

## Spójność i regionalizacja miejskiej sieci osadniczej w Polsce w świetle teorii grafów

*Connectivity and regionalisation of urban settlement in Poland  
in the light of graph theory*

IWONA JAŹDZEWSKA

Instytut Geografii Miast i Turyzmu, Wydział Nauk Geograficznych, Uniwersytet Łódzki  
90-142 Łódź, ul. Kopcińskiego 31; iwona.jazdzewska@uni.lodz.pl

**Zarys treści.** W artykule zastosowano teorię grafów do analizy spójności i regionalizacji miejskiej sieci osadniczej w Polsce w latach 1931, 1950 i 2002. Jako wierzchołki grafu przedstawiono miasta (w postaci punktów), a jako krawędzie grafu – odcinki łączące te miasta, które położone były w odległości do 25 km od siebie. Wykorzystano grafy proste, a wśród nich: pełne, regularne, spójne i niespójne. Sieć miast tworzy regularną i podwójnie spójną sieć połączeń na obszarach, na których jest ona trwale ukształtowana. Połączenia te rozrywają się w miarę spadku gęstości sieci. Ich kształt może wiele powiedzieć o własnościach regionalnych sieci osadniczej oraz historycznych etapach i stopniu rozwoju danej sieci. Analizę przeprowadzono za pomocą narzędzi GIS.

**Słowa kluczowe:** miejska sieć osadnicza, teoria grafów, Polska, GIS.

### Wstęp

Teoria grafów była wielokrotnie wykorzystywana w geografii, m.in. w hydrologii (Larsen i inni, 2012) geografii transportu (Kansky, 1963; Sööt, 1975; Taylor, 1979; Potrykowski i Taylor, 1982; Ratajczak, 1977, 1992; Thomson i Richardson, 1995; Rydzewski, 2001; Erath i inni, 2009), geografii usług (Weltrowska, 2003) osadnictwa (Maik, 1979; Zagożdżon, 1970). Geografia osadnictwa posiłkowała się teorią grafów głównie do badań morfologii osiedli, choć wskazywano również na zasadność jej użycia w badaniach sieci i systemów osadniczych (Maik, 1979), gdyż umożliwia ona nie tylko statyczną charakterystykę sieci, lecz również ujęcie dynamiczne (Zagożdżon, 1970, s. 335; Jażdżewska, 2008a, b).

Rozwój Systemów Informacji Geograficznej (GIS) przyczynił się do wzrostu badań naukowych z wykorzystaniem grafów, a szczególnie analiz sieciowych

(*network analysis*). Są one widoczne głównie w geografii transportu, w ujęciu zarówno poszczególnych miast czy regionów, jak i w ujęciu globalnym (Patarasuk, 2013; Payne i Dror, 2015), a także w monitorowaniu krajobrazu na podstawie zdjęć lotniczych i satelitarnych (Gautama i inni, 2006; Curtin, 2007; Cheung i inni, 2015). Do badań sieci i systemów osadniczych stosowali je C. Rozenblat i D. Pumain (2007) oraz C. Rozenblat i P. Tissandier (2007) czy J. Lin i inni (2013). Powstają również prace metodyczne łączące klasyczną teorię grafów z narzędziami GIS (Morgado i Costa, 2011; Gil, 2011; Lin i inni, 2013; Natapov i inni, 2013).

Porównując definicję miejskiej sieci osadniczej – według M. Kuleszy i M. Koter (1998) „Sieć miast składa się – co wynika z samego pojęcia sieci – z nierozłącznie ze sobą powiązanych linii i węzłów. Liniami są szlaki komunikacyjne, węzłami zaś miasta powstające z reguły w miejscach skrzyżowania się dróg” – z definicją grafu: „Graf prosty  $G$  składa się z niepustego zbioru skończonego  $V(G)$ , którego elementy nazywamy wierzchołkami (lub węzłami) i skończonego zbioru  $E(G)$  różnych par nieuporządkowanych różnych elementów zbioru  $V(G)$ , które nazywamy krawędziami. Zbiór  $V(G)$  nazywamy zbiorem wierzchołków, a zbiór  $E(G)$  zbiorem krawędzi grafu  $G$ ” (Wilson, 2000, s. 19) można przyjąć, że wykorzystanie teorii grafów jest dobrym narzędziem do badania sieci osadniczej (Zagożdżon, 1970; Jażdżewska, 2008b).

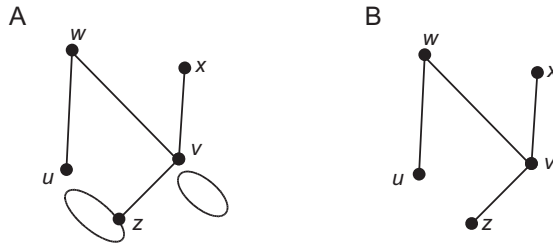
Jako wierzchołki grafu przedstawiono miasta (w postaci punktów), a jako krawędzie – odcinki łączące te miasta, które położone były w odległości do 25 km od siebie<sup>1</sup>. Głównym celem pracy jest analiza spójności miejskiej sieci osadniczej w Polsce w latach 1931, 1950, 2002 na tle uwarunkowań historycznych oraz wskazanie trwale ukształtowanych regionalnych miejskich sieci osadniczych w Polsce na początku XXI wieku. Celem metodycznym jest zastosowanie teorii grafów do badania spójności i regionalizacji sieci przy wykorzystaniu możliwości jakie daje GIS.

## Metoda badań i narzędzia badawcze

Do analiz spójności miejskiej sieci osadniczej wykorzystano teorię grafów według R.J. Wilsona (2000), przede wszystkim własności grafów prostych, czyli grafów bez krawędzi wielokrotnych i pętli (ryc. 1,  $A_5$ ,  $B_5$ ). Zbiór krawędzi grafu prostego na rycinie 1 ( $B_5$ ) składa się z czterech krawędzi:  $uw$ ,  $wv$ ,  $zv$  i  $vx$  i pięciu wierzchołków:  $u$ ,  $w$ ,  $v$ ,  $x$ ,  $z$ . Ma on szerokie zastosowanie w badaniach z zakresu geografii osadnictwa, między innymi morfologii osiedli i sieci osadniczych (Jażdżewska, 2008a, b).

Do wskazania regionalnych różnic miejskiej sieci osadniczej wykorzystywano własności podgrafów, gdzie podgrafem grafu  $G$  nazywany jest graf, którego

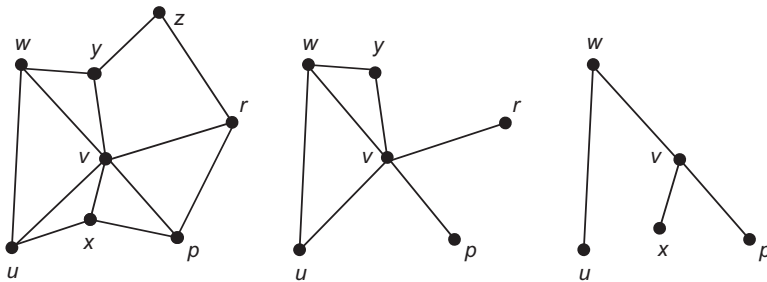
<sup>1</sup> Metodę tę wykorzystał F. Moriconi-Ebrard (1993) do prezentacji europejskiej sieci miast.



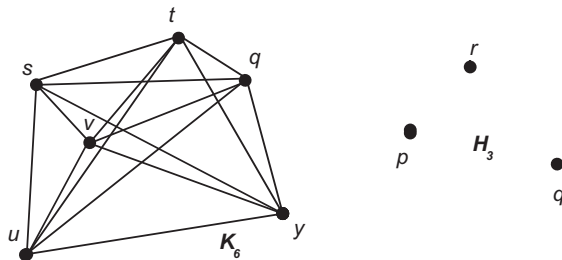
Ryc. 1. Graf ogólny (A) i prosty (B)  
 Graphs described as general (A) and simple (B)

wszystkie wierzchołki należą do zbioru  $V(G)$ , a krawędzie do  $E(G)$ . Aby otrzymać podgraf danego grafu, wystarczy usunąć wybrane krawędzie i wierzchołki (ryc. 2).

