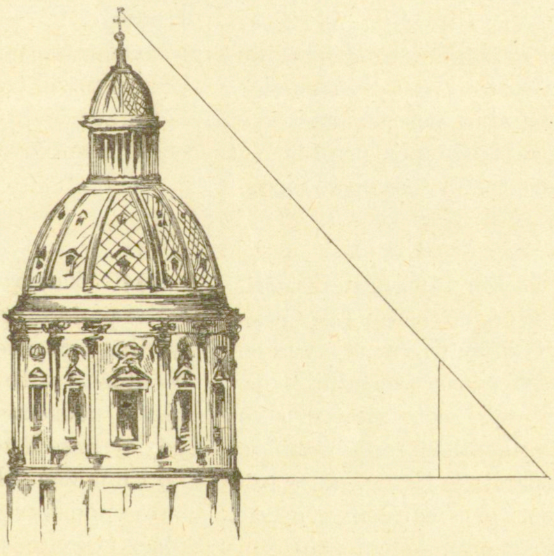


Fig. 6.

feriorem terminum rei elevatae cubitorum 20 — et ista distantia debet computari ut primo computetur ab oculo ad medium pedis et a medio pedis usque [ad] basim rei elevatae 20 cubitorum — longitudo vero virgae ponatur 8 cubitorum, et distantia inter oculum et virgam ponatur 4 cubitorum. Multiplicetur ergo 20 — quae sunt distantia inter oculum et radicem

między okiem a spodkiem wyniosłego przedmiotu wynosi 20 łokci (a tę długość należy liczyć najprzód od oka do stopy, zaś odtąd aż do podstawy rzeczy wyniosłej, razem 20 łokci), długość zaś pręta 8 łokci, odległość wreszcie między okiem a prętem niech będzie 4 łokcie. Mnożąc tedy 20 (t. j. odległość od oka do spodka rzeczy wyniosłej) przez długość pręta rei elevatae — per quantitatem virgae, scilicet 8, et proveniet 160, et productum, dividatur per quantitatem distantiae inter oculum [et] inferiorem terminum virgae, scilicet per 4, et in numero quotiente manent 40, ergo res elevata esset 40 cubitorum. Et si aliquid maneret post divisionem, deberet videri, quomodo illud manens post divisionem, habet se ad numerum divisorem et tanta est proportio de ulteriori cubito vel palmo incompleto, et hoc sic habet videri (!!) [1]. Praesupponatur enim quaelibet mensura, quantacumque sit, dividi [2]) in 12 partes. Deinde multiplicetur 12 per numerum remanentem post divisionem— tanquam secundus per tertium — et productum dividatur per primum, et habebitur pars totius mensurae incompletae.

17. Et habita altitudine turris, vel similis rei, capacitas eius per praedicta potest [3]) inveniri prius inveniendo aream inferioris termini — et aequando si non recte vaderet — et ducendo longitudinem in aream, et habebitur capacitas. Item, alia praxis potest esse per eandem virgam. Praesupponatur enim, sicut prius, distantia inter oculum et inferiorem partem rei elevatae, quae dividatur per distantiam inter oculum et virgam, et quod exierit in divisione multiplicetur per quantitatem virgae. Verbi gratia, in exemplo praedicto dividatur 20 per 4, et erit quinarius et productum

czyli przez 8, znajdziesz 160, a dzieląc ten iloczyn przez odległość między okiem a dolnym krańcem pręta t. j. przez 4, znajdziesz na iloraz 40: przedmiot jest więc 40 łokci wysokim. Gdyby przy takiem dzieleniu okazała się jaka reszta, należałoby baczyć w jakim stosunku pozostaje ona do dzielnika, a taką część należałoby jeszcze dodać jako łokieć, czy też piędź niezupełną, co daje się osiągnąć w taki sposób. Przypuśćmy, iż użyta miara, jakąkolwiek ona byłaby, dzieli się na 12 (równych) części. Mnożąc 12 przez resztę wypadłą z dzielenia (jakoby drugi wyraz proporcyi przez trzeci), iloczyn zaś dzieląc przez wyraz pierwszy, otrzyma się część ułamkową (użytej) miary.

17. Znając zaś wysokość wieży (albo podobnego przedmiotu), można według poprzedniego — znaleźć jej objętość, a to wynajdując powierzchnię podstawy (i „wyrównując" ją, gdyby przedmiot miał różne przekroje) i mnożąc długość przez powierzchnię podstawy, skąd wypadnie objętość. Czynność ta daje się wykonać za pomocą takiego pręta także sposobem odmiennym. Biorąc, jak poprzednio, odległość między okiem a podstawą przedmiotu wyniosłego, należy ją podzielić przez odległość od oka do pręta, co zaś wypadnie z dzielenia pomnożyć przez długość samego pręta.

[1]) *habet videri*, nb. żywcem z polskiego „ma się zobaczyć".

[2]) *sit dividi*, B ma *simul dividi*.

[3]) *potest*, A pisze *prius*.

(sic!) [1]) multiplicetur per 8, octies 5 sunt 40. Quadraginta ergo cubitorum res alta est. Et haec practica valet sive sol lucet, sive non lucet.

18. Si vis metiri altitudinem alicuius rei, recipe virgam admodum duplicis staturae tuae ab oculo [deorsum] ita, ut una medietas sit usque ad oculum et alia supra oculum. Deinde mensura medietatem virgae et infigendo virgam ante se orthogonaliter, recede ab ipsa ad distantiam medietatis, videlicet ut mensura medietatis virgae terminaretur te stante in medio pede sub termino. Deinde aspicias per illam virgam summitatem rei directe per conum virgae, et si non potes videre, retrocede una cum virga ulterius, vel antecede. Quando autem debes retrocedere vel antecedere, per hoc cognoscas: quando enim magna aliqua pars turris per virgam apparuerit, tunc retrocede, sed quando nihil posses de re elevata per virgam videre, tunc antecede. Et finito isto, mensura spatium ab oculo usque ad pedem [et] a pede usque ad basim rei elevatae, quantitatem virgae non curando, et veniet altitudo rei elevatae. Verbi gratia, sit virga duplicis staturae 14 pedum, retrocede ergo a virga 7 pedibus et si potes videre summitatem rei elevatae per summitatem virgae, mensura spatium ab oculo usque ad medietatem pedis [tuae]. Deinde a pede usque ad basim rei, et exibit altitudo eius. Sed notando quod eadem mensura mensures, qua mensurasti [spatium et virgam]. Si autem non cura-

Np. wziąwszy liczby poprzedniego przykładu, podziel 20 przez 4, otrzymasz 5, a mnożąc ten iloraz przez 8, znajdziesz 40; tyleż więc łokci wysokim jest przedmiot. Ta metoda daje się użyć czy słońce świeci, czy nie.

18. Wysokość jakiegoś przedmiotu możesz (także) zmierzyć w taki sposób. Weź pręt dwa razy tak długi jak sam jesteś wysoki (mierząc po oko), tak iż jedna jego połowa sięgać będzie do oka, a druga tyleż ponad oko. Poczem zmierz długość połówki pręta, a zatknąwszy go przed sobą prostopadle, cofnij się od niego na odległość tej połówki, t. j. tyle, iżby długość połówki kończyła się na twem stanowisku...; następnie wypatruj tym prętem wierzchołka rzeczy wyniosłej, a jeżeli nie dojrzysz, cofnij się razem z prętem albo też postąp naprzód. Kiedy zaś masz się cofać, a kiedy naprzód postąpić, poznasz w taki sposób: jeżeli znaczniejsza część (górna) wieży daje się dostrzedz ponad prętem, wówczas się cofaj; jeżeli zaś pręt zakrywa ci cały przedmiot wyniosły, natenczas przybliżaj się. Dopełniwszy tego, zmierz długość od oka do stopy i od stopy do podstawy przedmiotu wyniosłego (nie dbając przytem na długość pręta), a znajdziesz wysokość przedmiotu. Np. niech będzie pręt o podwójnej twej własnej wysokości 14 stóp; cofnij się od pręta na 7 stóp, a jeżeli dojrzysz po nad nim wierzchołek przedmiotu, zmierz długość od oka aż do środka twojej stopy, a wreszcie do podstawy przedmiotu od stopy, a ta (właśnie) długość będzie równą szuka-

[1]) *productum*, powinno być *quotiens*.

res mensurare spatium, tunc multiplica quantitatem virgae per se et productum divide per medietatem virgae, et ei quod provenerit adde iterum quantitatem virgae et factum est. Aut si quis praecisius vellet invenire, ponat caput ad terram et fodiat sibi parvulam fossulam.

nej wysokości. Zważać jednak potrzeba, iż (ostatni) pomiar należy wykonać tą samą miarą, którą mierzyłeś (ową długość od oka). Gdybyś jednak unikał zachodu z pomiarem *tamtej* długości, to pomnóż długość pręta przez siebie samą, podziel iloczyn przez połówkę pręta, do tego zaś co otrzymasz dodaj znowu długość pręta, a znajdziesz o co chodzi. Chcący zaś osiągnąć większą dokładność niech głowę przyłoży do ziemi, wykopawszy tam wprzód mały rowek.

19. Si quis aliter vult invenire altitudinem rei elevatae, capiat virgam notae quantitatis — et melius est ut sit duplicis staturae mensurata — et capiat aliam ad modum [1]) medietatis illius et infigat ipsam in priorem virgam orthogonaliter, verbi gratia sic (cf. fig. 7). Et videat summitatem

19. W inny jeszcze sposób mógłby ktoś znaleźć wysokość przedmiotu wyniosłego, wziąwszy pręt o znanej długości (lepiej zaś uczyni, biorąc go podwójnym własnej swej wysokości) nadto drugi o połowę krótszy zatknąwszy go pod kątem prostym w tamten pręt dłuższy, jak to fig. 8 wska-

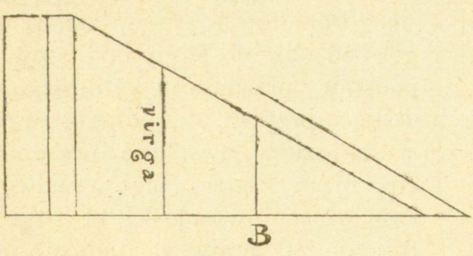


Fig. 7.

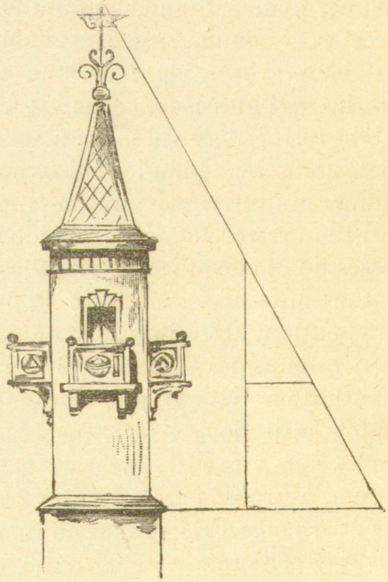


Fig. 8.

---

[1]) *ad modum*, tyle co *ad instar*; to samo poniżej.

rei elevatae usque viderit per ambos fines ambarum virgarum—scilicet tam virgae stantis quam orthogonaliter infixae—et postquam inspexerit summitatem rei elevatae, sciat quod tanta est altitudo rei, quantum spatium inter pedem et radicem rei elevatae, addita distantia ab oculo usque ad pedem. Mensuraret ergo spatium inter pedem et basim mensura quacumque voluerit addita distantia ab oculo, ut prius, et habetur altitudo rei.

20. Si vero aliquis vellet mensurare altitudinem rei per similes virgas non curando utrum virga perpendiculariter fixa in terram, habeat aliam orthogonaliter infixam in medio ipsius, aut utrum virga orthogonaliter infixa sit medietas virgae stantis, tunc capiat virgam stantem ad modum duplicis staturae mensoris et infigat ei orthogonaliter aliam tantam, vel modico minorem ubicumque [1]) voluerit — sed melius [2]) est, ut infigas versus superiorem partem plus. Qua infixa, videat altitudinem rei per virgam stantem, videat etiam ubi radius visualis, ab oculo vadens [3]) ad conum rei elevatae, secet virgam quae est affixa virgae stanti, et ibi faciet punctum. Deinde mensuret virgam stantem mensura quacumque voluerit, mensuret etiam superiorem partem virgae stantis, videlicet a puncto sectionis versus superiorem partem, et mensuret etiam virgae partem quam

zuje. Niechże wówczas celuje ku wierzchołkowi przedmiotu wyniosłego, tak iżby przez oba krańce obu prętów (t. j. pionowego i poziomego) dostrzegł wierzchołek przedmiotu, a wówczas niechże wie, że wysokość przedmiotu będzie taką samą co i długość od stóp jego do podstawy przedmiotu powiększona odległością od oka do stopy. Potrzeba więc aby zmierzył długość od stopy (swojej) do podstawy i to jakąkolwiek miarą, a dodawszy długość od oka (do stopy), jak się rzekło, znajdzie wysokość przedmiotu.

20. Gdyby zaś kto chciał wykonać pomiar przedmiotu wyniosłego za pomocą takich prętów, nie dbając jednak, czy pręt jest prostopadle w ziemię zatkniętym, niechże weźmie jeszcze drugi pręt prostopadle osadzony w środku *pierwszego*, lub gdyby pręt prostopadły był połową pręta w ziemię zatkniętego, niechże weźmie ten pręt dwa razy tak długim jak wzrost miernika i niech przytwierdzi do niego pod kątem prostym, choć w dowolnem miejscu, drugi pręt tej samej długości albo mało co mniejszy (lepiej jednak przytwierdzić go w górnej części). To uczyniwszy, niech upatruje wysokość przedmiotu zapomocą pręta zatkniętego, niech zauważy dalej gdzie promień widzenia, z oka do szczytu przedmiotu wyniosłego wychodzący, przetnie pręt poprzeczny i to miejsce niech kropką zaznaczy. Następnie potrzeba żeby zmierzył długość pręta zatkniętego (jakąkolwiek miarą), dalej część

---

[1]) *ubicumque*, B pisze *utcumque*.

[2]) *sed melius*, B ma niewłaściwie *vel melius*.

[3]) *vadens*, B pisze *videntis*.

secuit radius visualis virgae stanti orthogonaliter affixae et multiplicet numerum totius virgae per numerum partis virgae stantis et productum dividat per numeium virgae orthogonaliter affixae virgae stanti, quam secuit radius visualis. Verbi gratia, sit virga stans *ab* 8 cubitorum; affigas ei aliam virgam in puncto *c* a superiori parte trium cubitorum et illam virgam affixam secet radius visualis in puncto *d* et sit *cd* ut 2; multiplica ergo *ab*, scilicet 8 [h. e.] totam virgam per superiorem partem virgae, scilicet *cb*, per 3, et sunt 24, et productum dividitur per 2 et remanent [1]) 12. Deinde habito isto, mensuret spatium inter pedem et basim rei elevatae et videat, in qua se proportione habet numerus ex virgis inventus ad spatium inter pedem et basim, in eadem proportione habebit se altitudo rei ad spatium inter pedem et basim rei elevatae; si hoc sic inveniat: multiplicet spatium inter pedem et basim rei elevatae addita distantia ab oculo ad terram per se et productum dividat per numerum ex virgis inventum, et factum est.

21. Si aliquis altitudinem rei inaccesibilis scire voluerit, ponatur cathetus [2]) seu virga notae quantitatis ante oculum ita, ut radius visualis possit vadere per summitatem virgae

wyższą tego pręta t. j. od punktu przecięcia aż do górnego krańca, a wreszcie część pręta poprzecznego odciętą promieniem widzenia. Wówczas należy (przedewszystkiem) długość całego pręta pomnożyć przez górną jego część, a iloczyn podzielić przez długość części na pręcie poprzecznym odciętej (promieniem widzenia). Np. mając pręt zatknięty *ab* długości 8 łokci, przytwierdź doń drugi pręt w punkcie *c* odległym od krańca górnego na 3 łokcie; ten drugi pręt zostanie promieniem widzenia przeciętym w punkcie *d*, przyczem *cd* niech wynosi 2 łokcie. Otóż pomnóż *ab* t. j. 8, czyli cały pręt, przez górną jego część *cb* t. j. 3, czyni 24, a iloczyn podziel przez 2, co da ci 12. To otrzymawszy, niechaj zmierzy długość od stóp (swoich) do podstawy przedmiotu wyniosłego i zważy, że w takim samym stosunku pozostaje liczba (dopiero) znaleziona do długości między podstawą a stopami, w jakim ma się wysokość przedmiotu do długości zawartej pomiędzy podstawą wyniosłego przedmiotu a stopami. Obliczenia zaś tak dokończy: długość między podstawą przedmiotu wyniosłego a stopami, po dodaniu długości od oka do ziemi, niech pomnoży przez siebie samą, a iloczyn niech podzieli przez liczbę poprzednio zapomocą prętów znalezioną.

21. Gdyby kto chciał znaleźć wysokość przedmiotu niedostępnego, potrzeba, żeby przed swem okiem umieścił pręt (*cathetus)* o znanej długości i to tak, aby promień widzenia mógł

[1]) *remanent*, lepiej byłoby *exibunt*.

[2]) *cathetus*, MSS piszą *cathecus*, *catheci*, i t. d.

seu catheti ad conum supremum altitudinis rei inaccessibilis et consideret quantitatem inter virgam et oculum mensurando primo ab oculo usque ad medium pedis, deinde a medio pedis usque ad basim virgae. Deinde retrocede usque ad secundam lineam rectam et erigatur iterum super planum alia virga et aspiciatur, sicut prius, summitas rei per summitatem virgae et considera distantiam similiter oculi a base virgae—seu catheti—quae de necessitate maior est quam prior distantia. Auferatur ergo prior distantia a secunda et residuum servetur. Deinde per minorem distantiam multiplicetur distantia duarum stationum — hoc est duorum oculorum — et productum dividatur per excessum maioris distantiae super minorem, et ad id quod exierit post divisionem, addatur distantia duarum stationum et habebitur tota distantia inter ultimam stationem et inferiorem terminum altitudinis. Quae tota distantia si ducatur in cathetum, seu virgam priorem et productum dividatur per ex-

przejść przez kraniec tego pręta ku wierzchołkowi przedmiotu niedostępnego; potem niech zauważy odstęp między prętem a okiem, mierząc najprzód od oka do środka (swych) stóp, następnie zaś od środka stóp do podstawy (punktu zatknięcia) pręta. Cofnąwszy się potem *aż do drugiej linji prostej*, ma zatknąć na gruncie znowu inny pręt, przez którego górny kraniec ma celować, — jak poprzednio, — do szczytu przedmiotu i oznaczyć odległość oka od podstawy pręta. Ta odległość musi być koniecznie większa od poprzedniej odległości. Odjąwszy pierwszą odległość od drugiej, otrzymasz różnicę, którą zachowaj do następnego rachunku. Następnie mniejszą z dwóch odległości pomnóż odstęp pomiędzy obydwoma stanowiskami (t. j. obydwoma miejscami oka), iloczyn podziel przez różnicę obu odległości, do ilorazu dodaj wzajemny odstęp obu stanowisk, a otrzymasz całą odległość pomiędzy ostatniem stanowiskiem i spodkiem przedmiotu wyniosłego. Nakoniec jeżeli całą tę odle-

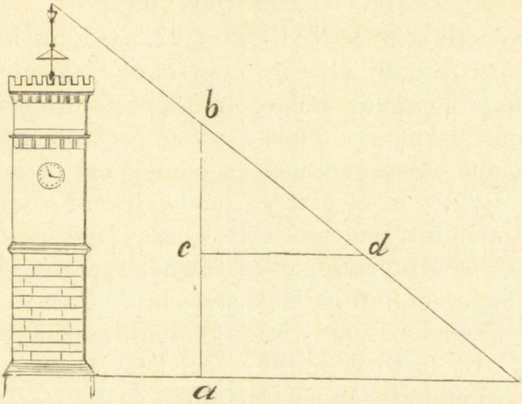


Fig. 9.

tremam distantiam inter oculum et cathetum, exibit altitudo rei inaccessibilis.

22. Si quis voluerit scire altitudinem alicuius rei per virgam alterius dispositionis, capiat virgam notae quantitatis — et melius ut sit dupla ad mensorem — cuius superiorem medietatem virgae dividat in 24 partes aequales, quae vocabuntur puncta. — Et si placuerit praecisius invenire, dividat quemlibet punctum in 6 partes, aut in 4, aut in 8, secundum quod virga capere poterit. Et facto isto, illi virgae rectae in summitate apponat aliam virgam infigendo ipsam ad latus orthogonaliter, ut nusquam declinet. Et illa virga debet esse tantae quantitatis, quam sit medietas medietatis prioris virgae, seu continens 12 puncta tanta, quanta fuerint in priori

głość pomnożysz przez długość *pierwszego* pręta (*cathetus*), zaś powstały iloczyn podzielisz przez największą odległość oka od tego pręta, znajdziesz ostatecznie wysokość przedmiotu niedostępnego.

