

1.1.7. – metody stochastyczne  
7.2.4. – promieniowanie

**D. Bzowska, E. Kossecka**

**ANALIZA PROMIENIOWANIA  
SŁONECZNEGO W WARSZAWIE  
W ASPEKCIE ENERGETYKI SŁONECZNEJ**

**4/1993**

P. 269



**WARSZAWA 1993**

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 10 grudnia 1992 r.



56686



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 2,50 Ark.druk.3,10  
Oddano do drukarni w lutym 1993 r.

---

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.  
Warszawa, ul.Jasna 1

Dorota Bzowska  
Elzbieta Kossecka  
Pracownia Sterowania Procesami  
Termicznymi Budynków, IPPT PAN

**ANALIZA PROMIENIOWANIA SŁONECZNEGO W WARSZAWIE  
W ASPEKTCIE ENERGETYKI SŁONECZNEJ**

**Streszczenie**

Na podstawie 10-letnich danych IMGW przeprowadzona została analiza promieniowania słonecznego w Warszawie pod kątem ilości i rozkładów czasowych dostarczanej przez nie energii. Obliczono probabilistyczne charakterystyki ciągów dobowych współczynników przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego i rozproszonego. Wyznaczono przybliżone liniowe zależności udziału promieniowania rozproszonego w całkowitym od współczynnika przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego.

**1. Wstęp**

Wzrost cen paliw konwencjonalnych i ich niedostatek w wielu rejonach świata oraz troska o ochronę środowiska spowodowały w ostatnim dwudziestolecu zainteresowanie wykorzystaniem energii promieniowania słonecznego do celów użytkowych w szerszym niż dotychczas zakresie. W szczególności zwrócono uwagę na możliwości ograniczenia zużycia energii do celów ogrzewania budynków, przez zastosowanie w nich rozwiązań z zakresu tzw. architektury słonecznej, oraz do przygotowywania ciepłej wody, przez zastosowanie odpowiednich instalacji kolektorowych.

Procesy cieplne, leżące u podstaw funkcjonowania instalacji kolektorowych oraz tzw. pasywnych układów helio-grzewczych, stanowiących elementy budynków, polegają na absorpcji promieniowania słonecznego i bezpośredniej zamianie go na ciepło. Analiza tych procesów wymaga obliczania ilości energii promieniowania padającego na różnie zorientowane płaszczyzny, dla danej lokalizacji, w zależności od pory roku, dnia i w zestawieniu z warunkami termicznymi w otoczeniu. Dostarczenie niezbędnych danych do tego rodzaju obliczeń stwarza potrzebę analizy klimatu i wyznaczenia jego charakterystyk na podstawie odpowiednio reprezentatywnych danych meteorologicznych. Do celów obliczeń o charakterze symulacyjnym opracowywane są stochastyczne modele klimatu /patrz np. [16,17]/, w szczególności stochastyczne modele przebiegów promieniowania słonecznego /patrz np. [13,14,15]/, i oparte na nich generatory ciągów danych pogodowych. Stochastyczne modele klimatu mogą być również wykorzystane do analizy losowych własności procesów cieplnych zachodzących w oddziałujących z otoczeniem układach, w szczególności w układach helio-grzewczych.

W niniejszej pracy przeprowadzona została analiza promieniowania słonecznego w Warszawie przy zastosowaniu metodologii stosowanej w pracach poświęconych badaniu promieniowania słonecznego w aspekcie energetyki słonecznej /patrz np. [1,3,4,5]/. Oznacza to analizowanie przebiegów natężenia promieniowania na tle deterministycznego trendu, wynikającego ze zmiennego napromieniowania górnych warstw atmosfery i związanego z ruchem Ziemi dookoła Słońca, w kategoriach współczynników przezroczystości atmosfery.

Obliczone zostały probabilistyczne charakterystyki ciągów dobowych współczynników przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego i rozproszonego: wartości średnie, odchylenia standardowe, wartości funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnych. Wyznaczone zostały przybliżone liniowe zależności udziału promieniowania rozproszonego w całkowitym w funkcji współczynnika przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego, które mogą być wykorzystywane do obliczania dobowych sum promieniowania na płaszczyzny nachylone przy braku danych dotyczących promieniowania rozproszonego. Obliczono średnie sumy dobowe i przeanalizowano charakterystyki probabilistyczne dobowych sum promieniowania na płaszczyzny nachylone pod kątem  $40^{\circ}$  i  $90^{\circ}$ .

## 2. Promieniowanie poza atmosferą ziemską

### 2.1. Promieniowanie na płaszczyznę poziomą

Napromieniowanie powierzchni Ziemi - na danej szerokości geograficznej zmienia się w ciągu roku na skutek ruchu Ziemi wokół Słońca /te zmiany mają charakter ściśle deterministyczny/ oraz na skutek zjawisk zachodzących w atmosferze ziemskiej, które z kolei są częściowo skorelowane z ilością promieniowania, które otrzymują górne warstwy atmosfery a częściowo mają charakter losowy.

Nateżenie promieniowania słonecznego poza atmosferą ziemską  $I_0$ , na płaszczyznę równoległą do powierzchni Ziemi w danym punkcie, tj. na odpowiadającą temu punktowi płaszczyznę poziomą, zmienia się w czasie rocznego obiegu Ziemi wokół Słońca wraz ze zmianą nachylenia linii łączącej ich środki do płaszczyzny równikowej, określonym przez kąt deklinacji  $\delta$ , i zmianą ich odległości, określoną przez ekscentryczność  $e$ .  $I_0$  oblicza się według następującego wzoru /patrz [1,2]/:

$$(2.1) \quad I_0 = I_{sc} e \cos \theta_z$$

gdzie  $I_{sc}$  jest stałą słoneczną,  $e$  ekscentrycznością orbity ziemskiej a  $\theta_z$  kątem padania promieniowania na tę płaszczyznę tj. kątem między normalną do płaszczyzny i kierunkiem padania promieni słonecznych.