W sieci miast poszukiwane były fragmenty reprezentowane przez graf pełny, w którym każda para różnych wierzchołków jest połączona krawędziami (ryc. 3 graf  $K_6$ ). Graf pełny mający  $n$  wierzchołków oznaczamy symbolem  $G_n$ , ma on  $n(n-1)/2$  krawędzi. Na rycinie 3 graf  $K_6$  ma 6 wierzchołków i  $6(6-1)/2 = 15$



Ryc. 2. Podgrafy grafu G  
 Sub-graphs of graph G



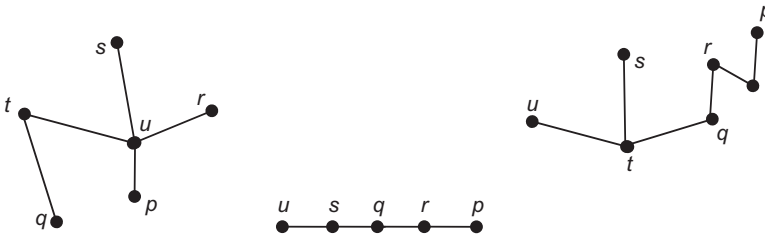
Ryc. 3. Graf pełny  $K_6$  i pusty  $H_3$   
 Complete graph  $K_6$  and empty  $H_3$

krawędzi. Graf pusty składa się tylko z wierzchołków, a jego zbiór krawędzi jest zbiorem pustym  $H_3$ .

Spośród wielu przykładów grafów przydatnych w badaniach sieci osadniczej należy wymienić graf **regularny**, którego każdy wierzchołek ma ten sam stopień (ryc. 4). Jednym z prostszych typów grafów są drzewa, które mogą tworzyć **las** (ryc. 5).



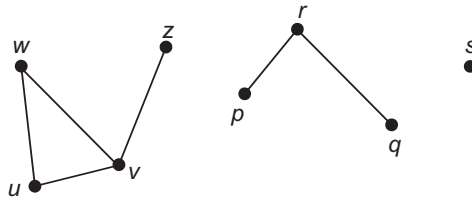
Ryc. 4. Przykłady grafu cyklicznego, liniowego i koła  
Examples of cyclical, linear and circular graphs



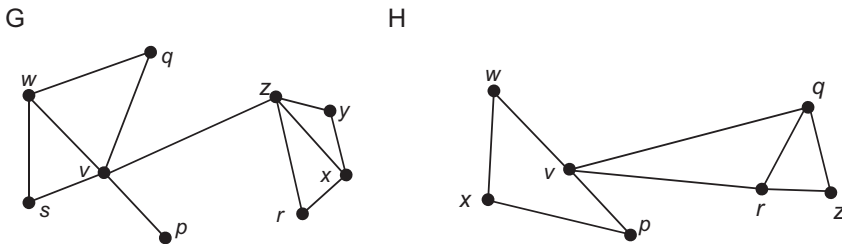
Ryc. 5. Graf-las składający się z trzech składowych drzew  
A graph of forest consisting of three types of component tree

Do zbadania spójności miejskiej sieci osadniczej w Polsce wykorzystano grafy niespójne i spójne. Pierwsze składają się z wielu kawałków (ryc. 6), a ich elementy nazywamy składowymi grafu  $G$ . Graf składający się z jednego kawałka, w którym dwa dowolne wierzchołki możemy połączyć drogą, nazywamy **grafem spójnym** (ryc. 7). Graf spójny ma jedną składową i jest nią cały graf.

Graf spójny może przestać być spójny, jeśli usunie się z niego krawędzie lub wierzchołki. Zbiór krawędzi powodujących niespójność grafu nazywana jest zbiorem rozspajającym. Jeśli zbiór rozspajający składa się z jednej krawędzi, to nazywana jest ona **mostem** (ryc. 7, krawędź  $uz$  grafu  $G$ ). Z kolei zbiór wierzchołków rozspajających graf nazywany jest **zbiorem rozdzielającym** i jeśli składa się on z jednego wierzchołka, to nazywany jest on **wierzchołkiem rozcinają-**



Ryc. 6. Graf niespójny trzyskładowy  
A three-component disconnected (non-cohesive) graph

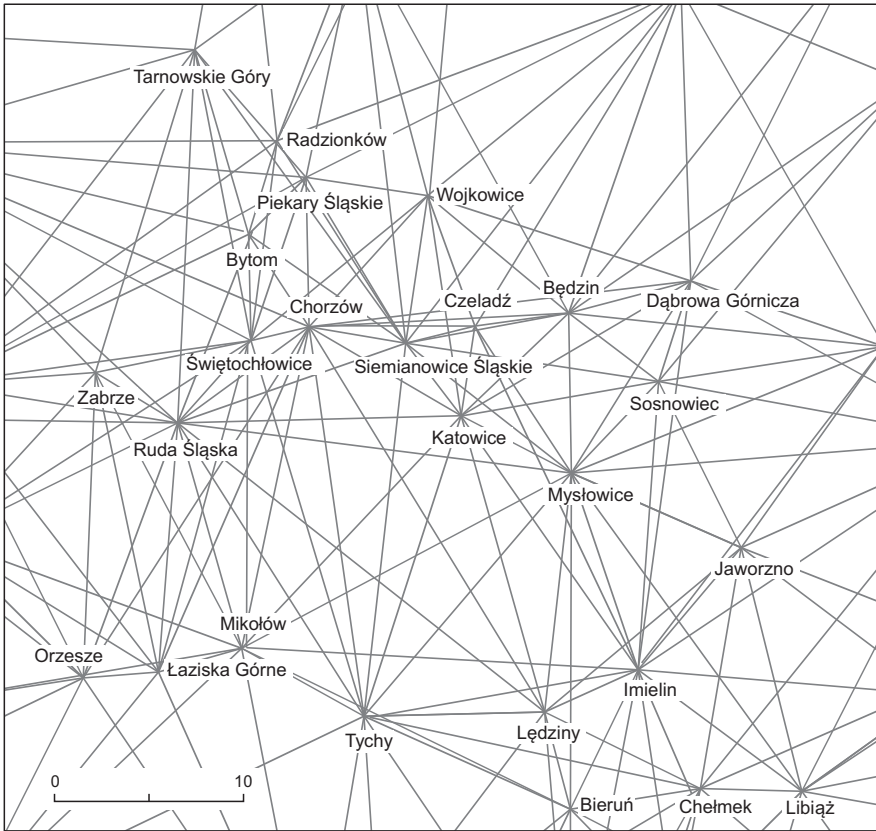


Ryc. 7. Grafy spójne  
Connected graphs

**cym** (ryc. 7) wierzchołek  $v$  grafu  $H$ . Spośród przedstawianych powyżej grafów, największa spójność charakteryzowała grafy pełne (ryc. 3, 8), graf koło (ryc. 5) oraz graf regularny (ryc. 4). Jeśli usunie się z nich krawędź lub wierzchołek, dalej pozostaną spójne. Ich przeciwieństwem są grafy nazywane drzewem (ryc. 5) – jeśli usunie się z nich krawędź, przestają być spójne.

Badanie spójności grafu wykorzystano do oceny trwałości sieci osadniczej. Niekiedy graf spójny może poprzez usunięcie jednego wierzchołka stać się niespójnym. W odniesieniu do miejskiej sieci osadniczej taka sytuacja zachodzi wtedy, gdy miasto traci prawa miejskie i przechodzi do zbioru osiedli wiejskich. I odwrotnie – graf niespójny staje się spójnym, gdy lokowane są nowe miasta w sieci osadniczej. Ważnym zagadnieniem związanym ze spójnością sieci jest poszukiwanie odpowiedzi na pytanie, jak bardzo spójny jest graf spójny, czyli ile krawędzi należy usunąć z grafu, aby zmienił się w graf niespójny? Warto sprawdzić, jak bardzo były spójne największe podgrafy spójne w wybranych latach XX wieku. Graf, który nie zawiera wierzchołków rozdzielających nazywany jest grafem podwójnie spójnym (nierozdzielnym, nieseparowalnym) i można go uznać za obraz trwale zorganizowanej sieci osadniczej. Możemy również przyjąć, że reprezentuje on regionalną miejską sieć osadniczą.