22. Gdyby kto rad był znaleźć wysokość jakiegoś przedmiotu zapomocą pręta inaczej urządzonego, może wziąć pręt o znanej długości (najdogodniej zaś obrać tę długość równą podwójnemu wzrostowi miernika) i górną jego połowę podzielić na 24 równych części, które *punktami* nazwiemy. (Chcąc osiągnąć większą dokładność możnaby jeszcze każdy *punkt* podzielić na 6 części, lub też na 4, albo i na 8, stosownie do tego, ile takich podziałów zmieści się na pręcie).

To wykonawszy należy do szczytu tego prostego pręta przytwierdzić inny pręt pod kątem prostym i to tak, aby się nie mógł chwiać w żadną stronę. Długość zaś tego pręta ma wynosić

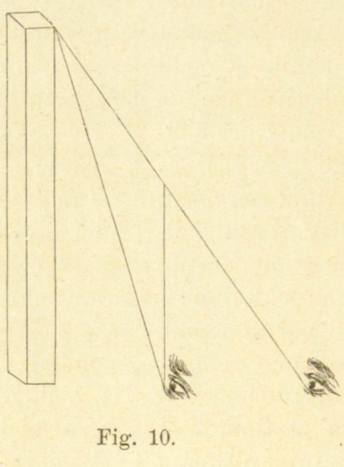


Fig. 10.

24, et in fine illius virgae faciet quasi parvulam furculam et circa illam furculam liget aliam virgam, quae esset modico minor priore et in fine illius

połowę połowy poprzedniego pręta t. j. mieścić na sobie ma 12 takich samych *punktów*, jakie na większym pręcie zostały odznaczone; na krańcu te-virgae tendente deorsum applicet aliquem asserculum parvulum, in quo [1]) faciat foramen.

23. Cum ergo [2]) virgam vellet mensurare aliquis, tunc ad eius altitudinem infigat illam virgam in terram et vertat furculam versus rem elevatam. Deinde aspiciat per dictum asserculum movendo huc illuc virgam alligatam usque directe vadat radius visualis per foramen asserculi et per furculam et videat, ubi virga secat puncta in priori virga descripta. Si enim inferius secuerit quam 12, de necessitate res est altior quam ipse stat a re. Sed si staret supra [3]) 12, minor esset res quam ab ipso ad basim rei, et si praecise secaret 12, tantum res elevata sicut ab ipso ad fundamentum rei, addita distantia ab oculo usque ad

go pręta należy sporządzić malutkie widełki, do których przywiąże się inny pręt nieco mniejszy od poprzedniego, zaś u jego krańca zwisającego na dół umieści malutką listewkę z otworkiem.

23. Chcąc przystosować to do pomiarów, potrzeba tak sporządzony pręt umocować na wysokość (stojąco) w ziemi, zwracając widełki w stronę przedmiotu wyniosłego, a poruszając pręt przywiązany w tę i ową stronę celować rzeczoną listewką tak długo, aż promień widzenia przejdzie dokładnie przez otwór w listewce i przez widełki. Wówczas niech zobaczy w którem miejscu pręt przetnie „*punkty*“, znajdujące się na pręcie wpierw opisanym. Jeżeli bowiem przecięcie to nastąpi poniżej liczby 12, to przedmiot musi być wyższym, niż odległość miernika od przedmiotu; gdyby zaś zdarzyło się to powyżej liczby 12, wy-

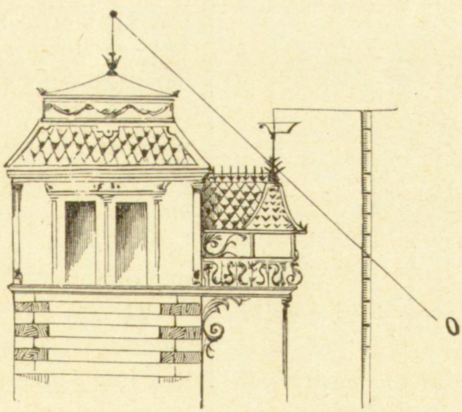


Fig. 11.

[1]) *in quo*, B pisze *usque*.

[2]) *Cum ergo* i t. d. zdaje się nieco pomylone; *aliquis*, B ma *aliquam*.

[3]) *supra*, B ma *super*.

terram. Cum ergo volueris invenire altitudinem, praesuppone 12 tamquam numerum primum, deinde mensura spatium inter virgam et basim rei elevatae, [1]) per primum numerum ex mensura illius spatii provenientem multiplicando numerum punctorum, quos virga in furcula pnedens in stante virga abscidit, et productum ex multiplicatione divide per 12 et veniet altitudo rei. Vel si aliter volueris invenire, tunc numerum punctorum quem abscidit virga capias, ex qua puncta versa per virgam provenient [2]) et per illum numerum punctorum divide 144, et numerum quotientem serva. Deinde mensura spatium inter te et basim rei elevatae et per illum numerum multiplica 12 et productum divide per numerum punctorum quem abscidit virga in furcula pendens et exibit altitudo rei.

sokość przedmiotu będzie mniejszą, niż odległość miernika od rzeczy; gdyby wreszcie przecięcie wypadło dokładnie na liczbę 12, to wysokość szukana równałaby się wspomnianej odległości, powiększonej tylko o wysokość oka nad ziemią. Mając zamiar znaleźć wysokość (przedmiotu), przyjmij na razie liczbę 12; potem zmierz odstęp między prętem a podstawą rzeczy wyniosłej, przez *pierwszą* liczbę z tego pomiaru pochodzącą mnożąc liczbę „*punktów*", jakie pręt u widełek zawieszony odcina na pręcie zatkniętym, otrzymany iloczyn podziel wreszcie przez 12, a otrzymasz wysokość przedmiotu. Daje się to wykonać na inny jeszcze sposób. Oznacz liczbę „*punktów*", które zostaną odcięte prętem, z którego otrzyma się „*punkty boczne*" (*puncta versa*) względem (?dla?..) pręta; przez tę liczbę „*punktów*" podziel liczbę 144, zachowując otrzymany iloraz do dalszego użytku. Następnie zmierz odstęp między sobą a podstawą rzeczy wyniosłej, pomnóż to przez 12, iloczyn otrzymany podziel przez liczbę „*punktów*" jakie pręt na widełkach zwisający odcina, a znajdziesz wysokość przedmiotu.

24. Si autem res esset inaccesibilis propter aquam, vel simile obstaculum et ipsius altitudinem metiri vellet aliquis, tunc ponat virgam ut prius et aspiciat summitatem rei et notet numerum punctorum quem virga in furcula pendens abscidit, signet etiam locum in quo stat. Deinde antecedet, vel postcedet una cum virga et iterum

24. W razie gdyby przedmiot był niedostępnym z powodu wody lub jakiej innej przeszkody, a mimo to ktoś pragnąłby zmierzyć jego wysokość, to niechaj nastawi pręt jak poprzednio, celując do wierzchołka przedmiotu; niech zapisze liczbę *punktów*, jakie pręt u widełek zwisający odcina, niech dalej zaznaczy (na ziemi) swoje stano-

[1]) sens niedość wyraźny.

[2]) sens nie dość jasny

videat per virgam summitatem rei et notet etiam numerum punctorum. Deinde videat quot sunt puncta inter primam et secundam stationem, quo facto multiplicet differentiam punctorum per 12 et productum dividat per numerum, seu per differentiam duarum stationum, et exibit altitudo rei.

Et hoc est verum [1], si altitudo rei maior fuerit spatio inter stationes. Si vero minor fuerit, multiplica numerum punctorum, seu differentiam punctorum in numerum inter stationes, et productum divide per 12 et factum est.

Et per hanc virgam potest etiam mensurari altitudo cuiuslibet stellae.

De obliquitatibus autem montium per virgas et illarum mensuris alibi videatur.

25. Si vero velles lucente sole aliquam rem mensurare dummodo umbra ad planum . . . [2]) proicietur, capiat virgam quantamcumque voluerit quam mensuret mensura quacumque voluerit et affigat ipsam perpendiculariter in terram. Deinde mensuret umbram eius eadem mensura qua mensuravit virgulam; mensuret [3]) etiam umbram rei eadem mensura — nisi quod [4]) mensura virgulae esset valde parva, puta ut palmus in maiore passus, pro tribus poneret unam, vel pro

wisko. Następnie posuwając się naprzód lub wstecz razem z prętem, ma powtórnie celować prętem do wierzchołka przedmiotu, zapisując znowu liczbę „*punktów*". Oznaczywszy teraz ile jest „*punktów*" pomiędzy pierwszem, a drugiem stanowiskiem, należy różnicę „*punktów*" [na pręcie] pomnożyć przez 12, iloczyn podzielić przez odstęp obu stanowisk, a otrzymany iloraz będzie wysokością przedmiotu.

Jest to prawdziwem, dopóki wysokość przedmiotu jest większą niż odstęp obu stanowisk. Gdyby zaś była ona mniejszą, to różnicę punktów [na pręcie] pomnóż przez odległość obu stanowisk, iloczyn podziel przez 12, a dokonasz sprawy.

Za pomocą takiego pręta daje się również zmierzyć wysokość jakiejkolwiek gwiazdy.

O pomiarach zaś pochyłości górskich za pomocą prętów należy czytać gdzieindziej.

25. Chcąc zaś podczas świecenia słońca wykonać pomiar wysokości jakiego przedmiotu, jeżeli tylko cień na płaszczyźnie (wyraźnie?) się rysuje, należy wziąć pręt o dowolnej i znanej długości, a zatknąwszy go pionowo w ziemię, zmierzyć długość jego cienia tą samą miarą co i sam pręt. Dalej potrzeba długość cienia, jaki rzuca przedmiot, zmierzyć tą samą również miarą (chyba że długość pręta byłaby zbyt małą, np. równą jednej piędzi, albo krokowi, wówczas za 3, wzgl. za

[1]) *verum*, teksty piszą *vû*.

[2]) wyraz nieczytelny *cernem* (?), *crinem* (?), i t. p.

[3]) *mensuret*, B ma *mensurat*.

[4]) *nisi quod*, teksty mają *nisi quam*.

4, vel ultra si placet. Deinde multiplicet numerum et umbrae rei per numerum mensurae lignuli et productum dividat per numerum umbrae lignuli, et exibit [1]) altitudo rei magnae. Verbi gratia, aliqua res per se [proiciet] umbram 100 cubitorum et sit virgula duorum cubitorum, quae proiciet de se umbram 4 cubitorum. Multiplicentur igitur 100 per 2, scilicet per mensuram lignuli, et veniunt 200 et productum dividat per 4, scilicet per numerum umbrae lignuli, et remanent 50 cubiti, altitudo rei.

Item aliquis alter potest altitudinem rei invenire per umbram non mo-

4 i t. d., należałoby wziąć jednostkę), a pomnożywszy długość cienia przedmiotu przez wysokość pręta, podzielić ten iloczyn przez długość cienia pręta, co zaś wyniknie z dzielenia będzie wysokością przedmiotu wyniosłego. Np. jakiś przedmiot rzuca cień długi na 100 łokci, a (równocześnie) żerdka dwułokciowa rzuca cień czterołokciowy. Mnożąc 100 przez 2 (t. j. przez długość żerdki), otrzymasz 200, co dzieląc przez 4 (t. j. przez długość cienia żerdki), znajdziesz wysokość przedmiotu równą 50-ciu łokciom.

Możnaby zapomocą cienia oznaczyć wysokość przedmiotu na inny

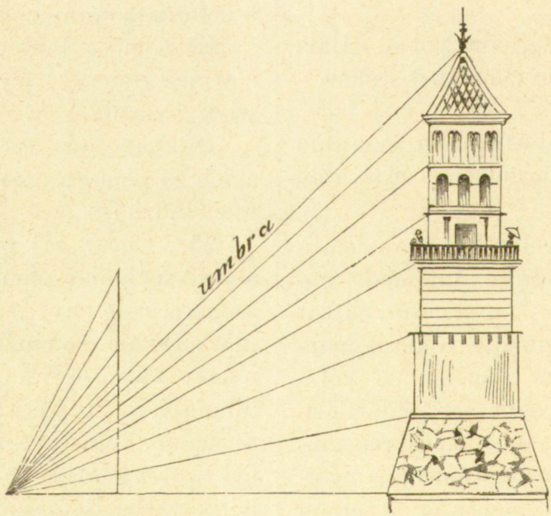


Fig. 12.

do quo dictum est. Cum igitur aliqua res cuius altitudinem velis scire proiecerit de se umbram, accipe virgam rectam notae quantitatis et infige ipsam in terram prope terminum um-

jeszcze sposób. Stojąc obok cienia, jaki pewien przedmiot rzuca, weźmij pręt prosty o znanej długości i zatknij go w ziemię w pobliżu granicy cienia (przedmiotu), tak iż pewna część prę-

[1]) *exibit*, B ma *exhibit*.

brae ita, ut aliqua pars eius emineat de umbra rei mensurandae et nota locum in virga ubi virga eminet ex umbra et quantitatem virgae, quae est in umbra, seu inter contactum [1]) lucis et terminum, multiplica per quantitatem totius umbrae rei altae et productum divide per quantitatem umbrae, quae est inter virgam stantem et conum umbrae rei elevatae, et exibit altitudo rei [2]).

De aliis autem mensuris per virgas, quae etiam gradum coeli possunt invenire, alibi videatur.

26. Item, si quis [3]) alio modo quam per virgam vellet mensurare rem altam, puta per speculum, vel per simile, ponat speculum in plano ante se et praecedat huc illuc, donec summitatem rei videbit in medio speculi. Deinde mensuret spatium ab oculo usque ad terminum, mensuret etiam spatium a medio speculi usque ad basim rei, quod spatium — scilicet a speculo ad basim rei — multiplicet etiam per mensuram ab oculo usque ad terminum et facto isto mensuret spatium inter pedem et speculum et per illum numerum dividat [numerum] per multiplicationem provenientem, et exibit altitudo rei. Exemplum diligens indagator [4]) inveniet.

ta będzie wystawała z cienia przedmiotu mierzonego. Zaznacz na pręcie miejsce, w którem on z cienia tego wystaje, długość pręta pogrążoną w cieniu (t. j. od granicy światła do spodka dolnego) pomnóż przez całą długość cienia przedmiotu, iloczyn zaś podziel przez długość cienia, znajdującą się międzv stanowiskiem pręta a ostateczną granicą cienia rzeczy wyniosłej. Iloraz da ci szukaną wysokość.

Co do innych zaś pomiarów za pomocą prętów umożebniających znaleźć także stopnie (kąty) na niebie, czytaj gdzieindziej.

26. Pomiar przedmiotu wyniosłego dałby się także uskutecznić innym jeszcze — prócz pręta — sposobem, a mianowicie zapomocą zwierciadła lub czegoś podobnego; umieściwszy bowiem zwierciadło przed sobą i nastawiwszy je poziomo, postępuje się w tę i ową stronę tak długo, dopóki w środku zwierciadła nie ujrzy się wierzchołka przedmiotu. Następnie potrzeba zmierzyć odległość od oka aż do k r a ń c a [terminum; podstawy?] dalej odległość między środkiem zwierciadła a podstawą przedmiotu, pomnożyć tę długość (od zwierciadła do podstawy) przez odstęp między okiem a k r a ń c e m, zmierzyć nadto odległość od swego stanowiska do zwierciadła, a nareszcie przez tę liczbę podzielić iloczyn powstały z poprzedniego mnożenia. Iloraz będzie szukaną wysokością. Uważny czytelnik sam na to przykład obmyśli.

---

[1]) *contactum* (A), *contractum* błędnie w B.

[2]) po *altitudo rei* ma B wyrazy: „deinde speculatim patet", które niewiadomo do czego przypiąć. Może odnosi się do dalszego sposobu mierzenia źwierciadłem (*speculum*).

[3]) po *quis* ma B wyraz nieczytelny *cmar*, którego znaczenie trudno odgadnąć.

[4]) *indagator*, B pisze *indigatur* (!)

Et eodem modo possis alias mensurare altitudinem alicuius rei quando ante ipsam staret (*sic*!) [1]) aliquanta pars de aqua dummodo vero videret in aqua summitatem alicuius rei. De aliis speciebus Altimetrae alibi tractatur.

Sequitur de Planimetra.

27. Sequitur de Planimetra... [2]) per instrumenta virgarum. Cum ergo metiri quis voluerit planum in longum, capiat virgam quae esset aequalis staturae mensoris [3])—hoc est quantum est ab oculo mensoris usque ad terram. Verbi gratia, quae sit *ab* et infigatur [4]) illa virga in unum terminum plani et sit planum *bd* et iungatur virga in puncto *c* et affigatur illi virgae alia virga cuiuscunque quantitatis, nisi quod sit minor prima; et si quis vellet longum planum mensurare infigat virgam versus superiorem partem. Verbi gratia, dividatur virga stans in puncto *c* et ibi infigatur virga *cf* et mensuret virgam stantem, mensor mensuret etiam virgam *cf* et numerum mensurae servet — nisi ut ambas eadem mensura mensurat. Mensuret etiam illam partem virgae stantis a puncto stationis versus superiorem partem—in exemplo *ca*—multiplicet ergo quantitatem totius virgae *ab*—verbi gratia quae sit 6 pedum—per quantitatem virgae *cf*—quae sit

W taki właśnie sposób daje się zmierzyć wysokość przedmiotu, jeżeli przed nim znajduje się woda, byle tylko wierzchołek przedmiotu dawał się (po odbiciu) dostrzedz we wodzie. O innych szczegółach *Altimetryi* mówi się gdzieindziej.

Planimetria.

27. Z kolei pomówimy o pomiarach powierzchni zapomocą prętów. Gdyby kto chciał zmierzyć płaszczyznę na długość, niechże weźmie pręt *ab* o długości równej wzrostowi miernika (licząc od oka do stóp), a zatknąwszy go na pewnem stanowisku płaszczyzny *bd*, niech przytwierdzi do niego w punkcie *c* drugi pręt dowolnej długości byle tylko mniejszej od pierwszego, a mając do mierzenia długą płaszczyznę,—niech przytwierdzi pręt w górnej części, np. niech pręt pionowy podzieli w punkcie *c* i tam utwierdzi (drugi) pręt *cf*. Zmierzywszy długość pręta pionowego, niechże miernik zmierzy także długość pręta *cf* i liczbę pomiaru zapisze (chyba że oba pręty były równe), niech zmierzy dalej część pręta pionowego od puktu zatknięcia (*stationis*) do górnej części (tutaj *ca*), niech następnie pomnoży długość całego pręta *ab* (wynoszącą np. 6 stóp) przez długość pręta *cf* wynoszącą np. 4 stopy, co uczyni 24, a ten iloczyn niech podzieli przez dłu-

---

[1]) *staret*, oczywisty polonizm.

[2]) na miejscu wykropkowanem stoi w B wyraz *tenetur* pozbawiony tutaj znaczenia.

[3]) (bis) *mensoris*, B pisze *mensuris*.

[4]) *infigatur*, B ma *infagatur*.

quatuor pedum—sexcies ergo quatuor sunt 24 et productum dividat per partem superiorem virgae, hoc est a puncto stationis versus superiorem partem,

gość górnej części pręta (t. j. od punktu „*stationis*“ ku górnemu krańcowi) czyli przez *ca* równą np. 2, a wypadnie 12 jako długość płaszczyzny. Co mo-

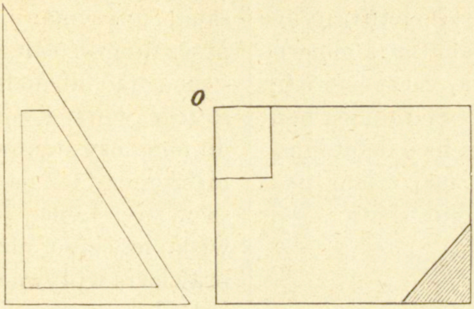


Fig. 13.

in exemplo *ca* quae sit ut 2, et remanent 12 spatium plani, verbi gratia hic (cf. fig.). Et per istam virgam [practicans] non curat [1]) ubi fuerit virga virgae infixa [2]), sed si planum in uno termino esset elevatum et est alio depressum et velles metiri per hanc virgam, tunc facias foramen in virga stante per unum digitum, aut per 2 a superiori fine, et in alia virga quae fuit affixa virgae stanti [3]) infige aliquam virgam, tamen quod sit aequa illi parti virgae stantis, quam vidit a puncto divisionis. Et in alia etiam virga faciatur foramen in eadem distantia, et in alio termino plani ponatur ita magna virga, sicut fuerit virga stans; deinde perspiciatur per illa duo foramina ad illam virgam, et ubi radius visualis tetigit virgam ex opposito, notetur bene et a puncto notato

żna zobaczyć na figurze. Używając takiego pręta, nie potrzeba się troszczyć, w którem miejscu pręt do (pionowego) pręta ma być przytwierdzonym; gdyby zaś płaszczyzna po jednej stronie była wyższą, z drugiej zaś niższą, to używając takiego pręta, musiałbyś w pręcie pionowym zrobić otwór na jeden palec, albo na dwa, licząc od górnego krańca; do drugiego zaś pręta spojonego z prętem pionowym należałoby przytwierdzić znowu pręt, któryby był równym tej części pręta pionowego, jaką się *widzi* od punktu podziału. Toż i w drugim pręcie należy zrobić otwór w takiej samej odległości (od brzegu); na drugim zaś krańcu płaszczyzny ustawia się wysoka żerdka, a celując do niej przez obydwa otwory, zaznacza się (na niej?) miejsce, gdzie promień widzenia spot-

---

[1]) *curat*, A ma *curatur*.