Stała słoneczna  $I_{sc}$  jest określona jako nateżenie promieniowania słonecznego poza atmosferą ziemską na płaszczyznę normalną do biegu promieni słonecznych, przy średniej odległości Ziemi od Słońca. Wartości tej stałej podawane przez różnych autorów i pochodzące z różnych pomiarów różnią się nieco między sobą. W niniejszej pracy przyjęto do obliczeń wartość  $I_{sc} = 1353 \text{ W/m}^2 = 4.871 \text{ MJ/m}^2\text{h}$  [1,2,5].

Kąt  $\theta_z$  określa następująca relacja geometryczna:

$$(2.2) \quad \cos \theta_z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega$$

gdzie  $\phi$  jest szerokością geograficzną punktu na powierzchni Ziemi,  $\delta$  deklinacja a  $\omega$  kątem godzinowym określającym położenie Słońca na orbicie w stosunku do położenia w południe. Kąt  $\omega$  jest liczony dodatnio przed południem i ujemnie po południu; jednej godzinie odpowiada jego zmiana o

$15^\circ$ . Ekscentryczność  $e$  i deklinację  $\delta$ , w dniu roku o numerze  $n_d$  /licząc od 1-go stycznia/, można wyznaczyć z wzorów następujących:

$$(2.3) \quad e = 1 + 0.033 \cos \left[ \frac{2\pi n_d}{365} \right],$$

$$(2.4) \quad \delta = 23.45^\circ \sin \left[ \frac{2\pi}{365} (n_d + 284) \right],$$

albo też z dokładniejszych wzorów Spencera /patrz [2]/.

Kąt godzinowy wschodu Słońca, który określa warunek:

$$(2.5) \quad \cos \vartheta_z = 0$$

jest dany wzorem następującym:

$$(2.6) \quad \omega_s = \cos^{-1}(-\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \Phi)$$

Suma dobowa  $H_0$  [ $\text{MJ}/\text{m}^2$ ] promieniowania na płaszczyznę poziomą, obliczona jako całka z natężenia  $I_0$  po przedziale czasu wyznaczonym przez moment wschodu  $t_w$  i zachodu  $t_z$  Słońca:

$$(2.7) \quad H_0 = \int_{t_w}^{t_z} dt I_0 = I_{sc} e \int_{t_w}^{t_z} \frac{dt}{d\omega} d\omega \cos \vartheta_z = I_{sc} e \frac{24}{2\pi} \int_0^{\omega_s} d\omega \cos \vartheta_z$$

jest dana wzorem następującym:

$$(2.8) \quad H_0 = I_{sc} e \frac{24}{\pi} \left[ \omega_s \sin \delta \sin \Phi + \cos \delta \cos \Phi \sin \omega_s \right]$$

Wartości  $H_0$  obliczone dla szerokości geograficznej Warszawy dla 24-go dnia grudnia, marca i czerwca są równe odpowiednio:  $6.19 \text{ MJ}/\text{m}^2$ ,  $22.12 \text{ MJ}/\text{m}^2$  i  $41.26 \text{ MJ}/\text{m}^2$ .  $H_0$  zmienia się w ciągu miesiąca marca o 58% natomiast w ciągu czerwca jedynie o 4.2%.

## 2.2. Promieniowanie na płaszczyznę nachyloną o orientacji południowej

Kąt padania promieni słonecznych na płaszczyznę nachyloną do poziomu pod kątem  $\beta$ , o orientacji południowej /wektor normalny w płaszczyźnie lokalnego południka/, określa następująca relacja geometryczna:

$$(2.9) \quad \cos \phi_T = \sin \delta \sin (\phi - \beta) + \cos \delta \cos (\phi - \beta) \cos \omega$$

Warunek:

$$(2.10) \quad \cos \phi_T = 0$$

jest spełniony dla kąta godzinowego Słońca  $\omega_s'$  danego wyrażeniem:

$$(2.11) \quad \omega_s' = \cos^{-1}[-\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} (\phi - \beta)]$$

Jednakże dla  $\delta < 0$  /co ma miejsce na półkuli północnej między jesiennym a wiosennym zrównaniem dnia z nocą/ kąt  $\omega_s'$  wyznaczony z powyższego równania jest większy niż kąt godzinowy wschodu Słońca na płaszczyźnie pozioma. Kąt wschodu Słońca na płaszczyznę nachyloną wyznacza się zatem z warunku:

$$(2.12) \quad \omega_s^* = \min [\omega_s, \omega_s']$$

Dobowa suma promieniowania  $H_{T0}$  na płaszczyznę nachyloną o orientacji południowej, obliczona analogicznie jak  $H_0$ , jest dana wyrażeniem:

$$(2.13) \quad H_{T0} = I_{sc} e \frac{24}{\pi} \left[ \omega_s^* \sin \delta \sin (\phi - \beta) + \cos \delta \cos (\phi - \beta) \sin \omega_s^* \right]$$

Iloraz  $R_{b0}$ , określający stosunek dobowej sumy promieniowania poza atmosferą ziemską na płaszczyznę nachyloną o orientacji południowej do sumy promieniowania na płaszczyznę pozioma, jest zatem równy:

$$(2.14) \quad R_{b0} = \frac{H_{T0}}{H_0}$$

$$(2.15) \quad R_{b0} = \frac{\omega_s^* \sin \delta \sin (\phi - \beta) + \cos \delta \cos (\phi - \beta) \sin \omega_s^*}{\omega_s \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \sin \omega_s}$$