Do analizy spójności wykorzystano oprogramowanie ArcGIS 10.1. Miasta przedstawiono jako warstwę punktową w formacie shp, a odcinki jako warstwę



Ryc. 8. Przykład grafu pełnego – sieć miast konurbacji górnośląskiej w 2002 r.  
(połączenia między miastami o długości poniżej 25 km)

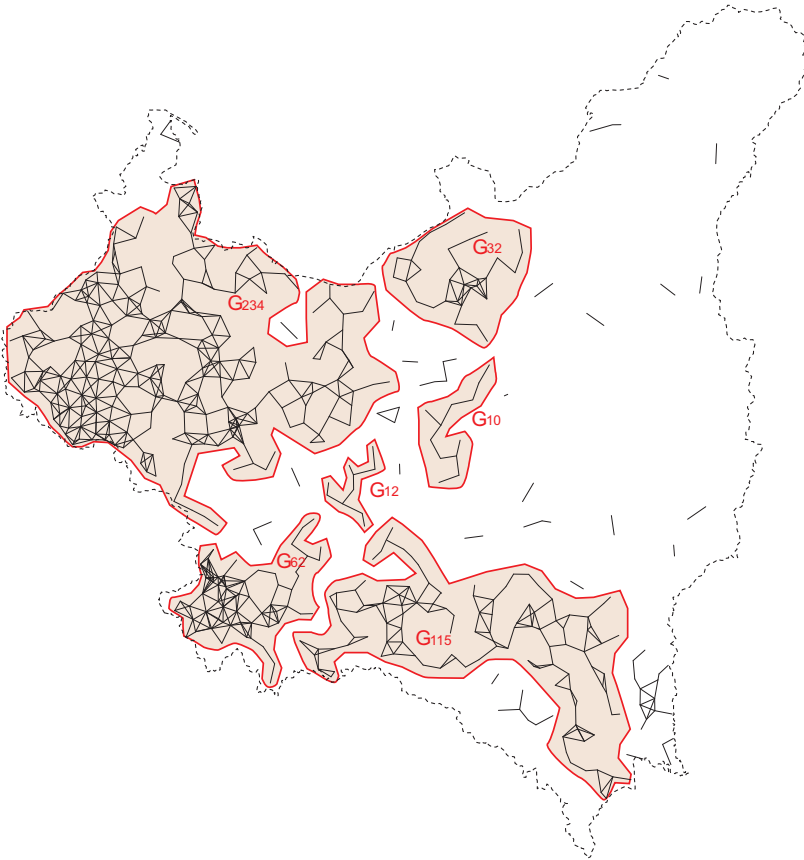
An example of a complete graph – a network of towns of the Upper Silesian conurbation in 2002 (connections between urban centres of lengths less than 25 km)

liniową shp. Do każdego miasta przyporządkowano rekord z informacją o współrzędnych geograficznych punktów, datą lokacji lub powtórnej lokacji miasta (niektóre miasta odzyskały prawa miejskie, a inne dostały je po raz pierwszy w swojej historii). Analizie poddawano te miasta, które w danym roku badawczym (1931, 1950, 2002) miały prawa miejskie. Do poszukiwania czynników wpływających na rozmieszczenie i spójność oraz prezentacji wyników postanowiono dodać warstwy: z granicą Polski (poligonowa shp) oraz mapy historyczne (*Historia Polski*, mapy: *Królestwo Polskie...*, 1960; *Staropolskie Zagłębie...*, 1960; *Ziemie polskie...*, 1960; *Gęstość zaludnienia...*, 1961; *Królestwo Polskie Kazimierza Wielkiego...*, 1961; *Polska w okresie rozdrobnienia...*, 1961; *Rozwój komunikacji...*, 1963). Na wykorzystanych mapach historycznych znajdowały się

przede wszystkim miasta, drogi, granice administracyjne oraz sieć hydrograficzna. Porównanie map i grafów dało podstawy do omówienia roli czynników historycznych w kształtowaniu się miejskiej sieci osadniczej w Polsce.

### Wyniki badań

W pierwszej połowie XX wieku, w 1931 r., były w Polsce 603 miasta, które można było przedstawić w postaci grafu  $G_{603}$ . Graf ten był niespójny i miał 90 składowych, z których aż 56 miało tylko 1 wierzchołek, co oznacza, że nie było w odległości 25 km od niego żadnego miasta (ryc. 9); składał się on z 603 wierzchołków i 943 krawędzi.



Ryc. 9. Grafy o liczbie wierzchołków 2 i więcej ilustrujące spójność miejskiej sieci osadniczej w Polsce w 1931 r.

Graphs with 2 and more vertices illustrating the connectivity of the urban settlement network in Poland in 1931

Największa składowa  $G_{234}$  liczyła 234 miasta i 596 krawędzi. Obejmowała przede wszystkim miejską sieć osadniczą Wielkopolski, do której od północy przyłączył się podgraf reprezentujący miasta kujawskie i miasta Pomorza Gdańskiego, od wschodu zaś można wskazać podgraf reprezentujący miasta regionu łódzkiego i Mazowsza (ryc. 9). Miasta wielkopolskie wraz miastami kujawskimi reprezentują klasyczną sieć o silnej spójności – nie zawiera ona wierzchołków rozdzielających, co potwierdza fakt, że reprezentuje ona historycznie ukształtowaną trwałą regionalną miejską sieć osadniczą. Podgraf prezentujący sieć miast Kujaw w 1931 r., sięgał po Toruń na północy i Przedecz na południu oraz Mogilno na zachodzie; zawierał się w obszarze dawnych Kujaw z 1364 r., co świadczy o dużej roli miast tego regionu w budowaniu regionalnej sieci osadniczej. Jego wschodnia część wykraczała poza Kujawy i przyłączyła miasta ziemi dobrzyńskiej, a południowo-wschodnia – miasta ziemi łęczyckiej i częściowo płockiej. Wschodnia część składowej  $G_{234}$  ma wiele krawędzi – mostów oraz wierzchołków rozcinających go. Usunięcie dwóch krawędzi powoduje oddzielenie od niego Mazowsza z Warszawą i Pomorza Gdańskiego z Grudziądzem. Podgraf reprezentujący miasta mazowieckie dobrze wpisywał się w historyczne granice Mazowsza, składał się tylko z 16 węzłów i 26 krawędzi, co jak na aglomerację stołeczną było niewielką wartością. Połączony był jedną krawędzią-mostem (Łowicz-Głowno) z siecią miast regionu łódzkiego a po usunięciu tej krawędzi podgraf nie miał już innych połączeń. Jego spójność była niezbyt silna, gdyż miał dwa wierzchołki, których usunięcie spowodowałoby rozcięcie grafu. Połączenie Wielkopolski z Kujawami oraz regionem łódzkim było dość słabe – te dwa obszary łączyły trzy wierzchołki rozcinające (Turek, Radziejów i Gniewkowo). Oznacza to, że następował tam proces scalania sieci, ale jeszcze nie było silnej spójności. Na obszarze dawnej ziemi sieradzkiej i łęczyckiej powstała w XIX wieku aglomeracja łódzka, która zaburzyła średniowieczną strukturę sieci osadniczej. Podgraf ilustrujący region łódzki składa się z części sieradzkiej o średniowiecznym rodowodzie i części łódzkiej (ryc. 9).