[2]) *infixa*, B pisze *inficta*; *planum*, B ma *plani*.

[3]) *stanti*, u B *stante*.

mensuretur distantia versus superiorem partem virgae. Deinde multiplicetur distantia spatii prius inventa per numerum notatum et productum dividatur per mensuram totius virgae, et numerus quotiens—si stetisti in loco decliviori — subtrahatur a mensura spatii prius inventa, vel si [stetisti] in altiori — addatur. Sed tamen non valet stare in altiori loco debite nisi semper in decliviori, nec etiam ista correctio valet in magno spatio, sed in parvo.

28. Item, alio modo potest mensurari planum, puta per speculum et hoc ponendo speculum in ... [1]) planum latere deorsum et latere supra et infigendo aliquod lignulum in terram, pende speculum ibi, ut speculum uno latere iaceat in terra, seu attingat terram et melius est, ut speculum sit parvum, quia praecisius mensor inveniet. Facto ergo isto, notet [2]) mensor punctum in opposito plani, deinde vadet ante speculum parvum (?) usque ad partem, [donec] videbit illud signum in medio speculi. Et postquam videbit in medio speculi oppositum terminum plani, habebit intentum, nisi hoc praesupponatur, quod ponere speculum ad terram latere non valet — nisi vellet parvulum spatium mensurare, puta unum cubitum vel duos. Ergo melius et elevare speculum in aliqua [3]) falanga, donec videbitur oppositus terminus plani in speculo. Et verbi gra-

kał się z prętem (*ex opposito*), zaś od tego znaczka odmierza się długość aż do górnego brzegu pręta. Następnie należy pomnożyć długość *przestrzeni* wprzód znalezioną przez liczbę zapisaną, otrzymany iloczyn podzielić przez długość całego pręta, iloraz wreszcie odjąć lub dodać do długości *przestrzeni* wprzód znalezionej stosownie do tego, czy stanowisko twoje było na niższej, czy też na wyższej części płaszczyzny. Lepiej jednak obrać stanowisko na części niższej, lubo i tak poprawka ta wpływa na pomiar krótszych jedynie przestrzeni.

28. Pomiar na płaszczyźnie daje się wykonać na inny jeszcze sposób, a mianowicie zapomocą zwierciadła, umieszczając je na płaszczyźnie jedną *krawędzią* na dół, a drugą do góry. Zatknąwszy kawałek drewienka w ziemię, zawieś na niem zwierciadło tak, iżby jedną krawędzią spoczęło na ziemi, przyczem lepiej jest obrać małe zwierciadełko, gdyż wówczas miernik wykona dokładniej swą czynność. To uczyniwszy, zaznaczy miernik pewien punkt (znak) na przeciwległym krańcu płaszczyzny, poczem ma się cofnąć od zwierciadła, dopóki z boku nie dojrzy tego znaku (t. j. obrazu punktu) w środku zwierciadła; dostrzegłszy go zaś w środku, załatwi już rzecz, o którą chodzi. Mogłoby się jednak zdarzyć, że opierając zwierciadło jedną krawędzią o ziemię, nie osiągnie się skutku pomyślnego (chyba że obszar mierzony był małym np. jeden łokieć lub

[1]) ... wyraz nieczytelny *no*; czytany *non* nie ma tutaj sensu.

[2]) *notet*, B ma *notetur*.

[3]) *aliqua*, B pisze *aqua*.

tia, elevetur speculum a terra 8 cubitis in linea *ab*, ut sit centrum speculi *b* in terra, et procedat mensor a speculo 4 cubitos, quod spatium sit *bc* [1]). Statura vero mensoris sit trium cubitorum, quae sit *cd* et oppositus terminus plani sit *f*; multiplicet ergo [2]) lineam *ab*, ut 8, per mensuram mensoris [3]), ut 3, et productum dividat per lineam *bc*, scilicet 4, et sunt 12 (sic!) [4]) mensura plani *bf*.

dwa), lepiej więc zwierciadło umieścić wyżej na jakim słupku (w tej wysokości), iżby przeciwległy kraniec płaszczyzny (znak) stał się widzialnym w zwierciedle. Tak np. mając zwierciadło na linii *ab* 8 łokci wzniesione nad ziemią, *przyczem punkt b. odpowiada środkowi zwierciadła na ziemi* (*t. j. rzutowi tego środka*) przypuśćmy, iż miernik postąpił 4 łokcie od zwierciadła, co na figurze odpowiada linii *bc*, dalej że wzrost miernika *cd* wynosi 3 łokcie i że przeciwległy kraniec mierzonego obszaru leży w punkcie *f*. Pomnóż więc linię *ab* t. j. 8, przez wysokość osoby t. j. 3, iloczyn podziel przez linię *bc* t. j. 4, a wypadnie 12 (sic!) jako długość obszaru *bf*.

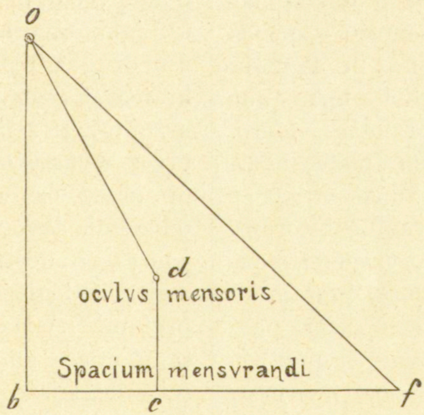


Fig. 14.

29. Item, alio modo potest mensura planiciei inveniri. Cape duas virgas similes staturae tuae ita, ut prima quae fuerit nisi sub te sit alicuius spissitudinis et melius est habe-

29. Także i na inny sposób daje się wynaleźć długość pewnej płaszczyzny. Weź dwa pręty o długości *bliz-kiej* twojemu wzrostowi tak, iżby pierwszy z nich, *dosięgając twojego wzrostu*

[1]) zdanie nie dość jasne.

[2]) *ergo*, A ma *igitur*.

[3]) *mensoris*, B ma *mensorum* (!).

[4]) *sunt 12* w A i B; oczywista, że błędnie zamiast 6.

re ex assere virgam; secunda vero sit valde tenuis et lata, nisi solum ut non frangatur. Quo facto, divide primam virgam in 12 partes aequales. Deinde unam 12$^{\text{mam}}$, quae fuerit versus superiorem partem, etiam divide in 12 partes, et in... [1]) qualibet divisione perfora cum terebrello [2]), vel simili instrumento. Secundam vero virgam etiam totam divide in 12 partes, et in qualibet divisione fac foramen et pone unam virgam ab alia ac si essent medietas unius [virgae], et—si placeret—possis ipsas colligare ligno in superiori parte et inferiori. Cum ergo volueris metiri planiciem, respice per supremum foramen virgae ex parte te stantis [3]), et per aliud foramen quodcumque virgae secundae, quia si magnum spatium vis mensurare respicies per superiora foramina in secunda virga, aut per octavum a terra, aut nonum, secundum quod posses videre. Et post videbis terminum plani, mensura spatium inter illas duas virgas et verbi gratia sit duorum cubitorum. Mensura etiam spatium virgae sequentis, scilicet illius in qua 12 foramina per totam virgam, sic a superiori parte usque ad illud foramen per quod vidisti terminum plani, eadem mensura. Vel si non poterit fore propter parvitatem, resolve cubitos vel passus in minores portiones et mensura unam virgam ex illis. Deinde multiplica mensuram unam virgae per mensuram spatii inter 2 virgas et productum di-

posiadał pewną grubość (a lepiej jest użyć łaty), drugi zaś był bardzo cienkim, (dość) szerokim, byle tylko się nie złamał. To uczyniwszy, podziel pierwszy pręt (łatę) na 12 równych części; następnie *jedną z owych* 12 części w górnej partyi łaty podziel znowu na 12 części, zaś w każdym punkcie podziału wywierć otworek świderkiem, lub innem jakiem narzędziem. To samo i cały drugi pręt (cienki) podziel na 12 (równych) części; wywierć otworek na każdej kresce podziału, rozstaw oba na pewną od siebie odległość jak gdyby były one połówkami jednej łaty, a wreszcie możesz je połączyć poprzecznemi listwami w górnej i dolnej ich części. Chcąc teraz wykonać pomiar, celuj przez górny otworek pręta jakoteż przez którykolwiek otworek drugiego pręta ku znaczkowi na krańcu płaszczyzny, (dla pomiaru większej przestrzeni należy zaś spoglądać przez wyższe otworki drugiego pręta np. przez ósmy lub dziewiąty licząc od ziemi, ażeby dostrzedz punkt celowany), a dostrzegłszy ów znaczek, zmierz odległość pomiędzy obydwoma prętami, znalazłszy np. 2 łokcie. Tą samą miarą zmierz dalej długość części odleglejszego pręta, (w którym 12 otworków na całą jego długość przypada), sięgającej od górnego krańca aż do otworku, przez który dostrzegłeś znaczek na krańcu płaszczyzny (gdyby zaś nie dała się ta długość, z powodu małości, zmierzyć tą samą

---

[1]) *et in* ... tu wyraz nieczytelny *fi* ... (?)

[2]) *terebrello* „świderkiem“ na domysł tu b. prawdopodobny, gdyż „trambello“, jak mają teksty, nie miałoby sensu.

[3]) *te stantis*, B pisze *te testantis*.

vide per spatium secundae virgae — ducens a secunda parte virgae ad foramen—et exibit [1]) planum. Si autem per nullum foramen possis videre terminum plani, declina oculum in prima virga a supremo foramine ad secundum, vel ad tertium, vel ad quartum ex illis foraminibus, quorum 12 sunt simul, et de necessitate utique videbis terminum plani. Et postquam videas, adde tantam partem ad spatium inventum, quam remote declinasti oculum.

miarą, to wyraź łokcie lub kroki w mniejszych jednostkach i zmierz jeden z tych dwóch prętów). Następnie pomnóż liczbę z pomiaru jednego pręta pochodzącą przez odstęp między obydwoma prętami, iloczyn podziel przez długość części drugiego pręta (licząc od drugiego jej krańca aż po otworek), a otrzymasz dalekość płaszczyzny. Gdybyś zaś znaczka na krańcu płaszczyzny nie mógł dostrzedz przez żaden z otworków, zniż oko przy pierwszym pręcie od najwyższego otworu do drugiego (niższego) z kolei, lub do trzeciego, czwartego i t. d. z tych otworków, których razem jest 12, a dojrzysz niewątpliwie (ów) znak na krańcu płaszczyzny. Wówczas należy zaś do długości znalezionej dodać długość odpowiadającą obniżeniu się twego oka.

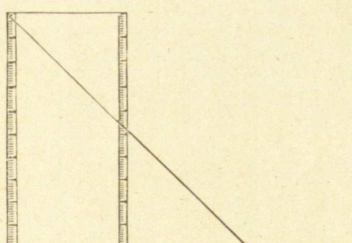


Fig 15.

30. Notitia autem reductionis unius mensurae ad aliam patet [2]) per hos versiculos:

30. Jak sprowadzać jedną jednostkę pomiaru na inne, daje się wyrazić następującemi wierszykami:

[1]) *exibit*, B ma *exhibet*.

[2]) *patet*, B pisze *potest*.

Exiguus digitus consurgit 4 ulnas [1]
Palmus triplicatus dat tibi pedem,
Quinque pedes passum faciunt,
Passusque centum viginti quinque sta-
[dium dant,
Sed milliare octo dabunt stadia,
Duplicatum dat tibi leucam [2]).

Per istam etiam virgam altitudo stellarum invenitur.

Sequitur profundimetra per virgas

31. Cum ergo volueris metiri profunditatem alicuius rei per virgas, ut putei, erigatur una virga super circumferentiam putei aequalis mensurae, et mensuretur mensura aliqua, puta palmo, et ponatur alia virga super os putei loco diametri etiam mensurata eadem mensura. Deinde mensor stans in una parte putei prospiciat oppositam partem putei, seu punctum in profundo et consideret debite, ubi radius [3]) visualis tetigit virgam loco diametri positam et signet punctum sec-

Z czterech cali piędź się składa,
Piędź potrójna daje stopę,
Krok powstaje ze stóp pięciu
Na stadium kroków sto i ćwierć setki,
Ośmioro stadiów rzymską da milę,
Dwa razy większa mila zwyczajna.

Za pomocą opisanej łaty mierniczej daje się mierzyć także wysokość gwiazd.

Profundimetria.

31. Z kolei będzie mowa o użyciu prętów przy pomiarach głębokości. Chcąc zmierzyć głębokość jakiegoś przedmiotu, jak np. studni, za pomocą prętów, zatknij jeden pręt na obwodzie studni (równej miary), zmierzywszy go pewną miarą np. piędzią; połóż inny pręt nad otworem studziennym w kierunku średnicy, zmierzywszy go również tą samą miarą. Następnie miernik stojąc po jednej stronie studni, ma spoglądać w głąb studni, wypatrując tam punktu przeciwległego (swe-

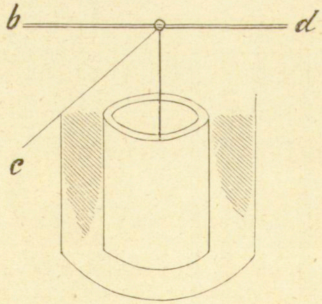


Fig. 16.

[1]) W tekstach pomylono, to bowiem co czytamy: „Exiguus digitus consurgit 4 unus bis binus palmus“ i t. d. nie ma sensu.

[2]) *leucam*, B pisze *linea* (sic!)

[3]) *radius*, B ma *punctus*.

tionis. Deinde quantitas virgae erectae ducatur in quantitatem remotioris portionis virgae loco diametri positae et productum dividatur per quantitatem propinquioris portionis virgae loco diametri positae et exibit profunditas putei. Verbi gratia, sit virga stans in margine putei 6 pedum, sit etiam virga posita loco diametri sex pedum, quae sit *cd* et stans *cb* ita, ut oculus mensoris circa *b*; et postquam mensor viderit profunditatem putei, ponet secundum radios visuales [1]) virgam loco diametri positae duorum pedum, remotior vero 4. Multiplicetur ergo 4 per 6, hoc est *ad* per *cb*, et manent 24 et productum dividetur per 2 [2]) scilicet *ca*, [et exibit] profunditas putei. Et si habens profunditatem, velles invenire capacitatem putei, sive sit puteus circularis, sive alterius figurae, vide regulas generales de capacitatibus rerum [3]).

mu stanowisku), a znalazłszy troskliwem celowaniem miejsce, w którem promień widzenia przetnie pręt wzdłuż średnicy leżący, niech zaznaczy ten punkt. Wówczas pomnożywszy długość pręta pionowego przez długość odleglejszej części pręta poziomego, a iloczyn podzieliwszy przez długość bliższej części tego samego pręta, otrzyma się głębokość studni. Wziąwszy np. pręt pionowo ustawiony przy brzegu studni, długi na 6 stóp, dalej pręt drugi (poziomy) położony wzdłuż średnicy również na 6 stóp (na fig. *cd*, pionowy zaś *cb* tak iż oko miernika będzie w punkcie *b*), niech miernik spogląda w głąb studni i przypuśćmy, że na łacie poziomej część bliższą odciętą promieniem widzenia oznaczył na 2, część dalszą na 4 stopy. Mnożąc teraz 4 przez 6 (t. j. *ad* przez *cb*) i dzieląc iloczyn 24 przez 2 (t. j. przez *ca*), otrzyma się głębokość studni. Mając zaś głębokość i chcąc znaleźć objętość studni,—czyby jej przekrój był kołowym, czyli też innej postaci,—należy użyć ogólnych reguł na obliczanie objętości.

32. Item, alio modo potest profunditas rerum metiri per speculum et hoc [modo]. Ponatur speculum supra fontem in aliquo plano vel si non habetur planum, elevetur in baculo ligatum ita, ut facies speculi sit versus fontem, et eat mensor huc illuc quousque in medio speculi videbit oppositum punctum profunditatis putei.

32. Także i na inny sposób można zmierzyć głębokość przedmiotu, a mianowicie za pomocą zwierciadła. Należy położyć zwierciadło ponad źródłem (sic!) w pewnej płaszczyźnie, lub gdyby płaszczyzny nie było na podorędziu, przywiązać do kijka i podnieść je w ten sposób, iżby przód zwierciadła był zwrócony ku wodzie.

[1]) *visuales*, B ma *visualis*.

[2]) *per 2*, tak A, zaś B ma 3 (!)

[3]) po wyrazie *rerum*, mają teksty dodatek „ut in exemplo“ zupełnie zbyteczny.

Deinde videat quantitatem quae est ab oculo usque ad planum in quo est speculum, verbi gratia [1]) sit *ab* 6 pedum, videat etiam quantitatem in illo plano

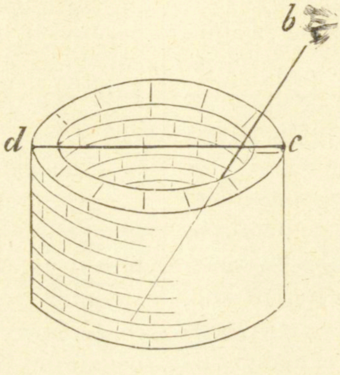


Fig. XVII.

usque ad speculum [2]) *bc*, ut 2, ita ut speculum imaginetur *dc*. Videat etiam quantitatem a speculo in eodem plano usque od oppositum terminum putei marginis, quae sit *cd* ut 4; multiplicetur igitur *ab* ut 6 per *cd* ut 4, et sunt 24 et dividatur per *bc* ut 2 et habebitur distantia ut ad profundum putei. Si autem velles scire non ab coxa (?) [3]) sed ab ore putei, mensurares distantiam ab ore putei usque ad speculum, illud auferes a numero prius invento, et factum est... [4])

Wówczas miernik ma się poruszać w tę i ową stronę tak długo, dopóki w środku zwierciadła nie dojrzy przeciwległego punktu (względem swego stanowiska) w głębi studni. Potem ma zmierzyć długość od oka aż do płaszczyzny zwierciadła, i tak np. odstęp ten *ab* niech wynosi 6 stóp, niech dalej zmierzy długość *bc* w tejże płaszczyźnie np. 2 (stopy), przyczem *dc* wyobraża nam zwierciadło. Dalej niech zmierzy odległość od zwierciadła w jego płaszczyźnie) do przeciwległego punktu na brzegu (cembrzynie) studni t. j. linię *cd*, np. równą 4; mnożąc tedy $ab = 6$, przez $cd = 4$, znajdziesz 24, a dzieląc to przez $bc = 2$, otrzymasz szukaną głębokość. Gdybyś zaś pragnął oznaczyć głębokość nie od cembrzyny, ale od wylotu studni, pomierzaj odstęp między wylotem a zwierciadłem (przy cembrzynie), i odejmij to od liczby wpierw otrzymanej.

[1]) *gratia* B ma jeszcze *aut*, co zbyteczne.

[2]) po *ad speculum* B ma *que sit bc*.

[3]) *coxa*, na domysł; teksty mają *eox⁰* lub *cox⁰*.

[4]) *factum est...* następują wyrazy niejasne *extra patet* (post?) *hic*.