### 3. Promieniowanie na powierzchni Ziemi

#### 3.1. Współczynniki przezroczystości atmosfery

Promieniowanie słoneczne przy przejściu przez atmosferę ziemską ulega częściowemu pochłonięciu i rozproszeniu. Natężenie całkowitego promieniowania na płaszczyznę pozioma przy powierzchni Ziemi  $I$  jest sumą natężenia promieniowania bezpośredniego  $I_b$  i rozproszonego  $I_d$ :

$$(3.1) \quad I = I_b + I_d$$

Promieniowaniem bezpośrednim nazywa się promieniowanie docierające od Słońca do Ziemi bez zmiany kierunku. Rozkład katowy promieniowania rozproszonego, zależy od stanu nieba; przy dużym zachmurzeniu jest zbliżony do izotropowego. W literaturze anglojęzycznej używane są określenia: promieniowanie wiązkowe /beam radiation/ i promieniowanie dyfuzyjne /diffuse radiation/.

Dobowe sumy promieniowania całkowitego, bezpośredniego i rozproszonego oznacza się odpowiednio  $H$ ,  $H_b$  i  $H_d$ :

$$(3.2) \quad H = H_b + H_d$$

Pochłanianie krótkofalowego promieniowania słonecznego w atmosferze opisuje współczynnik przezroczystości atmosfery określony jako stosunek natężenia promieniowania przy powierzchni Ziemi do natężenia promieniowania poza atmosferą ziemską. Dobowy współczynnik przezroczystości atmosfery  $K_t$  jest określony jako iloraz dobowej sumy  $H$  całkowitego promieniowania słonecznego padającego na płaszczyznę pozioma, zmierzonego przy powierzchni Ziemi, do obliczonej dobowej sumy  $H_0$  promieniowania padającego na równoległą do niej płaszczyznę ponad atmosferą:

$$(3.3) \quad K_t = \frac{H}{H_0}$$

Dodatkowo określa się dobowy współczynnik przezroczystości atmosfery dla promieniowania rozproszonego jako stosunek dobowej sumy promieniowania rozproszonego na płaszczyznę pozioma  $H_d$  do  $H_0$ :



$$(3.4) \quad K_d = \frac{H_d}{H_0}$$

Z (3.3) i (3.4) wynika równość:

$$(3.5) \quad \frac{K_d}{K_t} = \frac{H_d}{H}$$

Iloraz  $H_d/H$ , dla którego używać będziemy skrótowego oznaczenia  $f$ :

$$(3.6) \quad f = \frac{H_d}{H} = \frac{K_d}{K_t}$$

określa udział promieniowania rozproszonego w promieniowaniu całkowitym.

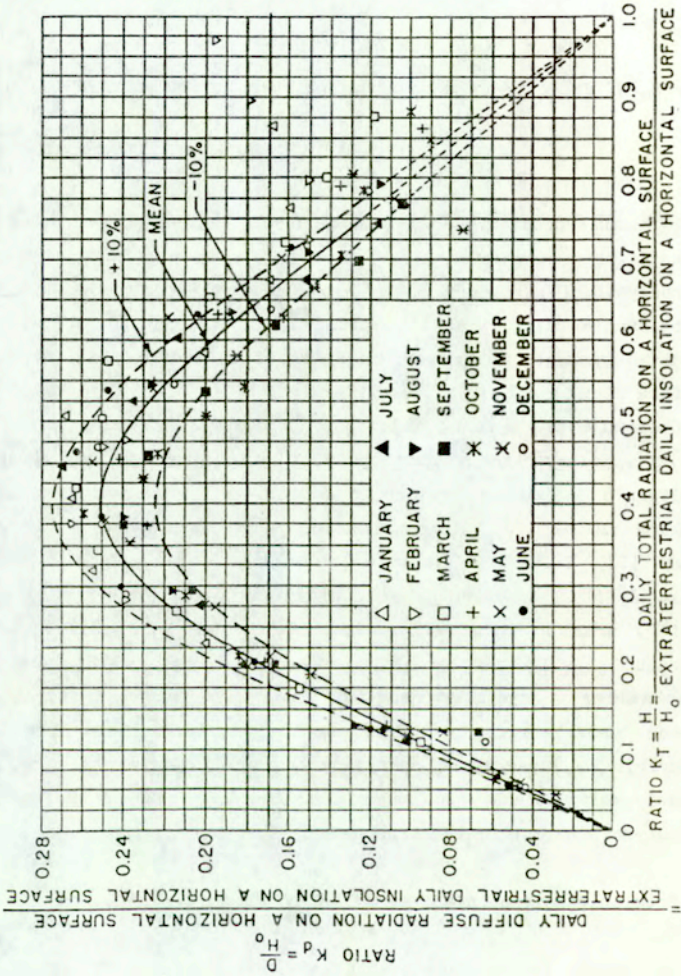
Analiza promieniowania słonecznego w kategoriach współczynników przezroczystości atmosfery pozwala na ustalenie ogólnych relacji między promieniowaniem całkowitym i rozproszonym, niezależnych od zmian poziomu tego promieniowania związanych ze zmianami natężenia promieniowania poza atmosferą ziemską dla danej lokalizacji.