Składowa  $G_{115}$  obejmowała miasta Galicji i rozciągała się wzdłuż linii Karpat od Tarnowa przez Rzeszów, Lwów, aż po Horodenkę. Spośród 115 miast, 95 znajdowało się w części przyłączonej do Królestwa Polskiego przez Kazimierza Wielkiego (ziemia lwowska, halicka, przemyska, sanocka – *Królestwo Polskie...*, 1961). Pozostałe miasta leżały wzdłuż Sanu i Wisły (po Sandomierz) lub należały do dawnej Ziemi Krakowskiej i położone były między Wisłoką i Dunajcem. Miał on rozbudowaną strukturę, ale był mało spójny, sieć miast Galicji połączona była jednym węzłem z siecią miast zlokalizowanych w widłach Sanu, Wisły i Wisłoki. Można w nim wyróżnić kilka podgrafów, z których fragment reprezentujący sieć miast aglomeracji lwowskiej był mało spójnym podgrafem, który znalazł się po 1945 r. poza granicami Polski. Najsilniejszą spójność miał fragment sieci rozpiętej wokół galicyjskiej linii kolejowej budowanej w latach 1856-1861 (odcinek od Tarnowa, przez Rzeszów do Jarosławia) oraz jej odnóg w kierunku południowym na Krosno i na Jasło (ryc. 9).



Mniej liczna, ale bardziej spójna była składowa  $G_{62}$  obejmująca miasta Górnego Śląska, Zagłębia Dąbrowskiego i ziemi krakowskiej, która była przecięta przez wiele wieków granicami państwowymi. W interpretacji jego kształtu może pomóc usunięcie 3 węzłów (Olkusz, Krzeszowice i Kalwaria Zebrzydowska), wówczas krakowska część podgrafu leży dokładnie na ziemi krakowskiej i częściowo ziemi sandomierskiej, ale jeszcze lepiej przystaje on do obszaru diecezji krakowskiej z XIV w. (*Gęstość zaludnienia...*, 1961), co może świadczyć o wpływie granicy kościelnej na jego układ przestrzenny. Za to będący w granicach Polski w 1931 r. fragment miejskiej sieci osadniczej Śląska, leżał całkowicie w granicach Dzielnicy Raciborsko-Opolskiej XIII-wiecznego Śląska (ryc. 9).

Składowa  $G_{32}$  reprezentująca aglomerację białostocką w 1931 r. była podwójnie spójna wewnątrz i rozchodziły się od niej w czterech kierunkach mniej spójne „odnóża” (ryc. 9). Jej kształtu nie da się zinterpretować na podstawie map przedrozbiorowych, a dopiero na XIX-wiecznych. Można to tłumaczyć faktem, że jej układ przestrzenny powstał w XIX w., kiedy zaczął funkcjonować białostocki okręg przemysłowy, a także przeprowadzono kolej warszawsko-petersburską (1862 r.). Podwójnie spójna część grafu obejmuje okręg przemysłowy, a jej liniowe odgałęzienia biegną w pobliżu linii kolejowych, które wybudowano w drugiej połowie XIX wieku (*Rozwój komunikacji...*, 1963).

Składowa  $G_{10}$  miała kształt drzewa i obejmowała miasta położone na północny wschód od Gór Świętokrzyskich. Miasta te można odnaleźć na mapach prezentujących Staropolskie Zagłębie Przemysłowe (1815-1843) (*Staropolskie...*, 1960), a kształt grafu był podobny do przebiegu utworzonych w 1885 r. linii kolejowych. Składowa  $G_{12}$  (rozciągała się od Lublina na południu po Wyższe Litewskie na północy) była słabej spójności, gdyż była drzewem, a usunięcie dowolnej krawędzi powodowało jej rozpad (ryc. 9).

Po II wojnie światowej Polska zmieniła swoje terytorium. W części zachodniej znalazły się, leżące po wschodniej stronie Odry i Nysy Łużyckiej, tereny Niemiec z ich siecią osadniczą, a oderwano od niej wschodnie miasta II Rzeczypospolitej. Wraz z tymi zmianami oderwano od polskiej miejskiej sieci osadniczej i przyłączono do ZSRR ponad 160 miast oraz oderwano od niemieckiej miejskiej sieci osadniczej i przyłączono do Polski około 250 miast ponemieckich. Cały graf reprezentujący miejską sieć osadniczą Polski w 1950 r. liczył 710 wierzchołków i 1295 krawędzi i nie był spójny (ryc. 10). Miał on 49 składowych, wśród których 29 miało tylko 1 wierzchołek.

W 1950 r. największa składowa  $G_{529}$  zawierała 74% polskich miast i obejmowała środkową, zachodnią i południową część Polski, liczył 971 krawędzi. Była ona miejscami – głównie w Wielkopolsce podgrafem podwójnie spójnym, regularnym, ale w pozostałej części można go było łatwo podzielić na mniejsze regionalne podgrafy (ryc. 10). Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że nastąpiło natychmiastowe połączenie się w jeden graf spójny fragmentów miejskiej sieci osadniczej II Rzeczypospolitej z siecią miast ponemieckich, leżących na tzw.

ziemiach odzyskanych. Sieć miast Wielkopolski z Kujawami, regionem łódzkim, Mazowszem, Śląskiem i wschodnią Małopolską zespoliły się w jeden podgraf spójny z siecią miast Dolnego Śląska, Pomorza Gdańskiego i Pomorza Zachodniego (ryc. 10). Jego spójność nie była jeszcze silna, ale istotne było to, że wystąpiła zaraz po przyłączeniu tych ziem. Zespół zawierał kilka podgrafów, które w następnych latach mogły się oderwać lub mocniej zespolić z Wielkopolską, gdyż połączone były z nią jedynie krawędziami-mostami lub wierzchołkami rozcinającymi. Była to sieć miast zachodnich Kujaw (Kruszwica i inne), pogranicza Wielkopolski i Pomorza Gdańskiego (Chojnice i inne) oraz położone na trasie z Poznania do Szczecina (Sieraków, Wronki i inne). Nie zmieniło się połączenie miast Wielkopolski z miastami Kujaw i regionu łódzkiego oraz Mazowsza. Największym jego podgrafem pozostał graf podwójnie spójny obejmujący zachodnią i środkową część Polski, który najslabiej połączony był – węzłem rozcinającym Gniewkowo – z Pomorzem Gdańskim, jedną krawędzią z Górnym Śląskiem (Wieruszów–Byczyna), a dwiema krawędziami z Dolnym Śląskiem (w okolicach Wrocławia).

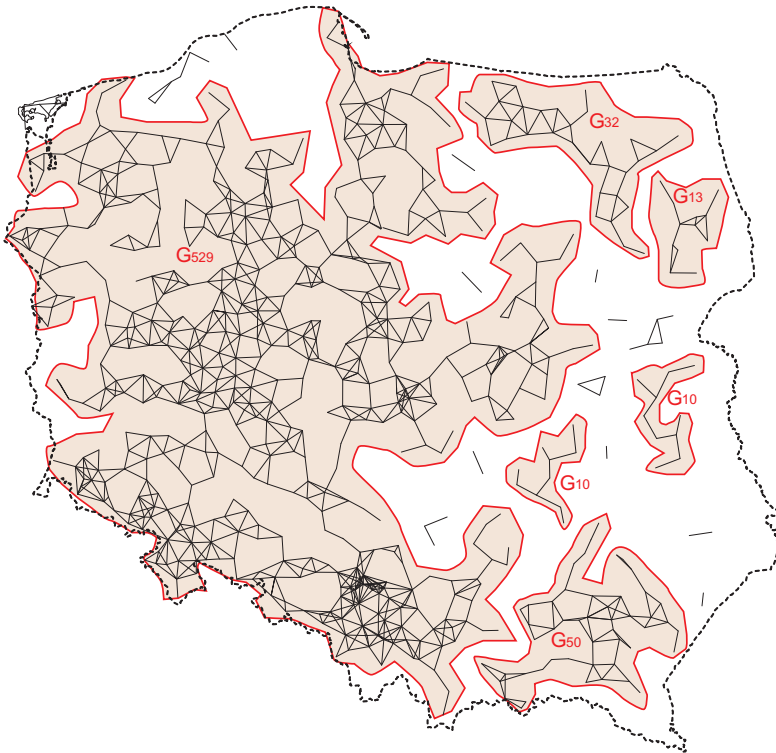
Podgraf składowej  $G_{529}$  ilustrujący sieć miast Dolnego Śląska rozciągał się wzdłuż Sudetów oraz doliny Odry i łączył się dwiema krawędziami z Wielkopolską i dwiema z Górnym Śląskiem. Miał trzy wierzchołki rozcinające (Złotoryja, Jawor i Sobótka), których usunięcie spowodowałoby jego rozpad na podgrafy: północny i południowy (ryc. 10). Sieć miast Dolnego Śląska – powstała najwcześniej w dziejach Polski – była trwale ukształtowana w średniowieczu i jej układ widać w 1950 r. Duża spójność i regularność charakteryzuje jej część położoną na lewym brzegu Odry i nad jej lewostronnymi dopływami. Wyraźnie widać znaczenie Przesieki Śląskiej i rzeki Kwisy, które stanowiły historyczne granice tego obszaru z Łużycami i Słężanami (*Polska w okresie rozdrobnienia...*, 1961). Z czasem zacierały się jednak historyczne podziały na tym obszarze. Sieć miast śląskich leżących po prawej północno-wschodniej części dorzecza Odry coraz mocniej wiązywała się z siecią miast Wielkopolski, co spowodowane było zapewne faktem przynależności Wielkopolski i Dolnego Śląska do Królestwa Pruskiego (*Ziemia polskie...*, 1960).