33. Item, alio modo potest inveniri profunditas putei. Erigatur superos putei tabula plana, supponatur ergo rectus tractus [1]) hoc est linea in

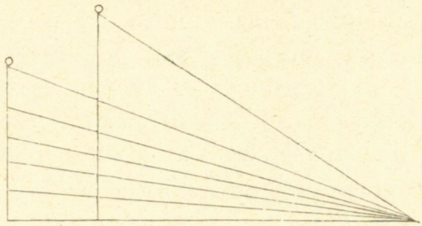


Fig. 18.

tabula per quam putei profunditatem mensor videbit. Deinde videatur simili modo profunditas putei in alio situ tabulae et iterum fiet ibi tractus per regulam et deinde pone tabulam in plano et fac istos tractus super continuum [2]) et ductum quousque concurrant, et mensura distantiaminter concursum tractuum, et factum hoc est.

34. Qud si aliquis stans in monte altitudinem montis seu profunditatem suae vallis, — quod idem est — metiri vellet, consideret signum aliquod in valle, deinde mensuret quantitatem basis quae ivat (*sic*!) inter cathetum [3]) ab oculo usque ad planum montis descendentem et sectionem plani montis et radii emissi ab oculo ad si-

33. Jeszcze na inny sposób daje się znaleźć głębokość studni. Ustawiwszy ponad wylotem studni płaską tablicę, spogląda miernik po niej w głąb studni, a kierunek, wzdłuż którego postępował promień widzenia od punktu przeciwległego w głębi, naznacza rysą na owej tablicy. Następnie powtarza miernik tę samą czynność przy innem położeniu tablicy; prowadzi znowu rysę za pomocą liniału, poczem położywszy tablicę na ziemię, przedłuża obie zbieżne rysy dopóki się nie przetną (co nastąpi już po za tablicą, gdzieś na gruncie) i mierzy wreszcie odległość tego punktu przecięcia od tablicy *).

34. Podobnie, gdyby ktoś znajdujący się na górze chciał zmierzyć wysokość tej góry lub też głębokość doliny (co na jedno wychodzi), niech zauważy jakiś upatrzony znak w dolinie, jakoteż niech zmierzy długość podstawy t. j. linii (na figurze.....), jaką na płaszczyźnie góry odcinają dwie proste od oka wychodzące: jedna pio-

---

[1]) *rectus tractus*, domysł oparty na dalszym ciągu tekstu; tak A jak i B mają tu coś podobnego do *recta ta* (? bu)*le*, ale z tem niewiadomo co począć.

[2]) *continuum*, B pisze *continentem*, zaś *directum* w miejsce *ductum*.

[3]) teksty mają jak zawsze *cathecum*.

*) łaciński tekst mocno tu bałamutny, odtwarzam go w tłómaczeniu na domysł.

gnum praenotatum in valle. Deinde in planum montis secundum lineam rectam retrocedendo consimilis basis quantitatem perpende quae maior est de necessitate quam prima, deinde quantitatem minoris basis aufer de maiore. Postea distantiam duarum stationum — quod est spatium inter duos cathetos ab oculo in duabus stationibus ad planum montis dimissis [1]) ...et productum per excessum maioris basis super minorem [divide], rei quod (sic!) exit in divisione addatur distantia duarum stationum et totum agregatum multiplicetur per cathetum inter oculum et planum montis, et productum dividatur per quantitatem maioris basis et de eo quod exierit in divisione auferetur praedictus cathetus inter oculum et planum montis et quod reliquitur (sic!) [2]) est profunditas vallis, ut hic.

35. Quod si stans in monte, turrim in valle metiri volueris, metire prius profunditatem vallis ad basim turris [3]) ......simili artificio, postea subtrahe minorem quantitatem de maiore, et quod relinquitur est altitudo turris. [4]) Si alicui contingerit mensurare castrum in monte, vel turrim, quaeratur primo altitudo montis—per virgas de altitudine—deinde altitudo montis et castri similiter per easdem virgas; et si vis habere per se altitudinem montis et castri per se, subtrahe minorem numerum a maiori et manebit altitudo castri, aut

nowo na dół, druga ku znakowi na dolinie. Następnie cofnąwszy się na płaszczyźnie góry, uczyń to samo co wpierw na drugiem twem stanowisku, oznacz nową podstawę, która koniecznie będzie większa od pierwszej i mniejszą podstawę odejmij od większej. To uczyniwszy, odstęp między obydwoma stanowiskami (t. j. odległość między spodkami pionów w obu stanowiskach na płaszczyźnie góry) pomnóż przez .... iloczyn podziel przez różnicę większej i mniejszej podstawy, do ilorazu dodaj odległość obu stanowisk; sumę powstałą pomnóż przez wysokość oka nad płaszczyzną góry, iloczyn podziel przez długość większej podstawy, a wreszcie od ilorazu odejmij wspomnianą już wysokość oka nad płaszczyzną góry. Wynik rachunku będzie (szukaną) głębokością doliny (zobacz figurę poniżej).

35. Gdyby zaś kto, stojąc na górze, chciał zmierzyć wysokość wieży znajdującej się na dolinie, niech zmierzy najpierw głębokość doliny przy podstawie wieży sposobem, jaki dopiero poznaliśmy, potem używając tego samego dowcipnego środka, niech zmierzy głębokość szczytu wieży ponad tarasem góry, a odjąwszy mniejszą z tych ilości od większej, otrzyma różnicę równą wysokości wieży. Gdyby ktoś potrzebował zmierzyć wysokość zamku lub wieży znajdującej się na pewnej górze, niechże wynajdzie naj-

---

[1]) tu wypadło kilka wyrazów między którymi był pewnie wyraz „multiplicet".

[2]) *reliquitur*, tak B.

[3]) po *turris* wypadły jakieś wyrazy.

[4]) po *altitudo turris* ma B „et e contrario (?)" na wszelki sposób zbytecznie.

altitudinem castri ab utroque et manebit altitudo montis [1]).

36. *Stereometra* est mensura per quandam proportionem unius ad alteram proveniens. Sicut enim in Altimetra linea qua imaginatur per quam metimur altitudines rerum et in Planimetra superficiem rationalem (?) intelligimus, in Stereometra vero totum corpus, de qua prius in generali tactum. Unde si quis vult magnum cubum per parvum cubellum mensurare, consideret proportionem [2]) lateris maioris ad latus minus et illam proportionem dupla (sic!) [3]), hoc est duc denominatorem in suum quadratum, et proveniet numerus, secundum quem minor cubus est in maiore. Similiter si columnam per columnellam metiri volueris et fuerint similes, duc [4]) proportionem axis ad axem et in suum quadratum, vel [5]) diametrum basis ad diametrum basis [et in suum quadratum], quod idem est, et proveniet proportio. (Similitudo columnarum vel pyramidum rotundarum est sicut proportio axis ad axem, sicut diameter basis ad diametrum basis). Et similiter operaveris, si pyramidem per pyramidellam metiri volueris, superducens proportionem diametri ad diametrum et suum

przód samą wysokość góry (za pomocą prętów wysokościowych), następnie wysokość góry wraz z wieżą (używając takich samych prętów); chcąc zaś znaleźć wysokość góry i wysokość zamku każdą z osobna, niech odejmie mniejszą liczbę od większej, a co pozostanie będzie wysokością zamku.

36. *Stereometrya* odnosi się do pomiarów, przy których za pomocą pewnego stosunku jednej rzeczy (?) dochodzimy do drugiego. Jak bowiem w Altimetryi wyobrażamy sobie linię, którą mierzymy wysokości przedmiotów, zaś w Planimetryi pewną powierzchnię wymierzającą, tak w Stereometryi bierzemy na uwagę całe ciało, o czem już wpierw była mowa. Stąd też gdyby kto chciał wielki sześcian pomierzyć małym sześcianikiem, niechże zauważy stosunek boku większego do mniejszego i niech podwoi (sic!) ten stosunek t. j. wykładnik stosunku niechaj pomnoży przez własny jego kwadrat, a liczba otrzymana wskaże, ile razy mniejszy sześcian mieści się we większym. Podobnie, gdybyś życzył sobie większą jaką kolumnę zmierzyć mniejszą do tamtej podobną, pomnóż stosunek osi (jednej) do osi (drugiej) przez własny jego kwadrat; na jedno zaś wyjdzie gdybyś tak samo postąpił ze stosunkiem średnicy jednej, do średnicy drugiej podstawy. [Podobieństwo dwóch kolumn lub stożków polega bowiem na tem, iż stosunek obu osi równa się

[1]) od *aut* do *montis* — zdanie zbyteczne.

[2]) *proportionem*, B zgubił ten wyraz.

[3]) *dupla*, widocznie w znaczeniu pomnożenia jakiej ilości *dwukrotnie* przez siebie samą.

[4]) *duc*, B ma *due* t. j. *duae* (!). Cały ten ustęp rozwlekły dotyczy rzeczy bardzo prostej.

[5]) *vel*, B ma *et*.

quadratum, vel circumferentiam ad circumferentiam [1]), quia eadem denominatio est de maximis circulis [in duabus sphaeris], et proveniet secundum quod sphaerula est in sphaera [2]). De his melius experiendis videantur regulae generales et ut generaliter dicatur super de corporibus similibus, sive sint laterata ut columnae, sive sphaerales figurae, sive p[yramidales?].

37. Ut igitur hae mensurationes [3]) certiorem melioremque finem recipiant, pararetur instrumentum *Gnomo* dictum [4]) ex assere, vel aliquo simili, videlicet auricalco, habens omnia latera aequalia et fiet quadratum, cuius duo latera seorsum dividantur in 12 partes aequales, quae appelantur digiti; quomodovis postea, si poterit, quilibet digitus dividitur in 60 partes. Sed si instrumentum est parvulnm, dividatur quilibet digitus [in] 6 partes—et quaelibet portio valet decem minutias [5]) unius digiti—velin 5--et quaelibet portio valet 12minutias unius digiti—,velin 4—

stosunkowi obu średnic]. W podobny sposób postąpisz, chcąc ostrosłup pomierzać innym mniejszym ostrosłupem; stożek mniejszym stożkiem, mnożąc stosunek czy to średnic, czy też obwodów przez własny kwadrat tego stosunku; gdy zaś wykładnik stosunku największych kół (na dwóch kulach) jest ten sam (co i dla średnic), więc możesz także oznaczyć, ile razy objętość kulki wejdzie w objętość większej kuli *). Bliższe szczegóły o tem znajdziesz w ogólnych prawidłach dotyczących brył podobnych, czyby one były graniaste, jak słupy, czy też okrągłe, czy wreszcie p(yramidalne?)

37. Ażeby wszystkie te pomiary wykonywać lepiej i bezpieczniej, należy sobie sporządzić narzędzie *Gnomonem* zwane, (i to czy z drewnianych listewek, czy też z czegoś podobnego, np. ze spiżu), mające wszystkie boki równe tworzące razem kwadrat, którego dwa boki należy z osobna podzielić na 12 równych części, zwane *calami* (*digiti*). Z tych każdy podziel znowu—jeżeli tylko zdołasz—na 60 równych części; gdyby zaś narzędzie było malutkiem; podzielisz każdy *cal* (tylko) na 6 części (przyczem jedna taka cząstka będzie równą 10-ciu mi-

---

[1]) *circumferentiam* tutaj tyle co *sphaeram*.

[2]) od *quod* do *sphaera*; cały ustęp niegramatycznie złożony, raczej może „quot sphaerulae sunt in sphaera".

[3]) po *mensurationes* Cod. A ma wyrazy „*et haec*", zaś B jeszcze więcej bo „*et haec proporcio debet videri*", co widocznie tutaj nie należy.

[4]) po *dictum* ma B *est*, całkiem zbytecznie.

[5]) B ma *numeri* (!), co się jeszcze dalej wlecze.

*) W tekscie całe to zdanie jest mocno pokaleczone, raz defektami, a powtóre błędami gramatycznemi.

et quaelibet portio valet 15 minutias unius digiti —, vel in tres—et quaelibet portio valet 20 minutias — vel in duo — et quaelibet portio valebit 30 minutias unius digiti. Hoc facto, scilicet dimissis duobus lateribus, scilicet *bc*, *ad* quadrati *abcd* [1]), deinde in angulo *a*, hoc est in angulo oppositi (?) qui opponitur illi angulo in quo praedicta latera conveniunt in s^{ca} (sic!) est regula ad modum [2]) quae in astrolabio inserta est. Aut si quis non vellet hanc regulam inserere, iuberet [facere] duas pinnulas [3]) in quadrato circa angulum *a* et *b*—sicut mos est fieri in quadrantibus — quas pinnulas perforaret aequaliter, ut foramina a superficie [4]) quadrati (?) distarent et circa punctum *a* infixo clavulo ligaret perpendiculum uti mos est fieri in quadrantibus — et faceret secundum quod dicetur. Sed ex quo de pinnula tactum est, quae ad modum sit [ut] in astrolabio.

Imponatur ergo illa regula circa latus a cuius totum latus diagonali angulo ab uno ad alium possis adiacere et super duos terminos regulae eriguntur duae pinnulae in quibus trahuntur duae lineolis orthogonaliter et in illis lineolis sic tractis fient 2 foramina aequalia et aeque distantia.

nucyom cala), albo na 5 części (przyczem jedna część wyniesie 12 minucyi jednego cala), albo na 4 części (każda równa 15-tu minucyom), albo na 3 części (każda równa 20-tu minucyom), albo wreszcie na 2 części (przyczem każda z nich będzie miała wartość 30-tu minucyj jednego cala). Uskuteczniwszy podział obu boków (.....) kwadratu *abcd*, umieszcza się przy wierzchołku *a* (przeciwległym wierzchołkowi, w którym się schodzą oba boki podzielone), liniał na wzór tego, jaki znajduje się przy *astrolabium*.

Gdyby zaś miernik nie chciał użyć takiego liniału, niech każe sporządzić dwie płytki (*skrzydełka* *), umieszczając je przy wierzchołkach *a* i *b* naszego narzędzia (jak to jest w zwyczaju przy kwadrantach); te płytki ma przedziurawić tak, aby otworki leżały w równej wysokości (*ponad płaszczyzną kwadratu?*), około zaś punktu *a* — do wbitego tam gwoździka—przywiąże pionik (jak to widzimy przy kwa-

[1]) Tu i dalej litery w tekscie nie zgadzają się w ogólności z literami przy figurze, co się zresztą powtarza i przy innych figurach.

[2]) *ad modum*, tyle co *ad instar*.

[3]) *pinnulas*, B pisze *parvulas* (!).

[4]) B ma *superiori*.

*) *pinnula* (diminut od *pinna*) można tłómaczyć albo *skrzydełko*, albo też *piórko*, w przenośni *gzems*, *wyskok* (= resalit), *płytka*.

drantach), a zresztą postąpi, stosownie do tego co niżej powiemy. (O tem zaś skrzydełku, które jest i w astrolabium, wspominamy tu tylko mimochodem). Liniał, o którym była mowa, tej ma być długości, iżby założony (na osi) przy jednym wierzchołku mógł po za długość przekątni wystawać jeszcze na długość całego boku (kwadratu); na obu krańcach liniału znajduje się płytka, a w każdej z nich cienka szczelina, wycięta prostopadle do płaszczyzny kwadratu, tak iż obie szczeliny będą równoległe i równej długości.

38. [Deinde] erigatur quadratum, seu instrumentum, super latus unum (?) divisum [1]) et unum latus divisum perpendiculariter elevetur super planum et aliud sit aeque distans orizonti, et angulus in quo regula inserta est sit versus rem, si altitudinem quis metiri voluerit, vel versus planum, si planum metiri voluerit. Hoc facto, move regulam quousque videas summitatem rei metiendae per 2 foramina, et si ceciderit regula super latus iacens, considera quantitatem basis inter regulam et latus indivisum. Quo facto, retrotrahatur instrumentum secundum rectam lineam super quam erectum est et iterum vide per ambo foramina, movendo regulam quousque videris summitatem rei, movendo regulam huc illuc. [2]) Et si, visa summitate rei, regula ceciderit super idem latus sicut prius, considera iterum quantitatem basis [3])......super minorum et per distan-

38. Ustawiwszy ten kwadrat, t. j. całe narzędzie w płaszczyźnie pionowej na jednym z boków mających podziałkę, przyczem jeden bok z podziałką zajmie położenie pionowe, drugi z nich będzie zaś równoległym do horyzontu, należy wierzchołek w którym zatkniętą jest oś liniału, zwrócić w stronę przedmiotu, jeżeli masz mierzyć wysokość, zaś w stronę płaszczyzny, jeżeli ją mierzyć zamyślasz. To uczyniwszy, poruszaj liniałem tak długo, dopóki, patrząc przez obie szczeliny, nie dojrzysz szczytu przedmiotu mierzonego, a przypuściwszy, że liniał spotkał się z tym bokiem kwadratu, na którym całe narzędzie spoczywa, odczytaj długość podstawy pomiędzy liniałem a bokiem nie mającym podziałki. Po tej pierwszej części pomiaru, cofnij całe narzędzie wzdłuż linii prostej, będącej przedłużeniem jego podstawy, spo-

[1]) B ma *diviso.*

[2]) po *huc illuc* mają teksty jeszcze *per ambo foramina*, co tylko rzecz wikła.

[3]) *basis*..., tu kilka wyrazów wypadło z tekstu.

tiam duarum stationum—quod est spatium inter 2 loca nisi cadit inferior terminus regulae in duobus similibus [1]) subti^r (?) in plano nominatis — [operare] ut dictum est, [2]) hoc est [duc] minorem (vel maiorem) [3]) basim in distantia duarum stationum et productum dividas per excessum maioris basis super minorem, et ei quod exierit in divisione addatur praedicta distantia, et totum agregatum per latus instrumenti multiplicetur et productum dividatur per maiorem basim, et quod exit est altitudo rei, si res fuerit inaccessibilis.

39. Sed si regula cecidit in una statione super latus iacens divisum et in aliam super latus erectum, ducatur latus in se et productum dividatur per partem lateris [erecti] supra regulam, et quod exit in divisione [erit] basis quaesita, inchoata ab inferiori termino

glądaj znowu przez obie szczeliny i poruszając liniałem w tę lub ową stronę, dopóki przez oba te otwory nie ujrzysz wierzchołka przedmiotu (mierzonego). Jeżeli się zdarzy, że po dostrzeżeniu teraz tego wierzchołka, liniał padnie na ten sam bok kwadratu co poprzednio, to odczytawszy ponownie długość (nowej) podstawy) *).... po nad mniejszą [podstawą], [pomnóż?] przez odległość obu stanowisk (t. j. przestrzeń między obydwowa stanowiskami, byle tylko dolny kraniec liniału przypadł na dwa podobne?...... w płaszczyźnie wymienione? (*), postąp jak się rzekło, t. j. [pomnóż] mniejszą (lub większą) podstawę przez odległość obu stanowisk, iloczyn podziel przez różnicę większej i mniejszej podstawy, do ilorazu dodaj rzeczoną odległość, otrzymaną summę pomnóż przez długość boku narzędzia, iloczyn podziel przez większą z obu podstaw. Ten ostatni iloraz będzie właśnie szukaną wysokością przedmiotu niedostępnego.

39. Gdyby jednak liniał na jednem ze stanowisk przeciął się z bokiem poziomym i podzielonym (kwadratu), na drugiem zaś stanowisku z bokiem pionowym [i podzielonym], należy bok kwadratu pomnożyć przez samego siebie, iloczyn podzielić przez

---

[1]) wyraz po *similibus* najpodobniejszy do „subtrahitur", co jednak sensu nie naprawia, stosowniejsze tu „stationibus" trudno znowu usprawiedliwić paleograficznie.

[2]) po *dictum est* pisze B *quid* hoc est i t. d.

[3]) (*vel maiorem*), wyrazy udowadniające (zobacz końcowe uwagi), że zagadnienie to umiał autor na dwa (pokrewne) sposoby rozwiązać, że jednak część tekstu, odnosząca się do drugiego sposobu, wypadła. Aby myśl rzeczy ocalić, należało szczątek tego drugiego sposobu ująć w nawias. Ów drugi sposób daje się zresztą odtworzyć bez trudu.

(*) Cały ustęp między gwiazdkami odpowiada części tekstu bardzo zepsutej.

lateris affixione regulae asscentis (?) [1]) et illa terminatur illa basis (sic!) et v' (ubi ??) [2]) stationem.

Vel si super tali quadratello duas pinnulas supra habentes aeque distantia foramina affigens - sicut mos est in quadrantibus — si infigendo [3]) clavulum circa unam pinululam (sic!) in angulo quadrati versus sinistram, alligetur ei filum, seu perpendiculum et summitas rei perspicietur per illa foramina in pinnulis sita et filum pendens cum perpendiculo in latera divisa indicabit intentum.