Obserwuje się wyraźną zależność, w dużym zakresie liniową, ilorazu  $H_d/H$  od współczynnika przezroczystości atmosfery  $K_t$ ; odpowiada temu w przybliżeniu kwadratowa zależność  $K_d$  od  $K_t$ . Ilustrują to wykresy na rysunkach 1, 2 i 3, reprodukowanych z podstawowej pracy Liu i Jordana [3]. Zależności wartości dobowych ilorazu  $H_d/H$  i godzinowych ilorazu  $I_d/I$  od dobowych i godzinowych współczynników przezroczystości atmosfery oraz od innych czynników takich jak kąt wzniesienia Słońca, temperatura i wilgotność powietrza atmosferycznego, są analizowane przez wielu badaczy w aspekcie energetyki słonecznej [por. [3,4,5,21,22,23]/, ponieważ umożliwiają obliczanie natężenia całkowitego promieniowania słonecznego na płaszczyźnie nachyloną w oparciu jedynie o dane dotyczące promieniowania całkowitego na płaszczyźnie poziomej, przy braku danych dotyczących promieniowania rozproszonego.

### 3.2. Promieniowanie na płaszczyźnie nachylonej

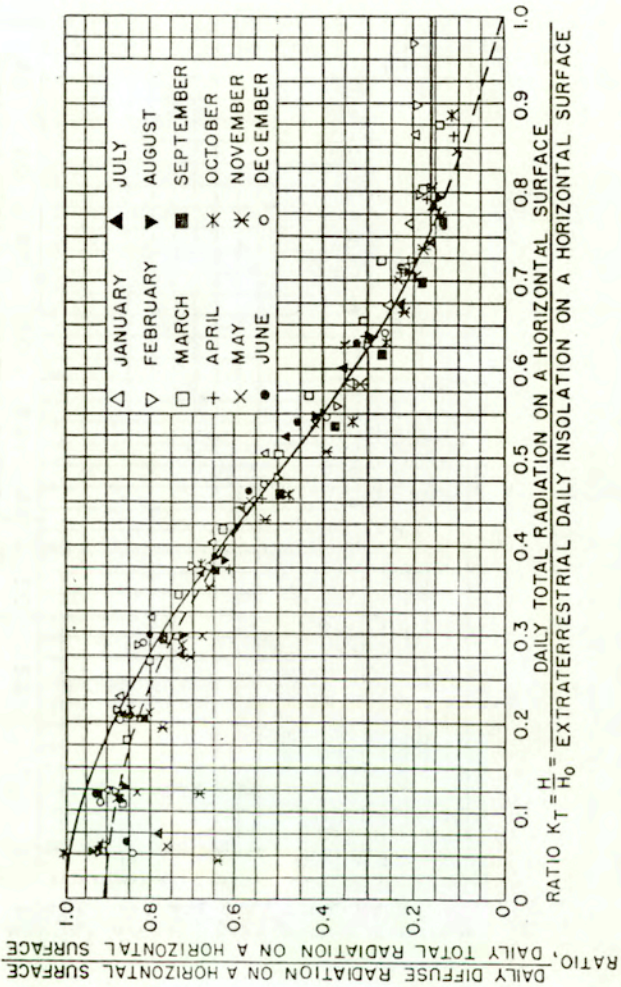
Na całkowite promieniowanie słoneczne padające na płaszczyznę nachyloną w stosunku do poziomu, znajdująca się przy powierzchni Ziemi, składa się promieniowanie bezpośrednie, promieniowanie rozproszone nieba i

Rys. 1 Relacja między dobowymi współczynnikami przezroczystości atmosfery dla promieniowania rozproszonego i całkowitego.



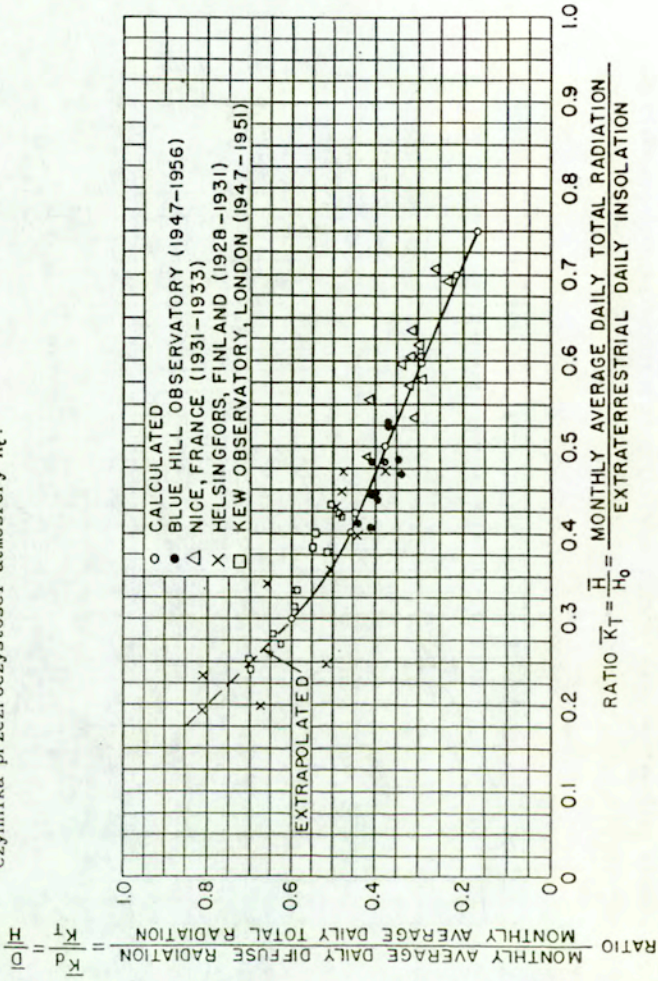
Źródło: B. Y. H. Liu, R. C. Jordan [3]

Rys. 2 Stosunek dobowej sumy promieniowania rozproszonego do dobowej sumy promieniowania całkowitego jako funkcja współczynnika przezroczystości atmosfery  $K_t$ .