Z kolei podgraf reprezentujący przedzieloną przed II wojną światową trzema granicami państwowymi sieć miast Górnego Śląska jest pełny i spójny (ryc. 10), i tylko dwa wierzchołki rozdzielające (Pyskowice i Racibórz) mogą spowodować oddzielenie się od niego miast Opolszczyzny. Jego kształt ma związek z historycznymi średniowiecznymi podziałami Polski oraz rozwojem przemysłu wydobywczego w tym regionie. Zachodnia część podgrafu w 1950 r. przebiega w pobliżu średniowiecznej granicy między Dzielnicą Opolsko-Raciborską a Dzielnicą Wrocławską<sup>2</sup>. Wschodnia część podgrafu znajduje się w pobliżu granicy między ziemią krakowską a ziemią sandomierską. Sieć miast dwóch historycznie odręb-

<sup>2</sup> Porównanie na podstawie mapy Polski w XIII w. (około roku 1250).

nych obszarów połączyła się w wyniku rewolucji przemysłowej w XIX w. Najbardziej spójna część podgrafu leży na dziale wodnym pierwszego rzędu między Odrą i Wisłą. Jest ona ściśle związana z rozwojem przemysłu w tym regionie i siecią linii kolejowych, a nie siecią hydrograficzną jak to ma miejsce w innych regionach Polski (Jażdżewska, 2008b).

Na północnym zachodzie składowej  $G_{529}$  wyróżniał się podgraf reprezentujący sieć miast Pomorza Zachodniego, który połączony był dwiema krawędziami z miastami Wielkopolski. Sieć miast Pomorza Zachodniego ma stary średnio-wieczny rodowód (*Królestwo Polskie Kazimierza Wielkiego...*, 1961), ale układ przestrzenny tej sieci ukształtował się w państwie pruskim. Najbardziej spójna sieć obejmowała małe rolnicze miasteczka obsługujące rolnictwo na obszarach z dobrymi glebami pszenno-buraczanymi (np. Recz, Dobrzany), dużą rolę odegrała również budowa licznych linii kolejowych (*Królestwo Polskie...*, 1960). Bardzo regularne sieci reprezentowały miasta Pomorza Gdańskiego, które reprezen-



Ryc. 10. Grafy o liczbie wierzchołków 2 i więcej ilustrujące spójność miejskiej sieci osadniczej w Polsce w 1950 r.

Graphs with 2 and more vertices illustrating the connectivity of the urban settlement network in Poland in 1950

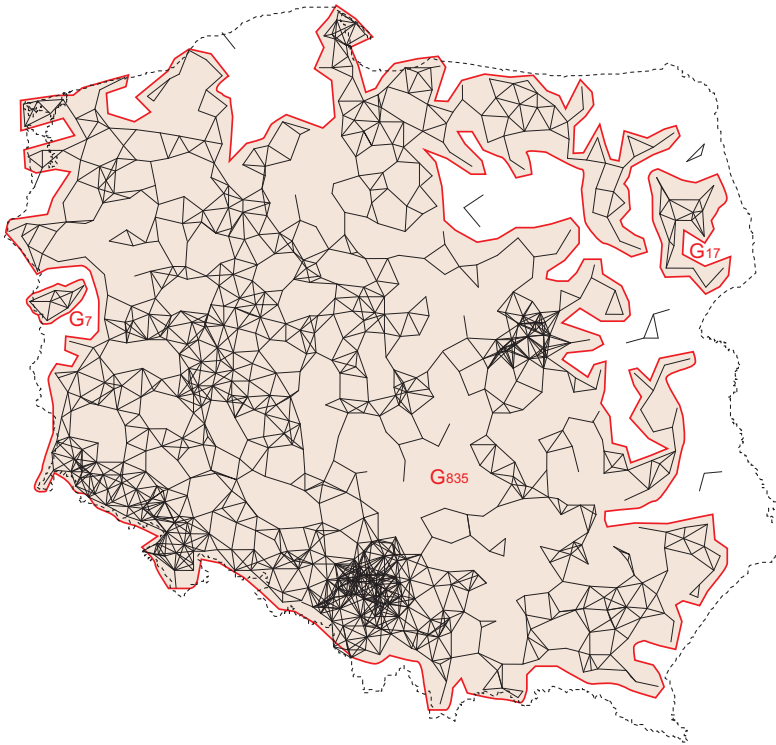
tował podgraf ciągnący się od Pucka na północy do Nowego, Kwidzyna i Suszu na południu (ryc. 10).

Druga pod względem wielkości składowa  $G_{50}$  obejmowała miasta południowo-wschodniej Polski, które były w 1931 r. częścią większego „galicyjskiego” grafu  $G_{115}$ . W 1950 r. fragment przedwojennego podgrafu obejmującego wschodnią Galicję był rozpięty między Sanem, Wisłą i Dunajcem. Pojawił się nowy podgraf „warmińsko-mazurski”  $G_{32}$ , którego większość stanowią miasta przyłączone do Polski po 1945 r. Był on w części zachodniej spójny, ale z częścią wschodnią łączył go jeden most. Graf „białostocki”  $G_{13}$  bardzo się zmniejszył w stosunku do tego prezentującego sieć miast w 1931 r. (ryc. 9 i 10), gdyż kilka miast straciło prawa miejskie po wojnie. Można wskazać dwie mało spójne składowe w kształcie drzewa  $G_{10}$  (jedna łączy Lublin z miastami Podlasia, a druga Radom z miastami COP).

Po pięćdziesięciu latach wzrosła liczba miast w Polsce, co spowodowało większą spójność grafu. Graf reprezentujący miejską sieć osadniczą Polski w 2002 r. liczył 875 wierzchołków i 2139 krawędzi, i nadal nie był spójny. Składał się on z 35 składowych, wśród których było 16 podgrafów pustych, czyli w okresie 50 lat liczba miast izolowanych, niemających sąsiada w odległości do 25 km, zmniejszyła się do 16.