40. Et si quis in eo quadratello habente pinnulas, describit quartam partem circuli pede (?) pedis [4]) in uno latere, scilicet *a* [fixo] in medietate et alium pedem [5]) [ciricini?] extenderet verrus *b* — ubi alia pinnula est sita — moveret pedem circini [6]) usque in *c* describens quartam partem circuli, et ilud divideret in 90 partes aequales. Vel si propter pulchriorem modum placeret, quod aliam lineam in medietate sub illa faceret compresso [7]) parum pede circini, et tunc [per] illud

część boku [pionowego] po nad liniałem, a otrzymany iloraz będzie szukaną podstawą, której początek znajduje się u wierzchołka pionowo pod osią liniału, a koniec [w punkcie oka] na stanowisku.

Albo też przytwierdziwszy w górnej części takiego (mniejszego) kwadratu dwie płytki ze szczelinami równoległemi (jak to widzimy przy kwadransach) i zatknąwszy mały gwoździk przy jednej płytce w lewym wierzchołku kwadratu, przywiązujemy doń pionik na nitce.

Wówczas przez otwory w płytkach należy celować do wierzchołka przedmiotu, a zwisający pionik wskaże na podziałce to, do czego zmierzamy.

40. Taki kwadrat, mający płytki, możnaby przysposobić do pomiarów w ten sposób, iż oparłszy jedną nóżkę cyrkla stale w punkcie *a*, drugą dosięgamy punktu *b* (gdzie druga płytka), a poruszając tą nóżką aż do *c*, zataczamy ćwiartkę okręgu koła, którą należy podzielić na 90 równych części. Wykonanie będzie piękniejsze, jeżeli ścisnąwszy nieco nóżki cyrkla, zatoczymy drugą jeszcze [sąsiednią i współśrodkową] ćwiartkę koła, a paseczek między niemi na 90 równych

---

[1]) wyraz niezrozumiały i nieczytelny. Cały ten dłuższy ustęp dochowały nam oba teksty w stanie kalectwa i zamięszania.

[2]) skrócenie przed *stationem* jest łamigłówką paleograficzną, a poprzedzające dwukrotne *illa* wikła sens jeszcze bardziej.

[3]) *si infigendo*, B ma *sic.*

[4]) *pede pedis*, u B nawet *podo*, bez znaczenia chyba, polegając na dalszym ciągu tekstu, zmienimy je na „pede circini“: gdyż widocznie mowa o nóżce cyrkla.

[5]) *alium pedem*, B pisze *alium pedum* (!!).

[6]) *circini*, B bez namysłu pisze *certim.*

[7]) B ma *compresse*, a zamiast *circini* pisze wprost *tercius* lub *cercius* (!).

spatium trahens lineolas parvulas in 90 partes aequales divideret, sic primo, quod quartam partem circuli *bc* dividat per medietatem, deinde unamquamque medietatem in tres partes et erunt sex partes. Deinde unamquamque illarum sex partium [dividat] in tres, et erunt 18; deinde quamque illarum in 5, et complebuntur 90. Et facto isto, iterum petarum (?!)[1]) pede circini compresso faciet aliam lineam sub praedictis et a quibuslibet 5 gradibus trahet lineolam per spatium usque ad lineam ultimo factam et ibi incipiet describere incipiendo, ac numerum graduum de 5 in 5 — incipiendo 5, 10, 15, etc. usque [ad] 90 circa [punctum] *b* terminabuntur.

Et habebit ubi dum sol subsit per ambo foramina, quot gradus ab (h)orizonte sit elevatus, quod perpendiculum cadens ad gradus ostendet; et elevatio semper debet computari incipiendo a *c* versus *b*, et hoc valebit multum per meusurationem per umbras, verbi gratia in istis exemplis:

części podzielimy, co się tak uskutecznia. Najprzód ćwiartkę *bc* koła przepołowisz, dzieląc zaraz każdą z połówek na 3 równe części, tak iż będzie sześć części. Następnie każdą z nich podziel znowu na 3 części, a otrzymasz ich razem 18; nakoniec każdą z nich podziel na 5 równych części, a wytworzysz ostatecznie całość z 90 części złożoną. To mając, ściśnij nieco nóżki cyrkla, zatocz jeszcze jedną ćwiartkę koła poniżej tamtych dwóch i każdą piątą kreskę podziału przedłuż aż do tego nowego łuku t. j. 5-tą, 10-tą, 15-tą i t. d. aż do 90, która to liczba przypadnie na punkt *b*.

To urządzenie pozwoli oznaczyć, na ile stopni słońce podniosło się po nad poziom, jeżeli promienie jego przepuścimy przez obydwa otworki; zwisający pionik wskaże ilość stopni na podziałce; wysokość (słońca) należy zawsze liczyć od punktu *c* ku *b*. Co zaś wyłożyliśmy znajduje ważne zastosowanie przy pomiarach za pomocą cienia, jak to poniżej zobaczymy.

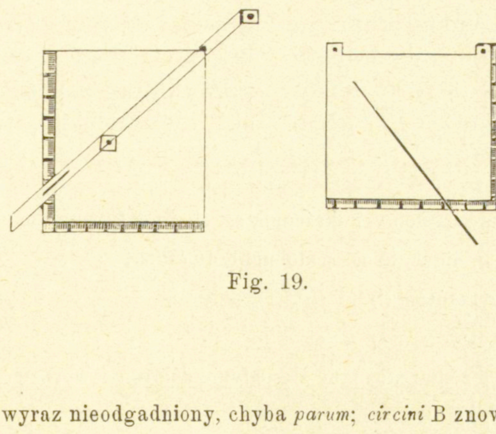


Fig. 19.

[1]) *petarum* (!) wyraz nieodgadniony, chyba *parum*; *circini* B znowu ma *certim* lub *curtim*.

41. Vel si per umbra [1]) magis consueta altitudinem rei inaccessibilis metiri volueris, videas summitatem rei per foramina regulae [2]) quadrati—vel per pinnulas quadratelli, si quadratum cum regula non habueris — et videas, si regula cadat super latus umbrae versae, quod frequenter in his mensurationibus accidit. Tunc scias quod maior est distantia inter te et rem elevatam, quam altitudo rei, et videas numerum punctorum quem regula abscidit, ct hoc in quadratello nisi per pinnulas aspexeris incipiendo computare a principio lateris iacentis; sed in quadrato, ubi per regulam aspicis, incipiens numerare a principio lateris stantis. In hoc enim differentia est inter ista, quia in quadratello latus iacet quando quadratellum cum pinnulis versus (h)orizontem [3]) elevatur, dicitur latus umbrae versae, latus autem erectum dicitur latus umbrae rectae [4]), sed in quadrato cum regula sit per ortum (??) [5]). Viso ergo, quot puncta abscidit regula aut [6]) perpendiculum, per illum numerum divide 12 et numerum quotientem serva, verbi gratia si abscinderet 3 punctum, numerus quotiens esset 4. Et isto facto, retrocede parum vel antecede et vide iterum, ut prius, summitatem rei elevatae, et simili modo vide, quot puncta perpendiculum vel regula abscindit. Per illum

41. Chcąc zaś za pomocą cienia— co bardziej w zwyczaju zmierzyć wysokość rzeczy niedostępnej, celuj do szczytu przedmiotu przez oba otworki liniału na kwadracie osadzonego (albo też przez skrzydełka kwadraciku, gdybyś nie miał wielkiego kwadratu z liniałem) i patrz, ażali liniał pada na bok *cienia* leżącego, co przy takich pomiarach często się zdarza. Wówczas wiedz, iż odległość między tobą a przedmiotem jest większą od wysokości przedmiotu i odczytaj liczbę kresek na podziałce liniałem odciętych. Używając małego narzędzia, gdzie celuje się wzdłuż skrzydełek, odczytaną długość masz liczyć od początku boku leżącego; używając zaś wielkiego, gdzie celujesz dyoptrą, należy liczyć od początku boku pionowego. Różnica między obydwoma narzędziami polega na tem, iż u wielkiego podstawa jest nieruchomą, gdy u małego bok ten bywa nachylanym do poziomu. Zauważmy, iż bok poziomy zwie się także bokiem cienia leżącego, bok zaś pionowy bokiem cienia prosto stojącego; lecz dla wielkiego narzędzia z przeziernikiem jest przewrotnie (?). Zobaczywszy tedy, ile kresek odcina przeziernik lub pionik, podziel 12 przez tę liczbę, a wypadły iloraz zapisz; np. gdyby 3 kreski były odcięte, to iloraz zapisany

[1]) *umbra*, rozwiązanie na domysł skrócenia *va*, skoro cały ustęp mówi o cieniu.

[2]) *regulae*, B pisze b. niedbale coś podobnego do *taliter*.

[3]) *orizontem*, B ma versantem (!)

[4]) czy też nie odwrotnie?

[5]) *ortum* (??) bez znaczenia; możnaby się jedynie domyślać wyrazu oznaczającego przeciwieństwo do poprzedniego.

[6]) B pisze *et*.

numerum similiter divide 12 et tunc quotientem provenientem subtrahe a priori, si primus furit maior vel aequus (scilicet secundus maior fuerit) et serva excessum. Verbi gratia si in una statione regula caderet super 6 puncta, tunc divide per 6 [numerum] 12, in quotiente remanebunt 2, quibus subtractis a prioribus 4, remanent 2... [1]) quam serva. Post hoc mensura spatium inter primam et secundam stationem mensura quacumque volueris.

byłby 4. To wykonawszy, cofnij się nieco (z narzędziem) albo też postąp naprzód i znowu celuj do wierzchołka przedmiotu, jak poprzednio i przekonaj się ponownie, ile kresek czy to pionik, czy liniał odcina [na podziałce]. Tą liczbą podziel liczbę 12, otrzymany iloraz odejmij od poprzedniego, — jeżeli pierwszy z nich był większym od drugiego albo mu równym – i zapisz znalezioną różnicę. Np. jeżeli na jednem stanowisku liniał padał na kreskę 6-tą, to liczbę 12 podziel przez 6, iloraz 2 odejmij od poprzednich 4, a różnicę 2 zapisz. Następnie zmierz odstęp między pierwszem a drugiem stanowiskiem i to jakąkolwiek miarą.

42. Si autem res est accesibilis, tunc potes dupliciter operari; uno modo movendo te de loco ad locum tam diu, donec [2]) — videndo per foramina regulae vel per pinnulas summitatem rei — regula aut perpendiculum caderet praecise super 12 puncta. Tunc de necessitate tanta esset altitudo rei, sicut spatium inter te et basim rei, addita distantia ab oculo usque ad pedem. Si vero velles scire non movendo te de loco ad locum, tunc videas summitatem rei per regulas vel per pinnulas, tunc si regula ceciderit super latus umbrae rectae, videas quot puncta perpendiculum [3]) aut regula abscidit [et] scias quod maior est altitudo rei quam spatium inter te et basim, et tunc videas in qua proportione habet se spatium, quod est inter te

42. Jeżeli zaś przedmiot jest dostępnym, to możesz postąpić w dwojaki sposób. Najprzód mógłbyś sprawę załatwić, poruszając się (wraz z narzędziem) z miejsca na miejsce tak długo, dopóki celując czy to przeziernikiem, czy wzdłuż skrzydełek, nie dojrzysz wierzchołka przedmiotu, przyczem liniał czy pionik ma wskazywać dokładnie 12-tą kreskę. Wówczas wysokość przedmiotu musi wynosić koniecznie tyle, co i odstęp między twem stanowiskiem a podstawą przedmiotu, dodawszy jeszcze tylko wysokość twego oka nad ziemią. Nie chcąc się zaś przenosić z miejsca na miejsce, celuj do wierzchołka przedmiotu przez przeziernik lub skrzydełka, a gdy liniał padnie na bok cienia prosto stojącego, patrz ile

---

[1]) przed *quam serva*, mamy wyraz *duc* lub *dia*, chyba differentia?

[2]) *tam diu, donec*, B pisze *tam diu duc.*

[3]) *perpendiculum*, B ma *perpendicularia aut* i t. d.

et basim rei elevatae [1]) ad altitudinem rei. Verbi gratia, sit primus numerus punctorum quem abscidit perpendiculum, ut sit 6, sit distantia inter te et basim rei elevatae 8 cubitorum, qui sit secundus numerus, sit 12 tertius numerus; multiplica igitur 12 per 8 et veniunt 96 et productum divide per 6, et venient 16 [2]) cubiti, altitudo rei. Vel alio modo: divide per numerum punctorum 12, et in proposito puncta sunt 6, quotiens ergo est 2. Deinde mensura spatium ut prius et in proposito est 8, quod spatium multiplica per 8 ducendo bis 8 et sunt 16 et idem proveniet. Tertium autem modum quaere [3]) circa primam virgam.

43. Si vero regula caderet super latus umbrae versae, scias maius tunc spatium inter te [4]) et basim rei, quam altitudinem rei. Considera igitur, quot puncta umbrae versae regula vel perpendiculum abscidit vel demonstret, et in qua proportione habebunt se illa puncta ad 12, in eadem proportione habebit se altitudo rei mensurandae [ad id] quod est inter te et basim rei. Dividatur igitur 12 per numerum punctorum et numerus quo-

kresek odcina liniał lub pionik i wiedz że obecnie wysokość przedmiotu jest większą niż odstęp między tobą a podstawą przedmiotu. Natenczas zobacz w jakim stosunku ma się ten odstęp do wysokości przedmiotu, np. niech będzie pierwsza liczba kresek odciętych pionikiem równą 6, zaś odległość między tobą, a podstawą rzeczy wyniosłej równą 8 łokciom, co będzie drugim wyrazem (proporcyi), trzecia wreszcie liczba równą 12. Pomnóż więc 12 przez 8, otrzymasz 96, iloczyn podziel przez 6, a znajdziesz 16 łokci dla wysokości przedmiotu. Albo też innym sposobem: liczbę 12 podziel przez ilość kresek (obecnie 6), zkąd iloraz 2; potem zmierz odstęp wynoszący w przykładzie 8 co pomnóż przez 2, mnożąc 2 razy 8 jest 16; wynik ten sam co poprzednio. Co do trzeciego sposobu zobacz ustęp gdzie mowa o pręcie mierniczym pierwszego rodzaju.

43. Gdyby zaś liniał padał na bok cienia leżącego, należy ci wiedzieć, iż odstęp między tobą a podstawą przedmiotu jest wówczas większym od jego wysokości. Zobacz tedy, ile kresek cienia leżącego odcina liniał lub pionik, a w jakim stosunku będzie się miała ilość tych kresek do 12, w takim samym stosunku będzie wysokość mierzonego przedmiotu do odległości między tobą a jego podstawą. Podziel więc liczbę 12 przez liczbę kre-

[1]) B pisze *elevatum*.

[2]) *venient 16*, B ma *18*, mimo że mowa o dzieleniu 96 przez 6.

[3]) *quaere*, B ma *quare*.

[4]) *inter te*, B pisze *in te*.

tiens servetur. Post hoc mensura spatium, quod est inter te et radicem rei elevatae mensura quacumque volueris et numerum quotientem proportionaliter subtrahe a mensura spatii quod est inter te et basim rei elevatae, media vel divide per 2 et numerus post mediationem proveniens est altitudo rei. Si autem 3 manserunt (sic!), tunc numerum mensurae inter te et radicem rei elevatae divide per 3 [etc.], et numerum quotientem subtrahas praefato spatio et exibit altitudo rei. Vel alio modo, si potes capere partem proportionalem, sicut 12 primus numerus, spatium quod est inter te et basim rei secundus numerus, punctorum [1]) [numerus] tertius. Verbi gratia, sit numerus punctorum 6, distantia inter te et basim 100 cubitorum; multiplicetur igitur distantia inter te et basim tamquam numerus secundus per 6 tamquam per tertium, et venient 600 et productum dividatur per 12 tamquam per numerum primum, et exibunt 50 cubiti: altitudo rei. Aut alter modus potest fore quem quaere circa virgam cum furcula.

Finis [2]) Geometriae Regis.

sek, a iloraz zapisz; następnie zmierz odstęp między twem stanowiskiem a podstawą przedmiotu miarą jakąkolwiek, a proporcyonalną do ilorazu część odejmij od tego odstępu; podziel więc [w danym razie] przez 2, albo przez 3—jeżeli taki był iloraz—[i t. d.] otrzymany teraz iloraz odejmij od wspomnianej długości, a znajdziesz wysokość przedmiotu. Albo też mógłbyś ustawić proporcyę, biorąc 12 za wyraz pierwszy, odległość twego stanowiska od podstawy przedmiotu za wyraz drugi, ilość kresek [odciętych na narzędziu] za wyraz trzeci. Np. ilość kresek niech wynosi 6, wspomniana odległość 100 łokci; pomnożywszy tę odległość (jako wyraz drugi) przez 6 (jako wyraz trzeci) znajdziesz 600, a dzieląc ten iloczyn przez 12 (jako wyraz pierwszy), otrzymasz 50 łokci, jako wysokość przedmiotu. Jeszcze inny sposób daje się użyć, którego się doczytasz w ustępie o pręcie mierniczym z widełkami.

Koniec Geometryi Króla.

---

1) *punctorum 6*, B opuszcza tę liczbę.

2) *Ffinis* jak pospolicie pisano w średnich wiekach.

OBJAŚNIENIA I UWAGI KRYTYCZNE.[1]

---

1. Wstęp ma zakrój filozoficzny, gdzie autor powołując się między innymi na A r y s t o t e l e s a, przypomina, iż wszelkie pojęcia, a więc i matematyczne, wytwarza umysł, dopiero na podstawie konkretnego poznania.

1. *Posteriora Analytica*, drugie z rzędu pismo (niewątpliwe) A r y s t o t e l e s a z zakresu logiki (*Organon*), gdzie mowa o dowodzie, definicyach, podziale, oraz poznaniu zasad.
2. *Leuca*, od czego francuz. *lieu*, mila nowa, w przeciwstawieniu do starej (rzymskiej) mili, *milliare*.
3. *Altimetra*, i t. d. Przeprowadza podział traktatu na trzy części, poprzedzone wykładem rzeczy ogólniejszych z zakresu geometryi (*quibusdam generalibus*); w rzeczywistości traktat zawiera jeszcze jeden (nadprogramowy) rozdział *Stereometra*, o którym na wstępie nic wspomina.

2. 4. Mówi o prawdach (bardziej logicznych niż matematycznych), które zazwyczaj tworzą wstęp do dzisiejszej elementarnej nauki o równaniach.

5. *Secundum Algorismum de minutiis*, powołuje się na swe własne — jak mniemam — pismo p. t. *Algorismus minutiarum novae compilationis Cracoviae* (sic!), zredagowane w r. 1445.
6. Wyrazy *basis*, *cathetus*, *ypotenusa*, oraz później przytoczone *oxygonius*, *amblygonius* (tekst ma *ampligonius*) i t. d. nie potrzebowały być zaczerpniętemi z oryginałów geometryi greckiej, skoro zachodzą już u *Campana*, *Witelona* i innych geometrów XIII-go wieku. Nie jest prawdopodobnem, aby Ż ó r a w i c z a n i n znał język grecki.

3. Przez wyraz *proportio* np. majoris quantitatis ad minorem, rozumie najwidoczniej *stosunek* dwóch ilości, lubo w tym celu używa także wyrażenia *denominatio divisionis* (wykładnik stosunku).

---

[1]) Liczby, grubym drukiem oddane, odnoszą się do odpowiednich ustępów traktatu, zwykłym drukiem wytłoczone oznaczają liczbę bieżącą uwagi.

7\. *Et productum divide per 10.* Szczegół bardzo ciekawy, polegający na tem, iż autor dla średnicy w funkcyi obwodu U ustala wartość $= \sqrt{\frac{U^2}{10}}$, lub co najedno wychodzi, dla π bierze wartość $= \sqrt{10}$ $(= 3,162\ldots)$. Ta przybliżona wartość, nad której matematyczną genezą łamało sobie głowę kilku historyków matematyki (jak Chasles, Cantor, H Hankel, S. Günther i inni)znajduje się u Herona aleksandryjskiego (cf. M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathem. I Bd. Leipzig 1880, pag. 551), jakoteż u Hindów (ibid. pag. 615, najprzód w Brahmasiddântika cap. XII, art. 40, publ. w „Algebra with arithmetic and mensuration, from the Sanscrit of Brahmegupta and Bhâskara", edit. and transl. by H. Th. Colebrooke, London 1817). Czytaj zresztą H. Hankel: Zur Geschichte der Mathem., Leipzig 1874, pag. 214—217; jakoteż artykuł Günthera w Biblioth. mathem. réd. par G. Eneström, nouvelle série I (1887) p. 9—14.