Źródło: B. Y. H. Liu, R. C. Jordan [3]

Rys. 3 Stosunek średniej miesięcznej sumy promieniowania rozproszonego do średniej miesięcznej sumy promieniowania całkowitego jako funkcja średniego współczynnika przezroczystości atmosfery  $\bar{K}_t$ .



Zródło: B. Y. H. Liu, R. C. Jordan [3]

promieniowanie rozproszone odbite od gruntu i obiektów znajdujących się w otoczeniu. W dalszym ciągu rozważane będzie tylko promieniowanie odbite od gruntu. Udział poszczególnych składowych zależy od kierunku nachylenia płaszczyzny.

Dobową sumę promieniowania na płaszczyznę nachyloną  $H_T$  oblicza się według ogólnego wzoru:

$$(3.7) \quad H_T = H_b R_b + H_d R_d + H \rho_0 R_0$$

gdzie  $H_b$  jest sumą promieniowania bezpośredniego padającego na płaszczyznę poziomą,  $R_b$ ,  $R_d$  i  $R_0$  są odpowiednimi współczynnikami katowymi,  $\rho_0$  jest refleksyjnością gruntu. W najprostszym, tzw. izotropowym modelu Liu i Jordana /patrz [1]/, współczynniki katowe dla płaszczyzny nachylonej pod kątem  $\beta$  do poziomu są określone następująco:

$$(3.8) \quad R_b = R_{b0}$$

$$(3.9) \quad R_d = \frac{1 + \cos \beta}{2}, \quad R_0 = \frac{1 - \cos \beta}{2}$$

Należy jednakże zaznaczyć, że idealnej izotropii promieniowania rozproszonego nieba i odbitego od gruntu odpowiadają wzory /patrz [18]/:

$$(3.10) \quad R_d = \frac{180 - \alpha}{180}, \quad R_0 = \frac{\alpha}{180}$$

$H_T$  zależy w następujący sposób od wielkości  $H$  i  $H_d$ , mierzonych przez stacje meteorologiczne:

$$(3.11) \quad H_T = H (R_b + \rho_0 R_0) + H_d (R_d - R_b)$$

Wyrażenie powyższe można zapisać następująco wprowadzając współczynniki przezroczystości atmosfery  $K_t$  i  $K_d$ :

$$(3.12) \quad H_T = H \left[ (R_b + \rho_0 R_0) + \frac{H_d}{H} (R_d - R_b) \right] = \\ = H_0 K_t \left[ (R_b + \rho_0 R_0) + \frac{K_d}{K_t} (R_d - R_b) \right]$$

Wzór (3.11) stanowi podstawę do obliczania dobowych sum promieniowania na płaszczyźnie nachylonej przy danych wartościach dobowych sum promieniowania całkowitego i rozproszonego na płaszczyźnie pozioma. Oczywiście dokładniej można te wielkości obliczać posługując się danymi godzinowymi. Natomiast wzór (3.12) może być wykorzystany do obliczania  $H_T$  w przypadku, kiedy są dostępne tylko dane dotyczące promieniowania całkowitego natomiast znana jest zależność ilorazu  $K_d/K_t$  od  $K_t$ .

#### 4. Analiza probabilistyczna promieniowania słonecznego

##### 4.1. Opis losowych własności promieniowania słonecznego w kategoriach teorii procesów stochastycznych

Dla funkcjonowania układu pozyskującego energię słoneczną istotne znaczenie ma nie tylko średnia dobowa ilość dostępnej energii ale również jej rozłożenie w czasie, a więc zakres losowych fluktuacji i ich dynamika. Przy ocenie niezawodności takiego układu pojawiają się pytania, jakie są prawdopodobieństwa spadku średniego natężenia promieniowania słonecznego poniżej lub wzrostu powyżej określonej wartości w ciągu kilku sąsiadujących ze sobą dni /patrz [6,7,8]/. Prawdopodobieństwa takie zależą nie tylko od parametrów funkcji rozkładu podlegających losowym zmianom dobowych sum promieniowania ale również od ich czasowej współzależności w kolejnych dniach.

Losowe zmiany dobowych sum promieniowania słonecznego są określone przez losowe zmiany współczynnika przezroczystości atmosfery. Analizując przebiegi dobowych sum promieniowania słonecznego w kategoriach teorii procesów stochastycznych zakłada się, że ciągi dobowych współczynników przezroczystości atmosfery  $K_t(n)$ ,  $K_d(n)$ , gdzie  $n$  jest numerem dnia, są realizacjami procesów stochastycznych, przedziałami stacjonarnych /patrz [9,10,11,12]/, przy czym przedziałom stacjonarności odpowiadają miesiące kalendarzowe. Założenie stacjonarności w obrębie miesiąca - co oznacza niezależność od czasu charakterystyk probabilistycznych procesu - ma dla współczynników  $K_t$  charakter przybliżony, jednakże przybliżenie to wydaje się być uzasadnione ze względu na małe wartości współczynników korelacji  $K_t$  i  $H_0$  oraz współczynników trendu  $K_t$  względem  $n$  /patrz tabela 7/. Z dość grubym przybliżeniem można rozpatrywać te procesy jako procesy

normalne (gaussowskie). W polskich warunkach klimatycznych funkcje rozkładu wartości  $K_t$  jedynie dla miesięcy letnich są zbliżone do funkcji rozkładu normalnego, dla miesięcy zimowych posiadają charakterystyczne asymetrie /patrz rys.1,2/. Przy dokładnym modelowaniu przebiegów  $K_t$  stosuje się pomocnicze odwzorowanie procesu  $K_t$  w proces ściśle stacjonarny i normalny /patrz [13]/.