W latach 1950-2002 zaszły poważne zmiany w miejskiej sieci osadniczej w Polsce. Największa składowa  $G_{835}$  zawierała 95% polskich miast (ryc. 11). Wzrost liczby połączeń o niemal 1000 krawędzi był przede wszystkim konsekwencją wzrostu liczby miast. Do największego podgrafu reprezentowanego przez miasta Wielkopolski dołączyły inne lokalne sieci miast, na przykład: sieć karpacka, sieć miast Wyżyny Kieleckiej, Polesia, Warmii i Mazur. Miejska sieć osadnicza Wielkopolski tak mocno zespoliła się z siecią miast Dolnego Śląska, że na podgrafie ją prezentującym trudno znaleźć krawędzie lub wierzchołki, których usunięcie spowodowałoby niespójność grafu (ryc. 11). Po 50 latach od przyłączenia tzw. ziem odzyskanych do Polski, te dwie sieci mocno się ze sobą zrosły – aby je rozłączyć należałoby usunąć aż 10 krawędzi lub 8 wierzchołków je spajających, czyli podgraf stał się nieseparowalny. Z kolei na północy kraju, sieć miast Wielkopolski mocniej związała się z południową częścią sieci miast Pomorza Zachodniego (region pilski), którą od reszty sieci zachodniopomorskiej można oddzielić usuwając dwa wierzchołki (ryc. 11). Poważnie rozbudował się podgraf reprezentujący miejską sieć osadniczą Pomorza Gdańskiego. Rozciągnął się on w kierunku północ-południe i sięgał od Helu, przez Trójmiasto na północy, po Rypin na południu. Wraz ze wzrostem liczby krawędzi i wierzchołków nie wzrosła jego spójność, gdyż np. usunięcie wierzchołka Pruszcz Gdański spowodowałoby odłączenie od podgrafu Trójmiasta, a usunięcie dwóch wierzchołków – Nowy Dwór Gdański i Zalewo – odłączenie miast położonych na Żuławach. Swoją strukturę przestrzenną poważnie zmienił podgraf ilustrujący aglomerację warszawską, który stał się nieseparowalny. W przeciwieństwie do układu przestrzennego

podgrafów z lat 1931 i 1950 Warszawa znajdowała się w jego centrum. To ona ogniskowała miasta położone w jej otoczeniu. Podgraf nieseparowalny występował również na południu Polski i reprezentował sieć miast Opolszczyzny, Śląska i regionu krakowskiego po rzekę Dunajec. Jego centrum stanowiły miasta konurbacji górnośląskiej, których spójność była zawsze najwyższa (ryc. 11).



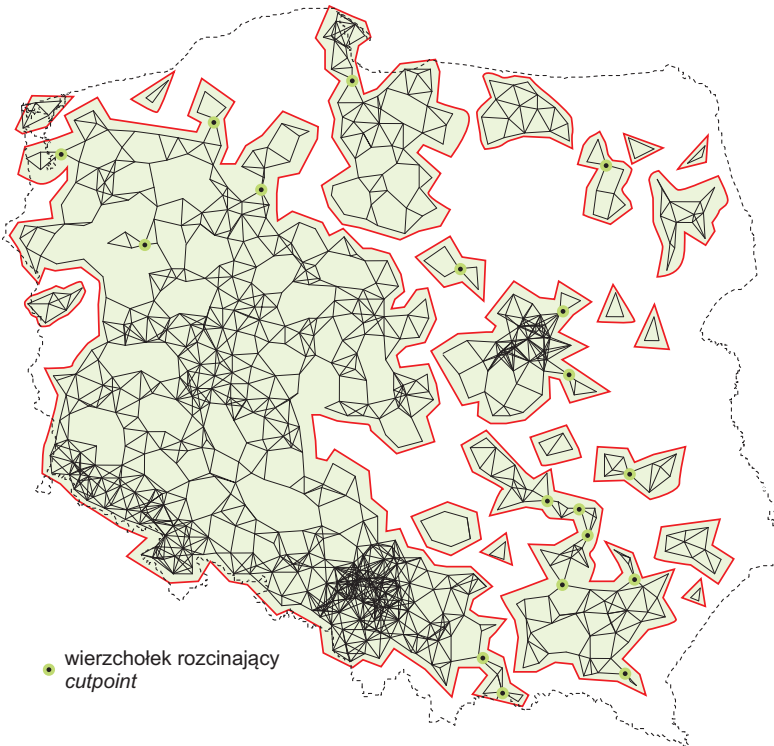
Ryc. 11. Grafy o liczbie wierzchołków 2 i więcej ilustrujące spójność miejskiej sieci osadniczej w Polsce w 2002 r.

Graphs with 2 and more vertices illustrating the connectivity of the urban settlement network in Poland in 2002

Duże zmiany zaszły w strukturze miejskiej sieci osadniczej w regionie białostockim, reprezentowanym przez składową  $G_{17}$ . Graf z niewielkiego prostego układu przekształcił się w graf o nowym w dziejach tego regionu kształcie (ryc. 11), który nadal nie był połączony z grafem  $G_{835}$ .

Zakładając, że sieć miast tworzy regularną i podwójnie spójną sieć na obszarach, w których jest ona trwale ukształtowana, poszukiwana będzie odpowiedź na pytanie – jak bardzo były spójne największe podgrafy na początku XX wieku?

Na początku XXI wieku 95% miast jest reprezentowane przez graf spójny. Zbiór krawędzi powodujących niespójność grafu był nadal duży – liczył 92 krawędzie. Po ich usunięciu graf rozpadł się na 21 części, na których można wskazać jeszcze 18 wierzchołków rozcinających. Ich usunięcie powoduje rozpad grafu na 39 składowych. Wiele z nich reprezentuje regiony o trwale ukształtowanej miejskiej sieci osadniczej (ryc. 12). Warto przypomnieć, że: „pierwsza lokacja miasta na terenach Polski miała miejsce w 1211 r. w Złotorzy na Śląsku, który wyprzedził w tym procesie pozostałe dzielnice o około 10-40 lat. W następnych dziesięcioleciach wyraźny wzrost lokacji wystąpił w Wielkopolsce i Małopolsce, obejmując coraz szerszy zasięg i kolejne dzielnice: Mazowsze, Pomorze Gdańskie (Wschodnie), Kujawy i Polskę Środkową (ziemie łączycza i sieradzka), wreszcie, nowo zdobyte po 1350 r., Ruś Halicką, Podole i Księstwo Chełmsko-Bielskie.” (Jażdżewska, 2008b, s. 99). W tym kontekście analiza spójności grafów reprezentujących miejską sieć osadniczą potwierdza, że największą spójność ma graf



Ryc. 12. Grafy ilustrujące spójność miejskiej sieci osadniczej w Polsce w 2002 r. (po usunięciu krawędzi mostów z zaznaczonymi wierzchołkami rozcinającymi)  
 Graphs illustrating the connectivity of the urban settlement network in Poland in 2002 (following removal of the edges of bridges with marked cutpoints)



reprezentujący obszary o najstarszej lokacji miast – Śląsk, Wielkopolska, Kujawy. Większość z nich położona jest w dorzeczu Odry. Średniowieczne rozmieszczenie sieci miast tych dzielnic zostało zniekształcone w XIX i XX wieku wskutek gwałtownej industrializacji na Górnym Śląsku i regionie łódzkim<sup>3</sup>. Spowodowało to przyłączenie miast Małopolski i młodego regionu łódzkiego do najstarszej sieci miast.

Wśród regionów o trwałej spójności można wskazać sieć miast założonych przez sprowadzony w 1226 r. Zakon Krzyżacki, który stworzył od podstaw gęstą sieć miast, w większości warownych, wzmocnionych zamkami. Do 1410 r. Krzyżacy założyli 93 miasta<sup>4</sup>, które stały się ośrodkami handlowymi i rzemieślniczymi regionu. Część z nich jest widoczna jako regularny graf o podwójnej spójności w kształcie wielokrotnego koła, co potwierdza ich regionalny układ.

Graf reprezentujący aglomerację warszawską nie należy do najstarszych, ale można stwierdzić, że jest on w centralnej części podwójnie spójny i przypomina graf pełny (ryc. 12). Po jego wschodniej stronie dwa węzły mogą od niego odciąć dwa małe podgrafy. Jego rozwój rozpoczął się około 100 lat później niż na Śląsku i w Wielkopolsce, a największy rozkwit przypadł na drugą połowę XX w., kiedy wzdłuż linii kolejowych rozwijała się stołeczna aglomeracja.