8\. *Multiplicetur circumferentia circuli per 20000.* Tu autor ma widocznie zamiar podania dokładniejszej wartości na π (jak dzisiaj musielibyśmy się wyrazić), szkoda jednak wielka, iż lekcya tekstu pozostaje nieco wątpliwą. Biorąc 62857, mielibyśmy dla π wartość 3,14285 t. j. niemal identyczną z $\frac{22}{7}$; atoli *oba* teksty pisały wpierw 628515 (sic!), co dopiero następnie poprawiono na 62857. Zauważmy, że powinno się mieć do czynienia z liczbą pięcio- a nie *sześciocyfrową*, chyba że zamiast 20000 należałoby czytać 200000, co nieprawdopodobne, gdyż oba teksty, co do tej liczby są zgodne i nie wykazują żadnych poprawek późniejszych. Możnaby też czytać ostatecznie 62837, co bardzo zbliża się do 62837,46... t. j. wartości jaką ma obwód 192 boku foremnego opisanego na kole, którego średnicą jest 20000. Ale to są tylko domysły, które mogłyby zyskać potwierdzenie dopiero wówczas, gdyby np. trzecia dawna kopia traktatu została znalezioną.

Wspomnę, że jeszcze na schyłku XV-go wieku Dürer brał 3,125 za wartość dla π (Biblioth. mathem., I, 1887, pag. 27) i że u Hindów „dokładna" wartość tego stosunku wynosiła 31416 : 10000, albo też $\frac{3927}{1250}$, obok „niedokładnej" $\frac{22}{7}$ (Hankel l. c. pag. 216).

W następnych przykładach wraca autor do wartości $\frac{22}{7}$, co jest dlań „faciliter" i uczy rozkładać liczby t. z. mieszane na część całkowitą oraz
9\. ułamki o mianownikach 60, 62^2, $63^3, \ldots$, gdyż liczba 60 jest „numerus magis notus apud practicantes". Ten sześćdziesiątkowy system wykładania, oraz zastosowanie do znalezienia średnicy zodyaku (!) przypominają nam, że autor zwłaszcza astronomię uprawiał. Swoją drogą wartość owej średnicy jest nieco błędną.

Dalszy ciąg tekstu okazuje, jak kłopotliwem było wówczas mnożenie i dzielenie ułamków. Co do wzmianki „algorismi de minutiis" zob. uwagę 5.

10\. Ktoby to był ów Bohemus, niewiadomo. Pomimo zgodności takiej lekcyi w obu Cod. nie jest wykluczoną możebność korupteli z Boëthius, którego traktat muzyki się dochował. Johannes de Muris, dr i prof. teologii w Uniwersytecie paryskim (około r. 1300), pierwszy który mówi o kontrapunkcie, a którego „Muzyka" była traktatem wykładanym na wszystkich uniwersytetach średniowiecznych.

11. Powierzchnia koła $= \frac{\text{średnica}}{2} \cdot \frac{\text{obwód}}{2}$, a w ogóle w całym traktacie używa wyłącznie średnicy, nie zaś promienia koła. Dla powierzchni kuli oraz objętości ma poprawne wyrażenia (pomijając, że kulę niekiedy *circulus* nazywa): tak ostatnia ma u niego wartość $\frac{\text{pow.}}{3}$. promień, albo $\frac{11}{21}$ (średn)^3, co zasadza się widocznie na wartości $\frac{22}{7}$ dla π. Niema tu zresztą tej wątpliwości, z jaką współczesny prawie autor załatwia kwestyę objętości kuli pisząc: „De corpore vero spherico non habetur scientia recta: sed dicunt auctores quod capiatur maius quadratum spherici et cubetur et summa diuidatur per 21 et multiplicetur quotiens per undecim et prouenit capacitas corporis spherici..." (Pseudo-Beldomandi „Astrolabii quo primi mobilis motus deprehenduntur Canones, Pars II fol. d_6 recto, propos. 8-va, edycya wenecka Petri Liechtenstein z r. 1512, in 4-to; na ten niezmiernie rzadki druk będę się powoływał pisząc krótko PB.) Koniec ustępu 3-go jest oczywiście błędnym („sextuplae"), gdyż jeżeli stosunek średnic jest 3, to stosunek powierzchni = 9, a nie 6.

4. 12. Euclides. Teksty mają księgę XI-tą prop. prima, co poprawionem zostało.

13. Powierzchnia i objętość walca podana poprawnie; zauważę, iż poddziały objętości opierają się u autora zazwyczaj na liczbie 12.

5 14. Mowa o objętości naczyń kształtu stożka ściętego, stągwi i t. d. Jeżeli b i B oznaczają oba końcowe przekroje, h wysokość, to — według autora — objętość $= \frac{b+B}{2} \cdot h$, gdy w rzeczywistości $= \frac{1}{3}(b+B+\sqrt{bB})\,h$. Reguła autora daje więc objętość nieco za wielką, lubo dla b i B mało różnych błąd jest nieznacznym. Pomimo tego, wzór autora mógłby być i całkiem dokładnym, gdyby tworząca bryły (obrotowej) nie była linią prostą, ale posiadała kształt pewien oznaczony. Wyznaczenie tej postaci jest łatwem zagadnieniem rachunku całkowego.

Sposób podany przez autora polega na usiłowaniu sprowadzenia rachunku objętości takich naczyń do sposobu użytego przy walcu (*columna*); nazywa on to „*wyrównywaniem*" przekrojów. Tak samo postępuje przy obliczaniu objętości beczki.

Zawiera dwa zagadnienia dość ciekawe. Oba dotyczą objętości naczyń pękatych, ale postaci odmiennej.

15. Dla naczynia kształtu beczki poleca zmierzyć powierzchnię (tekst mówi *circumferentiam*) jednego lub drugiego dna i pomnożyć ją przez długość *krzywej tworzącej* całego naczynia. Jakie rozumowanie zdołało autora doprowadzić do tej konkluzyi, która *tylko* dla pewnych krzywych może być prawdziwą (prócz linii prostej), pozostaje zagadką, tem bardziej, że krzywe takie nie należą do najprostszych. Jakoż, biorąc oś beczki zaś oś X-ów, początek współrzędnych w środku osi, oznaczając półoś przez a, mamy dla objętości ciała obrotowego około tej osi prawdziwą wartość $2\pi \int_0^a y^2\,dx$ Oznaczając przez S całkowitą długość krzywej tworzącej, będzie $S = 2\int_0^a \sqrt{1+y'^2}\,dx$, gdzie dla krótkości $y' = \frac{dy}{dx}$, wreszcie powierzchnia dna $= b^2\pi$, przyczem $b = f(a)$. Jeżeli ma

być prawdą, co autor twierdzi, iż obj. $= b^2\pi . S$, to warunkiem tego będzie

$$\int_0^a \left[y^2 - b^2 \sqrt{1+y'^2}\right] dx = 0 ,$$

czemu można dogodzić dwojako. Raz kładąc $y =$ stałej $= b$ (co prowadzi do walca), drugi raz przyrównywając do zera czynnik w klamrze, a to prowadzi do związku:

$$x + c = b^2 \int \frac{dy}{\sqrt{y^4 - b^4}} ,$$

w którym całka należy do eliptycznych. Stała całkowania c wyznacza się z warunku, aby dla $x=a$ było $y=b$. Jeżeli krzywizna tworzącej jest małą, to parabola rozwiązuje zagadnienie ze znacznem przybliżeniem.

16. Drugie ze wspomnianych zagadnień dotyczy objętości naczyń kształtu kopuły wydłużonej albo też przewróconego tygla. Oznaczając promień podstawy przez b, długość krzywej tworzącej jak wyżej przez S, twierdzi autor, iż objętość takiej (obrotowej) bryły $= b^2\pi\ (S - b)$. Jak poprzednio, tak i teraz może to być prawdziwem jedynie dla pewnych szczególnych krzywych, a łatwy rachunek poucza, że równanie ich wyraża się funkcyami eliptycznemi, w szczególnych zaś razach logarytmowemi. Przykład liczbowy, jaki przytacza nasz autor, nie pozwala wątpić, iż omawiany *passus* tekstu tak a nie inaczej rozumieć należy. *Saccellus* (diminut. od *saccus*) dosłownie: woreczek, torebka.

Pochodzenie obu tych ciekawych reguł nie jest mi znane; traktat PB. nie zawiera żadnej z nich.

7. 17. Nazwa trójkąta równobocznego podana w tekscie jako oxyg.. (lekcya wątpliwa) jest mylną; powinno być *isopleter*. Tak ma również PB fol. d_4 recto propos. secunda, lubo brak mu znowu ciekawego przykładu liczbowego, jaki u naszego autora zaraz następuje.

18. G e b e r, właściwie Dżaber-ben-Aflah, astronom arabski, żyjący w Sewilli około 1050 po Chr. i później, znany przeciwnik rozwlekłych rachunków (stąd u W. S n e l l i u s a „calculorum osor“ zwany) jak niemniej Almagestu Kl. Ptolemeusza. Jest autorem Anti-almagestu, zwanego także „Almagestum abbreviatum“, który to traktat raz jeden tylko drukowany, zalicza się jako druk do największych rzadkości bibliograficznych. Tytuł brzmi: Gebri filii Affla Hispalensis, de Astronomia libri IX, in quibus Ptolemeum, alioqui doctissimum emendavit... per mag. Girardum Cremonensem, in latinum versi, Norimbergae 1534, in 4-to, przy druku: P. A p i a n i Instrumentum primi mobilis, tamże i w tym samym roku wytłoczonym. Rzecz szczególna, że rękopisy tego traktatu są mniejszą od druku rzadkością: sama Biblioteka Jagiell. posiada 4 kopie mss., z tych jedna arcyszacowną z XIV wieku (dar M i e c h o w i t y). K o p e r n i k, który znał dobrze i studyował traktat G e b e r a, dopisał przy własnym egzemplarzu „egregii calumniatoris Ptolemaei“.

Nasz Żórawiczanin znał dobrze traktat G e b e r a, skoro przytacza księgę i liczbę porządkową twierdzenia; bliskim jest domysł, iż jeden z dwóch kod. ms. Nr 1921 lub Nr 1924 Bibl. Jagiell. był niegdyś własnością Marcina (dwa inne: Nr 569 i Nr 1964 mają pochodzenie odmienne i wiadome). Z powodów, nad któremi nie mogę się tutaj rozwodzić, mniemam, iż był nim Cod. Nr 1924.

19. Wysokość trójkąta równobocznego, którego bok wynosi 7, ma się równać 6 (według G e b e r a przytoczonego przez naszego autora); wartość nieco za ma-

ła na wyrażenie $\frac{7}{2}\sqrt{3}$. To przybliżenie ilości niewymiernej mogło być znalezione metodą przypisywaną Chuquetowi (ob. Tannery w Biblioth. mathem., I pag. 17), o której śmiem twierdzić (na podstawie dokumentu dotąd niewydanego), iż jest znacznie starszą od Chuqueta (r. 1484). Oto jaki mógł być pochód rachunku.

Mamy

$$1^2 < 3 < 2^2, \quad \text{więc} \quad 1 < \sqrt{3} < 2,$$

z wartości $\frac{1}{1}$ i $\frac{2}{1}$ tworzy się przybliżenie $\frac{1+2}{1+1} = \frac{3}{2}$, a że

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 < 3 < 2^2 \quad \text{t. j.} \quad \frac{3}{2} < \sqrt{3} < 2,$$

więc z granicznych wartości $\frac{3}{2}$ i $\frac{2}{1}$ powstaje dalsze przybliżenie $\frac{3+2}{2+1} = \frac{5}{3}$, gdy zaś

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 < 3 < 2^2 \quad \text{t. j.} \quad \frac{5}{3} < \sqrt{3} < 2,$$

graniczne wartości $\frac{5}{3}$ i $\frac{2}{1}$ dostarczają nowego dla $\sqrt{3}$ przybliżenia $\frac{5+2}{3+1} = \frac{7}{4}$. Wreszcie ostatnie dwa przybliżenia spełniają nierówność

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 < 3 < \left(\frac{7}{4}\right)^2 \quad \text{t. j.} \quad \frac{5}{3} < \sqrt{3} < \frac{7}{4},$$

skutkiem czego dalsze przybliżenie będzie $\frac{5+7}{3+4} = \frac{12}{7}$, na którem wolno poprzestać. Przybliżona wartość dla $\frac{7}{2}\sqrt{3}$ byłaby więc $= \frac{7}{2} \cdot \frac{12}{7} = 6$, jak to Geber, a za nim nasz Marcin podaje.

8. 20. Obliczanie powierzchni trójkąta, przyczem niepotrzebnie odróżnia trójkąt równoramienny, różnoboczny i t. d., zupełnie jak PB. fol. d_4 recto i verso propos. 3, 4, 5, 6.

9. 21. Uczy znajdywać objętość graniastosłupa, polecając, aby w razie nierównej jego grubości „wyrównać“ przekroje sposobem wskazanym w ustępie 5-tym.

22. Ciekawy dodatek przytem umieszcza. Gdyby bryły miała *środkowy* przekrój (b_2) mniejszy od większej podstawy (b_1), a większy od mniejszej (b_3), to „wyrównanie“ przekrojów poleca wykonać sposobem jeszcze nieco innym. Tekst, nie dość tutaj jasny, dozwala na dwojaką interpretacyę myśli autora.

a) Tworzy obie średnie $\frac{1}{2}(b_2+b_1)$ i $\frac{1}{2}(b_1+b_3)$, a z nich znowu średnią t. j. $\frac{1}{4}(2b_1+b_2+b_3)$, co byłoby szukanym przekrojem, który pomnożony przez wysokość h takiego słupa, dawałby jego objętość.

Jeżeli zważymy, że dla b_2 (w razie tworzącej prostolinijnej) mamy $\sqrt{b_2} = \frac{1}{2}(\sqrt{b_1} + \sqrt{b_3})$, t. j. $b_2 = \frac{1}{4}(b_1+b_3+2\sqrt{b_1 b_3})$, objętość bryły byłaby według naszego autora

$$= \frac{1}{16}(9b_1+5b_3+2\sqrt{b_1 b_3}) \cdot h,$$

podczas gdy prawdziwą jej wartością jest $\frac{1}{3}(b_1+b_3+\sqrt{b_1 b_3}) \cdot h$, a łatwo zobaczyć, iż przepis autora dawałby objętość znacznie za wielką.

b) Biorąc najpierw różnice (według dosłownego brzmienia tekstu):

$$\frac{1}{2}(b_1-b_2), \quad \frac{1}{2}(b_1-b_3),$$

i łącząc je w średnią (przy tworzeniu bowiem połówky różnicy, jakby można dorozumiewać się zrazu, wypadłaby ilość b_1 całkiem z rachunku), otrzymamy najprzód $\frac{1}{4}(2b_1-b_2-b_3)$, co dodając do b_3, — jak tekst poleca, — znajduje się szukane przecięcie $= \frac{1}{4}(2b_1-b_2+3b_3)$. Podstawiając tutaj wartość za b_2 i mnożąc przez h, otrzymamy wyrażenie autora na objętość

$$\frac{1}{16}(7b_1 + 11b_3 - 2\sqrt{b_1 b_3})\,h,$$

dające wartości nieco za małe w porównaniu z obliczonemi na podstawie dokładnego wzoru $\frac{1}{3}(b_1 + b_3 + \sqrt{b_1 b_3})\,h$.

Jakie jest pochodzenie tych niezupełnie ścisłych dedukcyj, powiedzieć nie umiem.

23. Objętość pyramidy podana poprawnie; ma ją również druk PB fol. d_6 recto, propos. septima, jakoteż fol. d_5 verso, propos. tertia.

24. Powierzchnia czworoboku (kwadratu, prostokąta) podana tu na niewłaściwem miejscu; ma ją w odpowiedniejszem miejscu druk PB fol. d_4 verso, propos. septima et octava.

Koniec ustępu 9-go zawiera jedną z (wtrąconych ustnie?) glos, o których we wstępie.

10. 25. Zasługuje na uwagę doczepianie parzystej mnogości zer do liczb, z których ma być wyciągniętym pierwiastek kwadratowy. Tekst powołuje się w tym względzie na autora traktatu o ułamkach, być może, że i na własne swoje pisemko.

26. Dotyka kwadratury koła; termin *costa*, specyalnie przy tej sposobności używany, tłómaczę na polskie jako *strona*.

Przykład liczbowy, w którym dla boku kwadratu $= 6 + \frac{1}{5}$, średnica koła mającego powierzchnię równą kwadratowi, wynosić ma rzekomo 7 t. j. gdzie autor mniema, iż $\left(\frac{7}{2}\right) \pi = \left(\frac{31}{5}\right)^2$, doprowadza do wartości na π równej $\left(\frac{62}{35}\right)^2 = 3.1379\ldots$, a więc zanadto małej. Pochodzenie tego grubego przybliżenia nie jest mi znanem; w druku PB niema go wcale. Zaraz niżej mówi jednak autor, iż gdy średnica $= 7$, to nadmiar powierzchni kwadratu opisanego i koła wynosi $10^1/_2$; z uwagi, że podług tego $7^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 \pi = \frac{21}{2}$, mamy stąd dla π zwykłe przybliżenie $\frac{22}{7}$.

Reszta ustępu dotyczy stosunku powierzchni kwadratu wpisanego w koło i na tem samem kole opisanego.

11. 27. Objętość graniastosłupów, sześcianu; druk PB mówi o tem samem, nie używając jednak wyrażenia *cubicare* fol. d_5 recto i verso propos. prima, secunda, quarta i quinta. *Moles quadrati* — nieścisłe wyrażenie na objętość sześcianu foremnego. „Wyrównanie“ jak w ust. **5**, **9**.

12. 28. Powierzchnia trapezu, zwanego w tekście *elimphaerpha*, co jest zapewne koruptelą jakiegoś wyrazu arabskiego. Druk PB. ma to samo, ale pisze *elmuhaim*, przyczem na egzemplarzu, który mam przed sobą, dopisała ręka z XVI-go wieku (Piotr Myszkowski, późniejszy biskup krakowski) *helmuanipha* (sic!).

29. Powierzchnia pięcioboku foremnego przedstawia ciekawy *specimen* przybliżeń znanych w średnich wiekach, szkoda tylko, że tekst w tem miejscu jest widocznie nieco defektownym, co nawet z pomocą druku PB — który mówi o tej samej rzeczy — nie daje się uchylić. Można się doczytać, iż dla boku a należy utworzyć wyrażenie $(3a^2-a)$; ale co dalej, niewiadomo. Druk PB podaje rozwiązanie tego samego zagadnienia (swoją drogą błędne) w tych słowach: „Propositio nona.—Pentagone figure area scitur equatium laterum, ut unum latus in seipsum ducatur et triplata summa, a toto quantitas unius lateris dematur et residui medietas ostendit propositum, ut patet in figura“, (fol. d_5 *recto*) przyczem figura przedstawia pięciobok foremny z dwiema przekątnemi, wychodzącemi z jednego wierzchołka. Autor PB twierdzi więc, że powierzchnia tej figury $= \frac{1}{2}(3a^2-a)$, co nie może być prawdziwem nie tylko dla dowolnego a, ale—biorąc rzecz liczbowo—nawet dla żadnej wartości na a, skoro powierzchnia rzeczona ma wartość prawdziwą

$$\frac{a^2}{4}\sqrt{25+10\sqrt{5}}\ .$$

Początek reguły naszego autora jest zgodnym z regułą, jaką druk PB. podaje: obaj tworzą wyrażenie $(3a^2-a)$. Czy nasz autor brał z tego połówkę jak to czyni PB., trudno odgadnąć, skoro tu właśnie tekst ma lukę (w obu kodeksach mss.). Mniemam przecież, że zatracone wyrazy polecały wykonać *co innego*, a nie dzielenie przez 2, jak to ma druk PB. w powołanem miejscu. Raz że brzmienie tekstu „Duc igitur unum latus in se, 4 per 4 et sunt 16, et productum multiplicetur per 3, et sunt 48, et a summa exeunte, scilicet 48, subtrahatur quantitas unius lateris, scilicet in exemplo 4, et remanent 44 . . . et quod remansit post subtractionem, et in exemplo sunt 30 post subtractionem [est] area pentagonae“ wyraźnie wskazuje, iż ostatniem działaniem było *odejmowanie*, podczas gdy w druku PB jest niem *dzielenie* (przez 2), powtóre zaś dla tego, że w razie dzielenia przez 2, końcowy rezultat byłby $\frac{1}{2} . 44 = 22$, a nie 30 jak to tekst podaje. Obie zresztą te wartości są błędne, skoro dla $a = 4$, powierzchnia pięcioboku foremnego wynosi 27,52... Miejsce tekstu wykropkowane (po liczbie 44) odpowiada wyrazom zaginionym.