#### 4.2. Charakterystyki probabilistyczne procesów stacjonarnych

Proces stochastyczny normalny, tj. taki, którego wartości posiadają rozkład normalny, jest wyznaczony przez swoje momenty pierwszego i drugiego rzędu. Momenty stacjonarnego procesu  $x(n)$ , funkcji dyskretnej parametru  $n$ , będą oznaczane następująco  $E\{\dots\}$  oznacza wartość oczekiwana odpowiedniej wielkości/:

$$(4.1) \quad \bar{x} = E\{x(n)\} \quad ,$$

$$(4.2) \quad R_x(p) = E\{[x(n) - \bar{x}][x(n+p) - \bar{x}]\}$$

$$(4.3) \quad \sigma_x^2 = E\{[x(n) - \bar{x}]^2\} \equiv R_x(0)$$

gdzie  $\bar{x}$  jest wartością średnią a  $R_x(p)$  funkcja autokowariancji procesu  $x(n)$ . Wartość funkcji autokowariancji w zerze, oznaczona  $\sigma_x^2$ , nazywa się wariancją procesu  $x(n)$ ;  $\sigma_x$  jest odchyleniem standardowym.

Z (4.1), (4.3) wynika równość następująca:

$$(4.4) \quad E\{x(n)^2\} = \bar{x}^2 + \sigma_x^2$$

Funkcja autokorelacji  $r_x(p)$  stacjonarnego procesu  $x(n)$  jest określona następująco /patrz [9]/:

$$(4.5) \quad r_x(p) = \frac{R_x(p)}{\sigma_x^2} = \frac{E\{[x(n) - \bar{x}][x(n+p) - \bar{x}]\}}{\sigma_x^2} \quad ;$$

$$r_x(0) \equiv 1$$

Funkcja autokorelacji opisuje współzależność między wartościami procesu w różnych chwilach czasowych. Dla procesu stacjonarnego zależy ona jedynie od przesunięcia czasowego a nie bezpośrednio od czasu. Przyjmuje wartości z przedziału  $[-1, 1]$ . Większe wartości funkcji autokorelacji oznaczają, że proces przebiega "falami", mniejsze, że ma charakter "szumu". W literaturze spotyka się też użycie nazwy funkcja autokorelacji dla wielkości  $R_x(p)$  i unormowana funkcja autokorelacji lub współczynnik autokorelacji dla wielkości  $r_x(p)$  /patrz [10, 11, 12]/.

Wartość średnia i wariancja sumy  $S_m(n)$   $m$  kolejnych wyrazów stacjonarnego ciągu losowego  $x(n)$  są dane następującymi wzorami:

$$(4.6) \quad \bar{S}_m = E\left\{ \sum_{p=1}^m x(n+p) \right\} = m \bar{x}$$

$$(4.7) \quad \sigma_{S_m}^2 = E\left\{ \left[ \sum_{p=1}^m x(n+p) - m \bar{x} \right]^2 \right\} = \sigma_x^2 \left[ m + 2 \sum_{p=1}^{m-1} (m-p) r_x(p) \right]$$

Wzór (4.7) wskazuje, że wariancja  $\sigma_{S_m}^2$  sumy  $m$  kolejnych wyrazów stacjonarnego ciągu losowego, określająca rozproszenie tej wielkości wokół jej wartości średniej, zależy od wartości funkcji autokorelacji  $r_x(p)$  tego ciągu. Wraz ze wzrostem wartości  $r_x(p)$  zwiększa się prawdopodobieństwo osiągnięcia wartości odległych od średniej.

Funkcja korelacji wzajemnych  $r_{x,y}(p)$  dwu ciągów  $x(n)$  i  $y(n)$  jest określona następująco:

$$(4.8) \quad r_{x,y}(p) = \frac{E\left\{ [x(n) - \bar{x}] [y(n+p) - \bar{y}] \right\}}{\sigma_x \sigma_y} ;$$

jej wartość w zerze będzie nazywana ich współczynnikiem korelacji  $\rho_{x,y}$ :

$$(4.9) \quad \rho_{x,y} = r_{x,y}(0)$$

Z (4.1), (4.2), (4.3), (4.8) wynika równość następująca:

$$(4.10) \quad E\left\{ x(n)y(n) \right\} = \bar{x}\bar{y} + \rho_{x,y} \sigma_x \sigma_y$$



Współczynnik korelacji dwu zmiennych losowych jest miarą ich liniowej zależności. Cześciową liniową zależność procesów  $x(n)$  i  $y(n)$  opisuje równość następująca:

$$(4.11) \quad y(n) - \bar{y} = \tilde{y}(n) + a [x(n) - \bar{x}] \quad ,$$

gdzie  $\tilde{y}(n)$  jest procesem szumów o wartości średniej równej zeru, nieskorelowanych z  $x(n)$ :

$$(4.12) \quad E \left\{ \tilde{y}(n) \right\} = 0 \quad ,$$

$$(4.13) \quad E \left\{ \tilde{y}(n) [x(n) - \bar{x}] \right\} = 0 \quad .$$

Z (4.1), (4.3), (4.8), (4.9) wynika, że współczynniki  $a$  i  $b$  określające przybliżoną liniową zależność /liniową funkcję regresji/:

$$(4.14) \quad y(n) \approx a x(n) + b$$

są dane następującymi wzorami:

$$(4.15) \quad a = \rho_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad ,$$

$$(4.16) \quad b = \bar{y} - a \bar{x} \quad .$$

Natomiast średnie kwadratowe odchylenie od prostej określonej równaniem (4.14), równe wariancji  $\tilde{\sigma}_y^2$  szumu  $\tilde{y}(n)$ , jest równe:

$$(4.17) \quad \tilde{\sigma}_y^2 = \sigma_y^2 (1 - \rho_{x,y}^2)$$

Wielkość  $\rho_{x,y}^2$ :

$$(4.18) \quad \rho_{x,y}^2 = 1 - \frac{\tilde{\sigma}_y^2}{\sigma_y^2}$$

nazywa się w statystyce współczynnikiem determinacji liniowej zmiennej  $y$  względem zmiennej  $x$ . Określa ona w jakim stopniu zmienność  $x$  jest wyznaczona przez zmienność  $y$ .