Graf, który był w 1931 r. częścią większego grafu „galicyjskiego” połączył się z siecią miast reprezentujących Staropolski Okręg Przemysłowy. Nie jest to silne powiązanie – wskazują na to cztery węzły rozcinające w jego północnej części (po lewej stronie Wisły) oraz dwa – we wschodniej. Można w nim wskazać sieć miast Centralnego Okręgu Przemysłowego, w którym w okresie II Rzeczypospolitej zlokalizowano wiele zakładów przemysłu ciężkiego (i zbrojeniowego). Na początku XXI wieku podwójnie spójne podgrafy można odnaleźć w jego południowej części między Sanem, Wisłą i Dunajcem (Rzeszów i jego aglomeracja) oraz w północnej, wzdłuż linii kolejowej Opoczno, Skarżysko-Kamienna, Kielce, Szydłowiec, Starachowice.

Graf białostocki, który pojawił się na północnym wschodzie Królestwa Polskiego w końcu XVIII w.<sup>5</sup>, a po II wojnie światowej wskutek ogromnego ubytku ludności bardzo się „skurczył”, odzyskał dawne miasta i reprezentuje regionalną sieć osadniczą tego regionu jako graf podwójnie spójny.

Na wschodzie Polski można wskazać jeszcze niewielkie, ale podwójnie spójne podgrafy reprezentujące miasta lubelskie i zamojskie. Na zachodzie nad Odrą wyróżniają się dwa małe podgrafy podwójnie spójne: lubuski (m.in. Słubice,

<sup>3</sup> W okolicach Łodzi rozwijały się miasta i osady włókiennicze (m.in. Ozorków, Zgierz, Pabianice, Łowicz, Zduńska Wola, Aleksandrów, Konstantynów).

<sup>4</sup> Pierwsze dwa miasta, Chełmno i Toruń założyli Krzyżacy w 1233 r., następnie Elbląg w 1237 r., Malbork w 1276, Grudziądz w 1291, Gniezno w 1297 i inne.

<sup>5</sup> Pierwsze manufaktury magnackie i mieszczańskie powstały w: Jedwabnem, Wiźnie, Stawiskach, Raczkach, Tykocinie, Nowogrodzie, Szczuczynie, Augustowie i Sejnach, a także w Białymstoku i jego okolicy – w Supraślu, Fastach, Choroszcy i Michałowie.

Cybinka, Torzym, Lubniewice) oraz woliński (m.in. Świnoujście, Międzyzdroje, Wolin). Pozostałe podgrafy nie są podwójnie spójne, ale można przypuszczać, że reprezentują lokalne miejskie sieci osadnicze.

## Wnioski

Zastosowane metody grafowe, dzięki technologiom i narzędziom GIS dają nowe możliwości analizy miejskiej sieci osadniczej. Pozwalają na jej uzupełnienie o aspekty spójności w ujęciu statycznym i dynamicznym. Ponadto dzięki ich wykorzystaniu odkrywają się układy przestrzenne, które opisuje teoria grafów. To, że na początku XXI wieku 95% miast jest reprezentowane przez graf spójny nie oznacza, że regionalne miejskie sieci osadnicze nie są widoczne w jego konstrukcji. Można w nim wyróżnić wiele podgrafów, które reprezentują regionalne, trwale ukształtowane miejskie sieci osadnicze. Są to przede wszystkim: sieć miast Wielkopolski, Dolnego Śląska, Kujaw, Górnego Śląska z aglomeracją krakowską, Pomorza Gdańskiego i Zachodniego, a także Warmii i Mazur. Mniejsze i młodsze regiony również są reprezentowane przez grafy podwójnie spójne, na przykład: aglomeracja warszawska, łódzka, białostocka, rzeszowska, a także miasta świętokrzyskie, lubelskie, zamojskie, lubuskie i wolińskie.

Ponadto dzięki analizie z wykorzystaniem teorii grafów można zauważyć że:

- najstarsze regionalne miejskie sieci osadnicze (Śląska, Wielkopolski, Pomorza Zachodniego, Warmii i Mazur) mają kształt wielokrotnego koła;
- formę grafu pełnego o najwyższej spójności sieci mają miasta Górnego Śląska i Zagłębia Dąbrowskiego oraz częściowo aglomeracji warszawskiej;
- występuje trwałość granic historycznych, np. zachodniej Dzielnicy Raciborsko-Opolskiej oraz wschodniej ziemi krakowskiej widoczna w kształcie grafu reprezentującego sieć miast tych ziem;
- na współczesny kształt miejskiej sieci osadniczej kilku regionów ma wpływ przebieg linii kolejowych na przykład: aglomeracji warszawskiej, rzeszowskiej, regionu świętokrzyskiego, łódzkiego i białostockiego;
- połączenie po 1945 r. miejskiej sieci osadniczej obszaru tzw. ziem odzyskanych z miastami Wielkopolski, Kujaw i innych, które w 1931 r. podzielone były granicą państwową, może świadczyć o istnieniu regionu ponadkrajowego przed II wojną światową.

Dzięki możliwościom narzędzi GIS, a szczególnie wykorzystania do analiz grafowych dodatkowych warstw z rzekami i granicami historycznymi, interpretacja spójności grafu mogła uwzględnić aspekt historyczny. Zastosowana metoda może być rekomendowana do analiz porównawczych miejskiej sieci osadniczej różnych obszarów.



## Piśmiennictwo / References

- Cheung A.K.L., O'Sullivan D., Brierley G., 2015, *Graph-assisted landscape monitoring*, International Journal of Geographical Information Science, 29, 4, s. 580-605.
- Curtin K.M., 2007, *Network Analysis in Geographic Information Science: Review, Assessment, and Projections*, Cartography and Geographic Information Science, 34, 2, s. 103-111.
- Erath A., Löchl M., Axhausen K.W., 2009, *Graph-theoretical analysis of the Swiss road and railway networks over time*, Networks and Spatial Economics, 9, 3, s. 379-400.
- Gautama S., D'Haeyer J., Philips W., 2006, *Graph-based change detection in geographic information using VHR satellite images*, International Journal of Remote Sensing, 27, 9, s. 1809-1824; DOI: 10.1080/01431160612331392545
- Gęstość zaludnienia w diecezji krakowskiej w drugiej ćwierci XIV w. na podstawie rejestrów Świętopietrza, 1961, Mapa 5 [w:] *Historia Polski – tom 1 do roku 1764, mapy*, PWN, Warszawa, opr. T. Ładogórski.
- Gil J., 2011, *Analysing the configuration of integrated multi-modal urban networks*, Continuity, 100(2), 1.
- Jażdżewska I., 2006, *Kształtowanie się miejskiej sieci osadniczej Polski do roku 1918 na tle zmian terytorium kraju*, Acta Universitatis Lodziensis. Folia Geographica Socio-Economica, 7, s. 96-121.
- Jażdżewska I., 2008a, *Przemiany miejskiej sieci osadniczej w Polsce w świetle metod matematycznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Jażdżewska I., 2008b, *Dlaczego warto stosować teorię grafów w badaniach geografii historycznej? Przykłady zastosowania*, [w:] M. Kulesza (red.), *Czas i przestrzeń w naukach geograficznych. Wybrane problemy geografii historycznej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, s. 243-256.
- Kansky K., 1963, *Structure of Transportation Networks: Relationships Between Network Geometry and Regional Characteristics*, Research Paper, 84, Department of Geography, University of Michigan, Michigan.
- Królestwo Polskie i kraje ościenne ok. 1860 r., 1960, Mapa 15 [w:] *Historia Polski – tom 2 do roku 1864, mapy*, PWN, Warszawa, opr. J. Hulanicki, H. Rutkowski.
- Królestwo Polskie Kazimierza Wielkiego i współczesne mu księstwa Piastów, 1961, Mapa 6 [w:] *Historia Polski – tom 1 do roku 1764, mapy*, PWN, Warszawa, opr. B. Kaczmarek.
- Kulesza M., Koter M., 1998, *Kształtowanie się sieci miast na obszarze Polski Środkowej*, [w:] A. Werwicki (red.), *Transformacja społeczno-ekonomiczna Polski Środkowej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, s. 17-38.
- Lin J., Chongcheng C., Wu J., 2013, *CD-graph: planar graph representation for spatial adjacency and neighbourhood relation with constraints*, International Journal of Geographical Information Science, 27, 10, s. 1902-1923; DOI: 10.1080/13658816.2013.769136
- Maik W., 1979, *Zastosowanie metod grafowych do hierarchizacji elementów systemu osadniczego*, [w:] Z. Chojnicki (red.), *Struktura i funkcje układów przestrzenno-ekonomicznych*, UAM, Seria Geografia, 18, s. 37-43.
- Moriconi-Ebrard F., 1993, *L'urbanisation du Monde, depuis 1950*, Anthrhopos, Paryż.
- Morgado P., Costa N., 2011, *Graph-based model to transport networks analysis through GIS*, [w:] *Proceedings of European Colloquium on Quantitative and Theoretical Geography, 2-5 September, Athens, Greece*, s. 2-5.