Cały wywód jest błędny, chociażby i dla tego jedynego powodu, iż od ilości dwuwymiarowej $3a^2$ t. j powierzchni, odejmuje się ilość jednowymiarowa a t. j. długość [1]. O pięcioboku mówi tekst zresztą jeszcze w następującym ustępie, znowu prawdę z nieprawdą mieszając.

13. 30. Większa część ustępu ma tekst bałamutny. Jeżeli np. powiada (mówiąc dzisiejszym językiem matem.), że gdy bok *pięcioboku* foremnego $= a$, to wysokością któregokolwiek z pięciu składowych trójkątów równoramiennych będzie $\frac{6}{7}a$, to jest to nieprawdą, a stosować się może (jako znaczne przybliżenie) tylko do *sześcioboku* foremnego (porówn. uwagę 19). W całym też ustępie pomieszane są widocznie obydwa te wieloboki foremne. Gdy bok $= 4$ to wspomniana wysokość wynosi (przy pięcioboku) 2,752.., a nie $3\frac{3}{7}$, jak tekst podaje, co znowu może się odnosić tylko do sześcioboku, rozumie się, że w przybliżeniu $\left(\frac{6}{7} \cdot 4 = 3 + \frac{3}{7}\right)$. Emendacya tekstu wymagałaby więc tutaj pisania *figura hexagona* wszędzie zamiast *f. pentagona*. Związek, jaki upatrywałem zrazu między tą rzeczą, a konstrukcyą „foremnego" pięcioboku w pismach Fibonacci'ego (Opuscoli di Leonardo Pisano, pubblicati da Baldassarre Boncompagni, Seconda edizione, Firenze 1856 „De compositione pentagoni equilateri in triangulum equicrurium datum" pag. 40) nie wydaje mi się prawdopodobnym.

14. 31. Znowu powraca do objętości słupów i „wyrównywania" ich przekrojów.

15. 32. Rozpoczyna właściwy traktat, zapowiadając 3 rozdziały: Altimetra i t. d. (cf. notę 3); co do narzędzi mierniczych, które tu wymienia, czytaj historyą astronomii Bailly'ego R. Wolfa i inne. Opis i rycina narzędzia, zwanego *torquetum*, w rzadkiej dziś książce: Scripta clarissimi Mathematici M. Joannis Regiomontani, De Torqueto. Astrolabio armillari, Regula magna Ptolemaica, Baculoque astronomico,... (wyd. Joannes Schonerus), Item Libellus M. Georgii Purbachii de Quadrato geometrico ...Norimbergae, A. D. 1544, in 4-to; fotograficzna podobizna owej ryciny oraz bliższe opisanie przyrządu we wspomnianej już monografii (Marcin Bylica z Olkusza i t. d.) na str. 81—94. O narzędziu zwanem *Saphaea* czyt. Montucla Hist. des Math. T. I pag 366, oraz artykuł p. M. Steinschneider w Biblioth. mathem, T: IV (ex 1890) pag. 11—12. Druk P B. niema nic o tych narzędziach (z wyjątkiem astrolabium i pręta = virga).

16 i 17. 33. Użycie pręta do najprostszych zagadnień miernictwa na podstawie własności trójkątów podobnych. Druk PB. mówi o tem samem fol. c_3 recto-verso, propos. quinta; to samo o wszystkich prawie następujących zagadnieniach naszego autora. Znowu wzmianka o „wyrównaniu" przekrojów (zob. ust. 5, 9, 11 i 14).

18—25. 34. Szereg prostych zagadnień geometrycznych, dających się wykonać praktycznie za pomocą pręta (virga), nie wymaga żadnego pojaśnienia tam nawet, gdzie

[1] Por. w tym względzie uwagi, jakie ma Hankel (l. c. pag. 296—297) o pismach rzymskich agrimensorów.

tekst jest niedość jasny lub defektowny (ust. 18 pod koniec zwłaszcza, 23). O wszystkiem tem jest mowa w PB., który kreski na łacie mierniczej zowie też „*puncta*“, jak i nasz autor. Różnice, jakie dostrzegam są następujące:

a) Druk PB. prawie nigdy nie podaje przykładów liczbowych, które nasz autor ciągle przytacza;

b) PB., prócz używania pręta, poucza zarazem rozwiązywać te same zagadnienia za pomocą astrolabium, czego niema u naszego autora;

c) W ustępie 22-gim wspomina nasz autor o zastosowaniu listewki z otworkiem, w ust. 22—24 o użyciu widełek (*furcula*), czego wszystkiego w druku PB. niemasz.

Zagadnienie w ust. 21-szym należy do zmyślniejszych.

26. 35. Użycie zwierciadła do znalezienia wysokości pewnego przedmiotu polega na równości kątów padania i odbicia. Druk PB., podając ten sposób (fol. c_4 *recto*, propos. octava) motywuje go wyraźniej mówiąc: „Et virtus huius est quia angulus contingentie et reflexionis sunt equales“, czego niema w naszym tekscie, jakoteż liczbowego przykładu jaki tam się znajduje. Wzmiankę o tej samej metodzie ma także zapiska w rękopisie Bibliot. Jagiell. Nr 1927, in 4-to pap. z r. 1444 i 1445 pisana ręką Jana z Olkusza na str. 197.

27. 36. Tu rozpoczyna drugą część traktatu, którą zwie *Planimetra* (sic!), gdzie chodzi po prostu o sztuczny pomiar (choć b. prostemi środkami) długości w kierunku poziomym, co przeciwstawione (oczywiście najniepotrzebniej) pierwszej części (*Altimetra*) gdzie chodzi o długości w kierunku pionowym. Rozwlekły i nużący tekst rozumiem tak. Szukamy długości bd na płaszczyźnie poziomej; b jest stanowiskiem pręta pionowego ba (a jest górnym jego końcem). W punkcie c tego pręta przytwierdzony jest drugi pręt cf krótszy i poziomy tak, iż kraniec jego f zwrócony jest ku punktowi d, do którego przez a i f celujemy. Wówczas podobieństwo trójkątów abd i acf daje

$$bd = \frac{ab \cdot cf}{ac}.$$

Punkt a jest miejscem oka; jeżeli pręt poziomy cf jest za długi, to można go albo odpowiednio skrócić, albo też punkt c wziąć bliżej ziemi, tak iżby trzy punkty a, f, d leżały na jednej linii prostej. Figurę nakreśli sam czytelnik z łatwością. Poprawka, wywołana ewent. pochyłością płaszczyzny, na której leży mierzona długość, o czem mowa w drugiej części ustępu, jest dostatecznie zrozumiałą.

Druk PB. ma to samo zagadnienie (fol. c_8 *recto-verso* propos. quinta) w niewiele odmiennej postaci; to zaś, co mówi o takim samym podwójnym pręcie (fol. c_1 *verso*), zasadza się na użyciu cienia, jaki pręt rzuca.

28. 37. Druk PB. ma rzecz podobną (fol. c_8 *verso*, propos. sexta), używa jednak zwierciadła poziomo leżącego (por. uwagę 26), co dla mnie nie dość jasne.

29. 38. Tekst tutaj dostatecznie zrozumiały; druk PB. nic o tem nie ma.

30. 39. W sześciowierszu łacińskim wiersz pierwszy nieco bałamutny: połatało się wedle możności za pomocą spisu miar wymienionych we wstępie traktatu. Druk PB. ani prozą ani też wierszem nie ustala wzajemnego stosunku tych rozmaitych jednostek długości.

31. 40. Rozpoczyna trzecią (zapowiedzianą) część swego pisemka t. j. *Profundimetra*. Druk PB. jednoczy „stereometryę“ z „profundimetryą“, mówiąc (fol. d_2 *recto*):

„Steriometram, hoc est profunditatum quantitates ostendere, putei igitur cuius...“; zagadnienie tego ustępu ma druk na fol. d_2 *verso* — fol. d_3 *recto* (propos. quinta) nadmieniając, że „...similiter possumus sine instrumento, cum virgis...“ rzeczoną głębokość zmierzyć.

32. 41. To samo zagadnienie rozwiązuje za pomocą zwierciadła. Druk PB. ma obydwa zagadnienia 31 i 32 (fol. d_3 *recto*, propos. sexta) *w tym samym porządku*, co i nasz traktat. Druk niema jednak przykładu liczbowego, jaki przytacza nasz autor.

33. 42. W druku PB. niema tego (bardzo zresztą pierwotnego) sposobu. Tekst łaciński bałamutny.

34—35. 43. Prócz zagadnienia w ust. 38 (zob. niżej), może najbardziej zmyślne z całego pisemka. Pomimo, iż tekst jest tutaj nieco defektownym, zrozumienie jego nie przedstawia żadnych trudności. Rzecz polega oczywiście na podobieństwie dwóch par trójkątów, jakie otrzymuje się celując do oznaczonego punktu (*mira*) górnym końcem pręta z dwóch różnych stanowisk. Druk PB. mówi o tem fol. c_6 *verso* — c_7 *recto*, propos. 17 i 18, ma jednak jeszcze odmienny sposób (ibid. propos. 15 i 16), zasadzający się na użyciu astrolabium, czego niema u naszego autora.

36. 44 Rozpoczyna się rozdział „nadprogramowy“ t. j. *Stereometra*, której nie zapowiadał w przedmowie, a właściwie którą oddzielił M a r c i n od profundimetryi, co w druku PB. razem połączone. Wiele w tym ustępie niepotrzebnego gadulstwa; tych samych rzeczy można się doszukać i w druku, ale tu są one na różnych kartach porozrzucane.

37. 45. W tym ustępie i wszystkich następnych jest mowa o zastosowaniach t. z. *kwadratu geometrycznego*, także *gnomonem* zwanego, do zagadnień geometryi praktycznej. Ostatnia nazwa jest o tyle niewłaściwą, ile że już inne (stare) narzędzie nosi tę samą nazwę. Za wynalazcę uchodzi pospolicie J e r z y P e u r b a c h (1423—1462) z tej racyi, iż pomiędzy pisemkami R e g i o m o n t a n a wydanemi przez S c h o n e r a p. t. Scripta Clarissimi Mathem. M. Joannis Regiomontani, De Quadrato geometrico“ znajduje się opis tego narzędzia. Jeżeli M o n t u c l a (Hist. des Mathém. I p. 540) na tej podstawie utrzymuje, iż „...P u r b a c h est l'inventeur d'un instrument, connu dans la géométrie pratique sous le nom du *quarré* géomtrique; i paroit etre le premier qui ait employé le fil à plomb pour marquer les divisions d'un instrument...“, to ostatniemu twierdzeniu muszę stanowczo zaprzeczyć, skoro w gnomonice A b u l-H a s s a n-A l i'ego, napisanej w XIII-tym wieku (wyd. przez p. S é d i l l o t, ojca p. t. Traité des instrum. astronom. des Arabes) jest o tem jako o rzeczy wcale nie nowej. Druk PB. którego autorstwo opierało się niewątpliwie na źródłach *arabskich*, utwierdza nas jeszcze bardziej w tym względzie. Autor, ktokolwiek nim był, przyznaje rzetelnie:

> „Unde est quod *antiqui* mediantibus instrumentis quibusdam artificialibus adinvenerunt artem, qua mediante rerum quantitates faciliter cum certitudine dignoscatur (sic!), inter que *quadrans gnomo* principale fuit prescise (sic!) naturam rei insequens, ut patet in figura. In quo quidem *gnomonico quadrante* sunt prime due linee...,“ (Pars II, fol. b_8 *verso* — fol. c_1 *recto*),

a figura dołączona rozprasza do reszty wątpliwość, jakoby opisywane narzędzie było czem innem, a nie kwadratem geometrycznym „P e u r b a c h a“ albo przynajmniej owem *quadratellum*. Zauważę jeszcze, że druk PB. ma *znacznie* mniej szczegółów dotyczących budowy i sposobu sporządzania tego narzędzia, aniżeli nasz autor: nie wspomina słowem o takich *pinnulae*, *regula*, *circinus*, i t. p. nie doradza sporządzania tego kwadratu ze spiżu (*aurichalcum*), jak to w naszym tekście czytamy. W obu traktatach zresztą jest o narzędziu mowa przy sposobności odmiennej: tu na samym końcu, w druku PB. we wstępie do (II-ej części) pisemka. Co zaś czytamy o kwadracie „seu altimetra in dorso astrolabii“ (fol. c_3 *recto*) odnosi się już do pomiaru wysokości przedmiotu za pomocą cienia.

38. 46. Zapewne najtrudniejsze — na owe czasy — zagadnienie dające się rozwiązać za pomocą kwadratu geometrycznego. Chcąc, z uwagi iż tekst jest nieco defektownym, oszczędzić czytelnikowi zachodu połączonego z odgadywaniem pochodu myśli autora, przytaczam jak najzwięźlej wywód jego prawidła. Figurę nakreśli z łatwością sam czytelnik.

Prosta pozioma HR (H na lewo) niech wyobraża horyzont, nad którym wznosi się w punkcie H wysokość $HS=x$, o którą chodzi, przyczem spodek H jest niedostępnym. Mamy narzędzie (t. j. „kwadrat geometryczny“) $ABCD$ o boku $= a$ i przypuśćmy, że oś obrotu przeziernika (t. j. dyoptry, *regula*) jest we wierzchołku A, dalej że kwadrat ten ustawiliśmy bokiem DC na płaszczyźnie poziomej (więc na linii prostej HR) tak, iż znajdzie się on w płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez HS, przyczem wierzchołek D będzie bliższym punktowi H, aniżeli wierzchołek C, a to samo wierzchołek A (oś przeziernika) bliższym prostej HS, aniżeli wierzchołek B. Stosownie do tego, co tekst powiada, dwa boki kwadratu DC i CB, ale tylko te dwa, noszą na sobie podziałkę, na którą będzie wskazywała linia AE (punkt E na figurze znajdzie się już pod poziomem HR), wyobrażająca przeziernik odpowiednio nastawiony. Celując przeziernikiem ku wierzchołkowi S przedmiotu niedostępnego HS, sprawimy iż trzy punkty S, A i E znajdą się na jednej linii prostej; wówczas przeziernik AE, który musi być nieco dłuższym od przekątni całego kwadratu, przetnie podstawę narzędzia, t. j. bok DC, w punkcie F. Odczytaną na podziałce DC długość DF zowie traktat „podstawą“ (*basis*); oznaczmy ją krótko głoską b, a wreszcie długość HD nazwijmy n. Ilość ta zresztą wypadnie całkiem z rachunku. Oko geometry należy sobie wyobrażać w punkcie F. Ponieważ znalezienie wysokości $HS=x$ wymaga użycia narzędzia na dwóch rozmaitych stanowiskach, więc figura (tu nienakreślona) będzie przedstawiała kwadrat $ABCD$ w dwóch położeniach, co uwydatnimy za pomocą skaźników 1 wzgl. 2 przy odpowiednich głoskach, ustalając zarazem, iż w pierwszem położeniu narzędzie jest bliższem przedmiotowi HS, w drugiem zaś bardziej odeń odległem. Rozumie się, że 6 punktów D_1, F_1, C_1, D_2, F_2, C_2 leży na jednej i tej samej prostej poziomej HR, jakoteż że (stosownie do tego jak to tekst nasamprzód zastrzega) w obu tych położeniach przeziernik przecina poziomą podziałkę (t. j. $D_1\, C_1$ wzgl. $D_2\, C_2$) nie zaś pionową (t. j. $B_1\, C_1$ wzgl. $B_2\, C_2$).

Z podobieństwa trójkątów $H\, F_1\, S$ i $D_1\, F_1\, A_1$, dalej z podobieństwa drugiej takiej pary na drugiem stanowisku, mamy

$$HS : HF_1 = D_1\, A_1 : D_1\, F_1 \quad \text{i} \quad HS : HF_2 = D_2\, A_2 : D_2\, F_2\,;$$

podstawiając wartości literalne i zważając, że $HF_2 = HD_1 + D_1\, F_1 + FF = n + b_1 + s$, napiszemy

$$x : n + b_1 = a : b_1 \quad \text{i} \quad x : n + b_1 + s = a : b_2\,,$$

a stąd, po wyrugowaniu n,

$$x = \frac{as}{b_2 - b_1}. \tag{1}$$

Tu $s = F_1 F_2$ jest widocznie odstępem położeń oka na obu stanowiskach.

Rzecz godna zastanowienia, iż autor — zamiast tak prostego przepisu, jak wyrażony otrzymaną równością — używa reguły znacznie zawilszej lubo całkiem poprawnej. Trzymając się ściśle brzmienia tekstu, wytworzymy związek

$$x = \left[\frac{b_1 s}{b_2 - b_1} + s\right] . \frac{a}{b_2}, \tag{I}$$

który, po wykonaniu działań i skróceniu przez b_2, zamienia się na równość poprzednio znalezioną. Gdy tam już trzy działania (jedno odejmowanie, mnożenie i dzielenie) wystarczają, potrzeba ich tu aż sześć.

Pewne zamięszanie w tekscie tego ustępu, występujące m. i. w zdaniu „...hoc est [duc] minorem (vel maiorem) basim in distantia duarum stationum..." gdzie dwa wyrazy „vel maiorem" nie mogą żadną miarą figurować bez uchybienia prawdzie matematycznej, naprowadzają mię jednak na myśl, iż wyrazy te są może pozostałością *drugiego* rozwiązania tego samego zagadnienia, a mianowicie rozwiązania zawartego we wzorze

$$x = \left[\frac{b_2 s}{b_2 - b_1} - s\right] . \frac{a}{b_1},$$

gdzie „maior basis" t. j. b_2 jest mnożoną „in distantia duarum stationum", t. j. przez s. Jeżeli domysł ten jest uzasadnionym, to luki tekstu, jakie tu się znajdują, zawierać musiały wzmiankę zamiany $+s$ na $-s$ wewnątrz klamry (mówiąc dzisiejszym językiem matematycznym), jako też zamianę ostatniego dzielnika b_2 na b_1.

Druk PB. niema wcale tego zagadnienia jako też szczegółów, które niżej.

39. 47. Przy pomiarach wysokości nizkich albo też odległych przedmiotów (niedostępnych) kąt SFH będzie zawsze dość mały, skutkiem czego zdarzy się najczęściej, iż przeziernik AE przetnie podziałkę pionową CB, a nie poziomą DC, jak to w ustępie poprzedzającym było przyjętem. Poucza więc autor dodatkowo, jak wówczas dojść do znajomości „podstawy" t. j. długości b. Nakreśliwszy figurę w ten sposób, iż przedłużenie prostej SA trafia naprzód prostą BC w punkcie G, a następnie (opuściwszy pole kwadratu) spotyka przedłużenie prostej DC w punkcie F, otrzymamy z podobieństwa trójkątów ABG i CFG proporcyę:

$$AB : BG = CF : GC;$$

a oznaczając długość BG (od B liczoną) przez c i zważając że „podstawą" b jest teraz prosta DF:

$$a : c = b - a : a - c, \qquad \text{skąd} \qquad b = \frac{a^2}{c},$$

zgodnie z tem, co w tekście czytamy. Jak wpierw tak i teraz, głoska a oznacza długość boku kwadratu.

40. 48. Dość niespodziane przejście od skali długości do skali *kątowej*; uczy sporządzać podziałkę ćwiartki okręgu koła na 90 stopni i to nieco wytworniejszą, skoro

„propter pulchriorem modum“ zatacza dwie poblizkie współśrodkowe ćwiartki, odznaczając na drugiej z nich każdą piątą kreskę. Jest to więc *kwadrans*, jak go opisują np. bezimienny autor znanego dobrze traktatu „Compositio quadrantis“ (Incip. „Compositurus quadrantem, accipe tabulam...“), wykładanego po uniwersytetach w całem średniowieczu, albo Profatius Montipessulanus (=Jacobus ben Mechir) a przed nim jeszcze Joannes Philoponos, że już nie cofniemy się do podobnego narzędzia przez Kl. Ptolemeusza (Almag. Lib. I, cap. 11) opisanego. — W druku PB. nie znajduję szczegółów tego ustępu.