Wartość średnia i wariancja ciągu  $z(n)$ , który jest sumą  $m$  ciągów  $x_1(n)$ , są dane wzorami następującymi:

$$(4.19) \quad Z(n) = \sum_{i=1}^m x_i(n) \quad ,$$

$$(4.20) \quad \bar{Z} = \sum_{i=1}^m \bar{x}_i \quad ,$$

$$(4.21) \quad \sigma_Z^2 = E \left\{ \left[ \sum_{i=1}^m (x_i(n) - \bar{x}_i) \right]^2 \right\} = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 + 2 \sum_{p=1}^{m-1} \sum_{i=1}^{m-p} \rho_{i, i+p} \sigma_i \sigma_{i+p}$$

#### 4.3. Charakterystyki probabilistyczne promieniowania na płaszczyźnie poziomej i nachylonej

W poniższych rozważaniach losowe własności promieniowania słonecznego są opisywane przez losowe własności współczynników przezroczystości atmosfery; trend deterministyczny opisuje funkcja  $H_0$ .

Wartości średnie i odchylenia standardowe wielkości  $K_t$ ,  $K_d$  i  $f$ , odnoszące się do poszczególnych miesięcy, będą oznaczane odpowiednio  $\bar{K}_t$ ,  $\bar{K}_d$ ,  $\bar{f}$ ,  $\sigma_{K_t}$ ,  $\sigma_{K_d}$ ,  $\sigma_f$ . Współczynniki korelacji będą oznaczane odpowiednio  $\rho_{K_t, K_d}$  i  $\rho_{f, K_t}$ .

Wartości średnie i odchylenia standardowe dobowych sum promieniowania całkowitego i rozproszonego  $\bar{H}$ ,  $\bar{H}_d$ ,  $\sigma_H$ ,  $\sigma_{H_d}$  będą się odnosić do określonych dni w miesiącu, o numerze  $n$  i ze względu na zależności (3.3), (3.4) będą równe:

$$(4.22) \quad \bar{H}(n) = H_0(n) \bar{K}_t \quad , \quad \bar{H}_d(n) = H_0(n) \bar{K}_d$$

$$(4.23) \quad \sigma_H(n) = H_0(n) \sigma_{K_t} \quad , \quad \sigma_{H_d}(n) = H_0(n) \sigma_{K_d}$$

Z (4.22) i (4.23) wynikają równości:

$$(4.24) \quad \frac{\bar{H}(n)}{\sigma_H(n)} = \frac{\bar{K}_t}{\sigma_{K_t}} \quad , \quad \frac{\bar{H}_d(n)}{\sigma_{H_d}(n)} = \frac{\bar{K}_d}{\sigma_{K_d}}$$

Z definicji  $f$  (3.6) oraz z (4.10) wynika równość:

$$(4.25) \quad \overline{K_t f} = \bar{K}_t \bar{f} + \rho_{f, K_t} \sigma_f \sigma_{K_t}$$

/kreska nad  $K_t f$  oznacza wartość średnią tego ilorazu/.

Wartości średnie  $\bar{H}_T$  i odchylenia standardowe  $\sigma_{HT}$  sum promieniowania na płaszczyznę nachyloną również odnosić się będą do określonych dni miesiąca, to samo dotyczy współczynników kątowych  $R_b$ . Z wzoru (3.12) wynika następujący związek między wartościami średnimi sum promieniowania całkowitego na płaszczyznę nachyloną i współczynnikami przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego i rozproszonego na płaszczyznę poziomą:

$$(4.26) \quad \begin{aligned} \bar{H}_T(n) &= H_0(n) \left\{ \bar{K}_t [R_b(n) + \rho_0 R_0] + \bar{K}_d [R_d - R_b(n)] \right\} \\ &= H_0(n) \bar{K}_t \left\{ [R_b(n) + \rho_0 R_0] + \frac{\bar{K}_d}{\bar{K}_t} [R_d - R_b(n)] \right\} \end{aligned}$$

Z wzoru (3.12) i (4.25) wynika natomiast następujący związek między wartością średnią  $\bar{H}_T$  a charakterystykami procesów  $K_t$  i  $f$ :

$$(4.27) \quad \begin{aligned} \bar{H}_T(n) &= H_0(n) \cdot \left\{ \bar{K}_t [R_b(n) + \rho_0 R_0] + \bar{K}_t \bar{f} [R_d - R_b(n)] + \right. \\ &\quad \left. + \rho_{f, K_t} \sigma_f \sigma_{K_t} [R_d - R_b(n)] \right\} \end{aligned}$$

Jeżeli między  $f = K_d/K_t$  i  $K_t$  zachodzi liniowa zależność postaci:

$$(4.28) \quad f = \tilde{f} + a K_t + b \quad ,$$

gdzie  $\tilde{f}$  jest szumem nieskorelowanym z  $K_t$  /por. (4.14-18), wielkość  $\bar{H}_T(n)$  określa wyrażenie następujące:

$$(4.29) \quad \begin{aligned} \bar{H}_T(n) &= H_0(n) \left\{ \bar{K}_t [R_b(n) + \rho_0 R_0] + (a \bar{K}_t + b) \bar{K}_t [R_d - R_b(n)] + \right. \\ &\quad \left. + a \sigma_{K_t}^2 [R_d - R_b(n)] \right\} \end{aligned}$$

Wyrażenie to jest tożsame z (4.27), jeżeli współczynniki  $a$  i  $b$ , dane wzorami (4.15), (4.16), są wyznaczone dla tych samych zbiorów  $f$  i  $K_t$ . Jeżeli natomiast te współczynniki odpowiadają zależności w skali roku a  $\bar{K}_t$  i  $\sigma_{Kt}$  odnoszą się do określonego miesiąca, wyrażenia (4.27) i (4.29) różnią się od siebie.