- Natapov A., Czamanski D., Fisher-Gewirtzman D., 2013, *Can visibility predict location? Visibility graph of food and drink facilities in the city*, *Survey Review*, 45, 333, s. 462-471.
- Patarasuk R., 2013, *Road network connectivity and land-cover dynamics in Lop Buri province, Thailand*, *Journal of Transport Geography*, 28, s. 111-123.
- Payne K.C., Dror M., 2015, *Construction of a topographical road graph for bicycle tour routes*, *Sports Technology*, 8, 1-2, s. 1-11.
- Polska w okresie rozdrobnienia feudalnego. Podział polityczny ziem polskich ok. r. 1250, 1961, Mapa 4 [w:] Historia Polski – tom 1 do roku 1764, mapy*, PWN, Warszawa, opr. R. Cieśla.
- Potrykowski M., Taylor Z., 1982, *Geografia transportu*, PWN, Warszawa.
- Ratajczak W., 1977, *Metody grafowe w geografii ekonomicznej*, [w:] Z. Chojnicki (red.), *Metody ilościowe i modele w geografii*, PWN, Warszawa, s. 143-157.
- Ratajczak W., 1992, *Dostępność komunikacyjna miast wojewódzkich Polski w latach 1948-1988*, *Współczesne problemy geografii społeczno-ekonomicznej Polski*, Seria Geografia, 55, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.
- Rozenblat C., Pumain D., 2007, *Firm linkages, innovation and the evolution of urban systems*, [w:] P. Taylor B. Derudder, P. Saey, F. Witlox (red.), *Cities in Globalization: Practices, Policies and Theories*, Routledge, London – New York, s. 130-156.
- Rozenblat C., Tissandier P., 2007, *Commuter graphs and cities' polycentric cohesion*, [w:] *Proceedings of the 15th European Colloquium on Theoretical and Quantitative Geography (ECTQG), Montreux, Switzerland*, s. 7-11.
- Rozwój komunikacji na ziemiach polskich w latach 1864-1914, 1963, Mapa 10 [w:] Historia Polski tom 3 do roku 1864-1900, mapy*, PWN, Warszawa, opr. J. Humnicki.
- Runge J., 2006, *Metody badań w geografii społeczno-ekonomicznej: elementy metodologii, wybrane narzędzia badawcze*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Sosnowiec.
- Rydzewski T., 2001, *Dostępność topologiczna na przykładzie sieci kolejowej województwa zachodniopomorskiego w 1999 r.* [w:] H. Rogacki (red.), *Konceptje teoretyczne i metody badań geografii społeczno-ekonomicznej i gospodarki przestrzennej*, Bogucki Wydawnictwo naukowe, Poznań, s.159-167.
- Sööt S., 1975, *National airline networks: A graph theoretic analysis*, *Cahiers de géographie du Québec*, 19, 48, s. 461-474.
- Staropolskie Zagłębie Przemysłowe w latach 1815-1843, 1960, Mapa 13 [w:] Historia Polski tom 2 do roku 1864, mapy*, PWN, Warszawa, opr. A. Borkiewicz.
- Taylor Z., 1979, *Przestrzenna dostępność miejskiego systemu transportowego na przykładzie Poznania*, *Studia KPZK PAN*, 67, Warszawa.
- Thomson R.C., Richardson D.E., 1995, *A graph theory approach to road network generalisation*, [w:] *Proceeding of the 17th International Cartographic Conference*, Barcelona, Spain, s. 1871-1880.
- Weltrowska J., 2003, *Rozwój systemu bankowego w Polsce w latach 1989-2002*, Bogucki Wydawnictwo Naukowe, Poznań.
- Wilson R.J., 2000, *Wprowadzenie do teorii grafów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Zagożdżon A., 1970, *Metody grafowe w badaniach osadnictwa, ze szczególnym uwzględnieniem morfologii siedlisk*, *Przegląd Geograficzny*, 42, 2, s. 335-348.
- Ziemie polskie. Podział administracyjny ok. 1820 r., 1960, Mapa 9 [w:] Historia Polski tom 2 do roku 1864, mapy*, PWN, Warszawa, opr. J. Humaniński.

IWONA JAŹDŹEWSKA

CONNECTIVITY AND REGIONALISATION OF URBAN SETTLEMENT  
IN POLAND IN THE LIGHT OF GRAPH THEORY

Graph theory was used to present the connectivity and regionalisation of Poland's network of urban settlement in 1931, 1950 and 2002. The vertices show towns and cities (as points), while the edges reflect distances between such urban centres, where these are located no further than 25 km apart. Simple graphs were used, and advantage taken of the properties of connected and disconnected (cohesive or non-cohesive) graphs, with graph connectivity studied to assess persistence in the settlement network. A connected graph may become disconnected when one vertex is removed, and in the context of the urban settlement network this denotes a town or city losing its rights and becoming part of the set of rural settlements. Conversely, a disconnected graph becomes connected when a new town or city in the network is founded. An important issue here is determination of the degree to which a connected graph can be regarded as connected. This is achieved by considering the number of edges needing to be removed from a graph before disconnection takes place. Such aspects of connectivity of the urban settlement network, as well as the forms it assumed in 1931, 1950 and 2002, have been presented against the backdrop of historical circumstances. Furthermore, urban settlement networks were considered regional if they could be represented by biconnected graphs. In fact, it was possible to distinguish several sub-graphs present at the beginning of the 21st century and representing permanent urban settlement networks (Fig. 8). These were the urban networks of the Wielkopolska region, as well as Lower Silesia, Kujawy, Upper Silesia, the Cracow agglomeration, Gdansk Pomerania and Western Pomerania, as well as Warmia and Mazury. Smaller and younger regions also represented by biconnected graphs included the agglomerations of Warsaw, Łódź, Białystok and Rzeszów, as well as the towns of the Świętokrzyskie, Lublin, Zamość, Lubuskie and Wolin regions.

Thanks to analysis utilising graph theory, it was possible to note that the oldest regional urban settlement network (Silesia, Wielkopolska, Western Pomerania, Warmia and Mazury) takes the form of multiple circles. Most connected full graphs can be found in "young" towns and cities in Upper Silesia, the Dąbrowa Basin and, partially, the Warsaw agglomeration. The modern shape of urban settlement networks is influenced by railways, as can be seen in the cases of Warsaw and the Rzeszów agglomeration, as well as the Świętokrzyskie, Łódź and Białystok regions. After 1945, the connection of the urban settlement network of the so-called Regained Territories with the urban areas of Wielkopolska, Kujawy and other regions still separated by a state border as of 1931 may indicate the existence of a supranational region before World War II.

Thanks to the functions provided by GIS tools and, in particular, the utilisation of additional layers with rivers and historical borders in graph analyses, the interpretation of graph connectivity was able to take into account the historical aspect.