41—43. 49. W tych trzech ostatnich ustępach nie podaje tekst nic istotnie nowego. Rozwlekłe, a przecie nie dość jasne, wywody autora dotyczą wynajdywania wysokości przedmiotów dostępnych i niedostępnych za pomocą odcinków, bądź to na pionowej podziałce kwadratu geometrycznego, dla których w średnich wiekach używano pospolicie terminów „latus umbrae rectae“ albo też „versae“. (Autor nasz pisze wprost „umbra recta“ wzgl. „versa“). Jak to rozumiano, można się dowiedzieć z przytoczonych wyżej pisemek o budowie i użyciu kwadransów albo też z historycznych dzieł Bailly'ego, Delambre'a, Wolfa i t. d. Druk PB. podaje w tym względzie następującą informacyę: „Et totum illud... n linea *bd* (na figurze pionowy bok kwadratu) comprehenduntur in 12 punctis. Qua de causa dicuntur puncta *versa*... et alia puncta in linea *cd* (na figurze poziomy bok kwadratu) dicuntur puncta *umbre recte* sive extense. ...Umbra autem recta seu extensa est omnis rei erecte super superficiem terre: et sive longa sive brevis imaginatur dividi in 12 partes quarum quelibet dicitur punctum. Umbra vero versa seu erecta est omnis rei equidistantis superficiei orizontis infixe in aliqua re : et similiter ut alia in 12 dividitur...“ (Pars II, fol. c_1 *verso*).

Ustępowi 41-mu brak najwidoczniej zakończenia: skoro bowiem chodzi o znalezienie wysokości przedmiotu niedostępnego, to do rachunku wejść musi koniecznie odległość s obu stanowisk, o czem tekst ani słowem nie wspomina. Tę lukę można jednak uzupełnić z łatwością. Podstawiając we wzorze (1) za b_1, b_2 wartości $\frac{a^2}{c_1}$, $\frac{a^2}{c_2}$ i skracając przez a, otrzymamy,

$$x = \frac{s}{\frac{a}{c_2} - \frac{a}{c_1}}, \tag{2}$$

co dokładnie odpowiada wywodowi rachunkowemu (lubo niedokończonemu) w tekście. Pierwowzór po wyrazach „...mensura quacumque volueris“ musiał mieć tedy jeszcze *passus* w rodzaju „denique divide hoc spatium per differentiam prius inventam, et quotiens quod proveniet erit quaesita altitudo rei inaccessibilis“, lub coś podobnego Ustęp ten, jakoteż dwa ostatnie (t. j. 42 i 43) wiążą się zresztą bardzo luźnie z ustępem 40-tym, gdzie autor, porzucając skale długości na narzędziu, zabrał się do skali *kątowej*, a gdzie czytelnik może już oczekiwał użycia choćby najprostszych środków, jakich trygonometrya dostarcza. W całym traktacie niema żadnej wzmianki, któraby wskazywała, iż autor przy zagadnieniach geometryi praktycznej posługiwał się także funkcyami trygonometrycznemi. Tem dziwniejszem musi się to wydawać, ile że w ustępie 40-tym widocznie do tego się przysposabiał, dalej że ta dziedzina geometryi była mu niewątpliwie znaną, chociażby ze Syntaxy Klaud. Ptolemeusza i studyowanego przezeń Anti-Almagestu Gebera.

Druk PB, którego bliskie powinowactwo z traktatem Żórawiczanina wydaje się niewątpliwem, zawiera na końcu 3-ego rozdziału (*profundi-*

metria) dodatek jakiego niemasz—a szkoda—w pisemku naszego autora. Fol. d_3 *verso* czytamy:

„Notandum quod si non haberes scalam et velles metiri per quartam altitudinis, ecce pomituur (sic!) tabula per quam scias puncta umbre recte correspondentia gradibus altitudinis",

Poczem zaraz następuje tablica, z której kilka liczb wyjmujemy:

gradus	partes	min.	gradus	partes	min.
1	0	13	25	5	36
2	0	25	30	6	56
3	0	38	35	8	24
5	1	3	40	10	4
10	2	7	45	12	0
15	3	13	50	14	18
20	4	22	60	20	47

(Tablica sięga do 68^0 i zajmuje pół stronnicy in 4-to). Ponieważ bok kwadratu wynosi 12 partes (tak w PB. jak i u naszego autora), więc mamy tu przed sobą widocznie tablicę *stycznych goniometrycznych*, którą autor PB.—kończąc ów dodatek—uczy się posługiwać. Czy taka tabelka znajdowała się w pierwowzorze naszego pisemka i to tam gdzie najwłaściwsze byłoby dla niej miejsce (zaraz po ust. 40), nie śmiem utrzymywać. Zaznaczę jedynie, że bez niej cały ustęp 40 nie miałby tak celu jak i znaczenia w całości traktatu.

Druk PB. na który wypadało nam tutaj wielokrotnie się powoływać, należy do największych rzadkości bibliograficznych. Jeden jego egzemplarz znajduje się w Bibliotece Jagiell. w Krakowie (ten mam przed oczami), drugi i ostatni ze znanych dotąd ma Biblioteka Marciana we Wenecyi. Egzemplarz krakowski tworzy część składową kwartantu mieszanego, zawierającego pięć rozmaitych traktatów matematycznych (różnego pochodzenia razem oprawnych) jako to: a) Sphęra Mundi (Joan. de Sacro Busto), Teoricae novae planetarum mag. G. Purbachii t. d., wydanie weneckie Octaviani Scoti z r. 1494; b) Tabule astronomice Divi Afonsi Regis Romanorum et Castelle..... wydanie weneckie Petri Liechtenstein z r. 1518, (dzisiejsze sygnatury biblioteczne tych dwóch druków są: Mathesis 1659 i Mathesis 33). Następuje c) druk *który właśnie nas zajmuje*, a o którym zaraz, dalej ciekawy traktat d) Joannis Baptiste Amici Cosentini de Motibus corporum coelestium... wydanie weneckie Joannis Patavini et Venturini Roffinello z r. 1536, (sygnat. bibliot. Mathesis 43), a wreszcie e) Algorismus Domini Joannis de Sacro Busco noviter impressum, wydanie weneckie Melchioris Sessa et Petri de Ravanis z r. 1523 (sygn. bibliot. 1645). Cały ten wolumin był niegdyś własnością Piotra Myszkowskiego, jak świadczy zapiska ręką Jana Brożka na pierwszej karcie pierwszego druku umieszczona: „Liber iste fuit Illustrissimi Domini Petri Myszkowski, Episcopi Cracoviensis, et notae in hoc libro manu ipsius sunt notatae cum adhuc variis scientiis daret operam in Studio Patavino", a zaraz poniżej tą samą ręką: M. Joannes Broscius Curzeloviensis possidet 1619". Cały kwartant jest pełnym zapisek charakterystycznej ręki Myszkowskiego; z nich dwie posłużyły do wykrycia nazwiska autora bezimiennego traktatu, o którym wyżej pod c) napomknęliśmy.

Tytuł tego pisemka jest: „Astrolabii quo primi nobilis motus deprehenduntur Canones. Istrumentum Astrolabii etiam Impressum et Venetiis in officina Petri Lichtenstein Colonlesis Germani anno 1512 (sygnat. biblioteczna: Mathesis 308) i składa się ono z 30 kart (łącznie z tytułową) z których 15 przypada na część pierwszą i tyleż na drugą o treści niewymienionej na karcie tytułowej. Karty są nieliczbowane, u dołu zwykłe „kustosze" a_1 a_2 a_3 i t. d., druk gocki, papier tęgi, cały zaś egzemplarz wybornie dochowany.

Ponad tytułem pierwszej części (fol. a_2 *recto*): „In opus et instrumentum astronomicum Astrolabium uel Planispherium appellatum Canones incipiunt Felicibus astris" dopisała ręka Myszkowskiego: „Prosdocimi de Beldemandis Patavi"; zapiska ta, łącznie z innemi wiadomościami znanemi już dawniej z monografii: Intorno alla vita ed alle opere di Prosdocimo de Beldomandi, Matematico Padovano del Secolo XV, per Antonio Favaro (w Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e fisiche, pubbl. da B. Boncompagni, Roma, T. XII, 1879 pag. 1—74 i 115—251), jakoteż z innemi jeszcze zapiskami ręki Myszkowskiego, posłużyła do wykazania, iż autorem pisemka, a przynajmniej pierwszej jego części, był *niewątpliwie* rzeczony Prosdocimo de Beldomandi, matematyk uniwersytetu padewskiego zmarły tamże w r. 1428. Nie tu miejsce wdawać się w szczegóły diagnozy autora, osiągniętej na drodze dość niezwykłej; ciekawy czytelnik znajdzie cały wywód rzeczy w artykule prof. A. Favaro: Intorno ad un trattato anonimo sull' Astrolabio riconosciuto opera di Prosdocimo de Beldomandi (w Biblioth. mathem. publ. par G. Eneström 1890, T. IV pag. 81 i nast.), oraz w dodatkowych uwagach p. P. Riccardi (ibid. pag. 113—114)

Druga część traktatu, na którą powoływaliśmy się znacząc PB. (=Pseudo-Beldomandi), nosi nadpis: „Partis secunde huius de mensurationibus rerum tractatulus incipit", poczem tekst rozpoczyna się w te słowa: „Mensurationum genera declarare. Genera quippe mensurationum triplicia in usu ut plurimum versantur, scil. Altimetra, Planimetra et Seriometra (sic!). Altimetra est de mensuratione quantitatis secundum unam...". W poprzedzającem wykazaliśmy blizkie powinowactwo tej części PB. całego druku z pisemkiem naszego Marcina, zwracając zarazem uwagę na różnice pomiędzy niemi, możemy więc oszczędzić sobie przytaczania miejsc, w których jeden autor parafrazuje wyraźnie zdania drugiego. Miejsc takich jak:

PB.	Marcin z Żórawicy.
Sed notandum quod ..... quantitates ille que apud multos sunt usitate differunt scilicet digitus, palma, cubitus, passus, pes, ulna pertica, que est longitudo 14 pedum, stadium, milliare, leuca et his consimiles.	Notae vero quantitates sunt palmus, cubitus, ulna, pes, passus, stadium, miliare, leuca, mentus teritima etc.

możnaby kilkanaście przytoczyć.

Prof. A. Favaro, który nie miał w ręku egzemplarza krakowskiego, a znał go jedynie z opisu i częściowych wyciągów przezemnie sporządzonych, zauważył kilka szczegółów czysto bibliograficznych, nie dających się, według jego zdania, pogodzić z blizkiem tu przypuszczeniem, że autorem owej drugiej części pisemka (t. j. druku PB) jest również Beldomandi i mniema, że autorstwo jej należy się raczej samemu Piotrowi Liechtenstein, t. j. drukarzowi całego pisemka.

Ważne wskazówki, których tu (by nie przekroczyć właściwych granic) nie przytaczam, rozpraszają według mnie wątpliwości co do autora traktatu PB Za autora całego dziełka (wzgl. kompilatora) nie waham się uważać matematyka Beldomandi. Dodam, iż owa dyagnoza „Prosdocimi de Beldemandis Patavii" wpisana ręką Myszkowskiego na czele całego pisemka, mogła pochodzić jedynie z informacyj udzielonych ustnie temu ostatniemu przez Fryderyka Delphinus „Astrologi celeberrimi" (jak inna zapiska go nazywa), profesora uniwersytetu padewskiego, nauczyciela naszego Myszkowskiego, a wreszcie następcę Beldomandego na katedrze tego samego przedmiotu. O tym drobnym szczególe, wykazanym najprzód przezemnie a potwierdzonym następnie przez p. Favaro, nie wspominałbym, gdyby nie okoliczność, iż ów Delphinus pozostawił w swych pismach dowody świadczące o wielkim (swym i bezpośrednich swych poprzedników) pietyzmie dla pamięci i prac naukowych Beldomandego. Dumny ze swego uczonego Uniwersytet padewski, jak później wiedeński z Peurbacha, krakowski z Brudzewskiego, a konserwatywny jak każdy inny Uniwersytet średniowieczny, podniósł wysoko traktaty przezeń spisane, kopiował je komentował ustnie bodaj, jeżeli nie pisemnie. Jeżeli jeszcze podczas pobytu Myszkowskiego w Padwie, już w XVI w., traktat Beldomandego służy profesorowi uniwersytetu za drogoskaz jego wykładów, to czyż mogło być tam inaczej w roku 1446 lub 1447 podczas pobytu Żórawiczanina w tem mieście, gdy nawet 20 lat od śmierci Beldomandego nie upłynęło? Jak wreszcie pomyśleć, iżby nasz Żórawiczanin dostępujący o tych czasach stopnia magistra w Padwie, miał nieznać traktatów Beldomandego, podówczas tam wykładanych?

Przywiedzione okoliczności łącznie z faktem, że główny trzon geometryi Żórawiczanina jest identycznym rzeczowo z drugą częścią traktatu Beldomandego [1]), składają się razem na uzasadniony mniemam, domysł, iż nasz Marcin przywiózł z Padwy do Krakowa odpis traktatu włoskiego autora, albo chociażby notatki streszczające ustny wykład tego przedmiotu i na ich podstawie zredagował swoje pisemko, włączając w nie dodatki z innych źródeł pochodzące. Zapewne też nie będzie to trafem, iż pomiędzy kodeksami mss. biblioteki Jagiellońskiej istnieje dotąd to samo dziełko Beldomandego [2]), bez wymienienia nazwiska autora, w kopii rękopiśmiennej z XV-go w., o której daje się wykazać, że znajdowała się w tej bibliotece już w trzeciej ćwiartce XV-go stulecia. Porównania rzeczonej kopii z drukiem, a tem samem pośrednio z traktatem naszego Marcina, nie zdołałem dotąd przeprowadzić, zaczem muszę się wstrzymać na razie od roztrząsania ponętnej hypotezy, jakoby omawiana część kodeksu ms. była może właśnie ową z Padwy przywiezioną kopią, albo przynajmniej krakowskim jej odpisem.

Jakiego są pochodzenia szczegóły geometryi Marcina, nie znajdujące się w traktacie Beldomandego, trudno dzisiaj orzeknąć, jakoteż czy płynęły one ze źródła jedynego, czy też jak prawdopodobniej, z kilku. Nasuwa mi się przecież jedna uwaga. Tak opis jako i figura, a jest ich dwie, owego narzędzia „Gnomo" rozpada się w traktacie naszego autora wyraźnie na dwa bardzo powinowate, ale przecie nie identyczne narzędzia stale przezeń „quadratum geometricum" i „quadratellum" zwane. Różnica między nimi polega jedynie na tem, że ostatnie niema przeziernika czyli dyoptry. Nie ma go również narzędzie zwane „quadrans gnomo", jedyne jakie, prócz astrolabium i pręta mierniczego, druk PB opisuje, a wzgl. rysunkiem przedstawia. O przezierniku (*regula*) wspomina druk ale *tylko*

---

[1]) Oznaczaną tu krótko PB.=(Pseudo) Beldomandi. Lubo, po tem co się wyżej rzekło, dodatek „Pseudo" jest chyba zbytecznym, zachowuję przecie to znakowanie nie chcąc uwłaczać mniemaniu odmiennemu, wypowiedzianemu przez p. Favaro.

[2]) Cod. N. 1967, zawierający kilka różnych traktatów matemat. w kopiach z XV-go i pocz. XVI wieku razem oprawnych; pag. 133—151 „Astrolabii, quo primi mobilis motus deprehenduntur, canones", pismo niedatowane, ale mimo to z XV w. pochodzące, jak wnosimy ze znamion paleograficznych.

przy opisie użycia astrolabium, co tak wygląda jakoby „quadratum geometricum“ z przeziernikiem nie było znanem Beldomandemu, skoro najoczywiściej „quadratellum“ Marcina = „quadrans gnomo“ uczonego padewskiego. Pamiętając teraz o tem, że Peurbach chociażby nie za wynalazcę (cf. uwagę 45), to bodaj za energicznego dywulgatora kwadratu geometrycznego ma wszelkie prawo uchodzić i że spisanie przeczeń pisemka o tym kwadracie (wyd. dopiero przez Schonera, zob. wyżej) przypada na czasy jego profesury wiedeńskiej, już gdzieś około r. 1452 (najwcześniej 1451), gdy Żórawiczanin już na stałe siedział w Krakowie, zważając dalej, iż na podstawie relacyj, jakie podaje Facciolati oraz poszukiwań Fiedlera, Peurbach wykładał astronomię na uniwersytecie padewskim w czasie pomiędzy 1445 a 1448 [1]) t. j. właśnie podczas pobytu w Padwie naszego Marcina, nie narażę się może na zarzut zbytecznego szafowania hypotezami, przypuszczając, iż Marcin już w Padwie—i to z ust samego Peurbacha w sali uniwersyteckiej—usłyszał szczegóły budowy i użycia tego narzędzia, czem później w Krakowie swą kompilacyę pod koniec przystroił.

Na zakończenie tych uwag przytoczę tytuły wszystkich znanych mi traktatów średniowiecznych, a starszych od naszego Marcina, zajmujących się również geometryą praktyczną.

1. Leonardi Pisani Practica geometrie, duo vol. Ms. Bibliot. Ottoboniana w Rzymie (cyt. w Montfaucon Bibliotheca biblioth. Mss. nova, T. I pag. 186 col. 2), identyczne z Praticha Geometrie composita a Leonardo de Filijs bonaccij Pisano, Anno 1220. Ms. bibliot. ks. B. Boncompagni w Rzymie, N. 255 (vet.), folio, chart. XVI saec. (cyt. w Catalogo di Manoscritti ora posseduti da D. Baldassarre Boncompagni, compilato da Enrico Narducci, Roma 1862). Wydane w *Scritti di Leonardo Pisano* etc.

2. Magistri Roberti Anglici (=Grosthead=Grosseteste) quadrantis Compositio ex qua geometrie exercitium habetur.... Znam jedynie z przypisku umieszczonego w pracy p. Favaro, Intorno alla vita ed alle opere i t. d. już przytoczonej, pag. 56. Traktat, którego napróżno szukałem, rozpoczyna się (według p. Favaro) słowami: „Geometrie due sunt partes theorica et practica....“ z wyjątkiem wyrazu „scilicet“ po „partes“ dokładnie więc tak samo jak i traktat naszego Marcina. Ostatnie wyrazy traktatu Roberta (przytoczone tamże) są: „Et productum dabit capacitatem. Finis“. Dostateczna poszlaka, aby ciekawość naszą podniecić i życzyć sobie bliższego porównania obu tekstów. W bibliotece Jagiell. istnieje traktacik astronomiczny tego autora w zbiorowym inkunabule (Mathesis N. 1990, fol. 87 recto—89 *verso* „Reverendissimi Episcopi Roberti Linconiensis Compendium Sphaerae“) tak szczelnie ukryty (w katal. kartkowym niewymieniony), iż trafem jedynie na niego natknąłem; być może, że i geometrya jego siedzi w podobnem ukryciu. Autor żył na końcu XIII wieku.

3. Dominici de Masciario Geometria practica, completa anno 1346.—Ms. Bibliot. Bodleiana w Oxford, Cod. 6562 (Classis XVI, Savilianus 16). O autorze i rzeczy nic nie umiem powiedzieć. (Cyt. w Catalogi libr. Mss. Anglicae et Hiberniae in unum collecti, Oxoniae 1697, pag. 300, col. 2).

4. Joannes de Muris De arte mensurandi.—MSS. Bibliot. Colbertina (dziś Bibliothèque nationale) N. 4296 i 4296 dawnego liczbowania. (Cyt. w Montfaucon l. c. T. II pag. 987, col. 1). Tekst mi nieznany; o autorze była mowa wyżej (XIV wiek). Żeby Tomasz Bradwardin, arcybiskup w Canterbury († 1349) prócz swojej Geometryi

---

[1]) Czyt. A. Favaro Le matematiche nello Studio di Padova... pag. 31—32.

„speculativa“ napisał był jeszcze traktat geometryi praktycznej, jak to z tytułów kilku matematycznych jego rękopisów zdawałoby się wynikać, pozostaje dla mnie wątpliwem. Obie edycye (Parisiis 1495 i 1530) nic wiedzą nic o tem.

Przypisek. Już po wydrukowaniu tych uwag krytycznych otrzymałem 4-ty zeszyt VII-go tomu Bibl. mathem. wyd. przez p. Eneströma (zr. 1894), gdzie m. i. znajduje się (pag. 107—115) artykuł p. M. Curtzego p. t. „Miscellen zur Geschichte der Mathematik im 14 und 15. Jahrhundert“ w którym autor ogłasza część traktatu geometrycznego bezimiennego geometry z XV-go wieku sporządzoną na podstawie MS. 14908 Król. bibliot. w Monachium. Tekst wykazuje tak blizkie pokrewieństwo z tekstem Geometryi Żórawiczanina, jakoteż drukiem PB., iż o tożsamości pochodzenia wszystkich trzech niepodobna wątpić. Ograniczając się w tej chwili do tej wzmianki, muszę bliższe zbadanie tej rzeczy odłożyć do innej sposobności.

L. B.