Wariancja  $\sigma_{HT}^2$  dobowej sumy promieniowania na płaszczyznę nachyloną jest równa /por. (4.21)/:

$$(4.30) \quad \sigma_{HT}^2(n) = H_0^2(n) \left\{ \sigma_{Kt}^2 [R_b(n) + \rho_0 R_0]^2 + \sigma_{Kd}^2 [R_d - R_b(n)]^2 + \right. \\ \left. + 2 \rho_{Kt, Kd} \sigma_{Kt} \sigma_{Kd} [R_b(n) + \rho_0 R_0] [R_d - R_b(n)] \right\}$$

Odchylenie standardowe  $\sigma_{HT}$  oraz iloraz  $\bar{H}_T/\sigma_{HT}$  są równe odpowiednio:

$$(4.31) \quad \sigma_{HT} = H_0 \sigma_{Kt} (R_b + \rho_0 R_0) \sqrt{S} \quad ,$$

$$(4.32) \quad \frac{\bar{H}_T}{\sigma_{HT}} = \frac{\bar{K}_t}{\sigma_{Kt}} \left[ 1 + \frac{\bar{K}_d}{\bar{K}_t} \frac{R_d - R_b}{R_b + \rho_0 R_0} \right] \frac{1}{\sqrt{S}} \quad ,$$

gdzie:

$$(4.33) \quad S = 1 + \frac{\sigma_{Kd}^2}{\sigma_{Kt}^2} \frac{(R_d - R_b)^2}{(R_b + \rho_0 R_0)^2} + 2 \rho_{Kt, Kd} \sigma_{Kt} \sigma_{Kd} \frac{R_d - R_b}{R_b + \rho_0 R_0}$$

Iloraz  $\bar{H}_T/\sigma_{HT}$  określa rozproszenie rozkładu wartości  $H_T$ . Jest on proporcjonalny do ilorazu  $\bar{K}_t/\sigma_{Kt}$  /któremu jest równy iloraz  $\bar{H}/\sigma_H$ ; por. (4.24)/, zależy jednak również od współczynnika katowego  $R_b$  i współczynnika korelacji  $\rho_{Kt, Kd}$  oraz od  $\sigma_{Kt}$  i  $\sigma_{Kd}$ . Wartości  $R_b$  i  $\rho_{Kt, Kd}$  odpowiadające poszczególnym miesiącom dla warunków Warszawy różnią się od siebie w sposób istotny, natomiast wartości  $\sigma_{Kt}$  i  $\sigma_{Kd}$  różnią się od siebie niewiele /patrz tab. 3, 4, 5, 7/.

#### 4.4. Obliczanie średnich miesięcznych sum promieniowania na płaszczyznę nachyloną przy braku szczegółowych danych dotyczących promieniowania całkowitego i rozproszonego

Nie wszystkie stacje meteorologiczne w Polsce wykonują pomiary promieniowania rozproszonego, nie zawsze są też dostępne szczegółowe godzinowe i dobowe dane dotyczące promieniowania całkowitego dla danej lokalizacji. W przypadku, gdy są do dyspozycji jedynie średnie miesięczne sumy promieniowania całkowitego na płaszczyznę poziomą  $\bar{H}$ , średnie miesięczne promieniowania na płaszczyznę nachyloną  $\bar{H}_T$  obliczone być mogą z dość dobrym przybliżeniem w sposób następujący.

Z wzorów (4.22) wynika, że między średnimi miesięcznymi dobowych sum promieniowania całkowitego i rozproszonego na płaszczyznę poziomą przy powierzchni Ziemi i poza atmosferą a współczynnikami przezroczystości atmosfery  $K_t$  i  $K_d$ , zachodzą relacje następujące:

$$(4.32) \quad \bar{H} = \bar{H}_0 \bar{K}_t \quad , \quad \bar{H}_d = \bar{H}_0 \bar{K}_d$$

U podstaw tych relacji leży założenie o stacjonarności procesów  $K_t$  i  $K_d$  /równowazne założeniu braku korelacji między  $K_t$ ,  $K_d$  i  $H_0$ /, dość dobrze potwierdzone odpowiednimi obliczeniami. Z (4.32) wynika, że  $\bar{K}_t$  i  $\bar{K}_d$ , przy znanych  $\bar{H}$  i  $\bar{H}_d$ , można obliczać następująco:

$$(4.33) \quad \bar{K}_t = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_0} \quad , \quad \bar{K}_d = \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}_0} \quad ,$$

oraz ze można przyjmować równość:

$$(4.34) \quad \frac{\bar{K}_d}{\bar{K}_t} = \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}}$$

Z kolei z (4.26) i (4.32) wynika następująca relacja między średnimi miesięcznymi dobowych sum promieniowania na płaszczyznę poziomą i nachyloną:

$$(4.35) \quad \bar{H}_T = \bar{K}_t \left[ \overline{H_0(R_b + \rho_0 R_0)} \right] + \bar{K}_d \left[ \overline{H_0(R_d - R_b)} \right] =$$

$$= \bar{H} \left\{ \left[ \frac{\overline{H_0 R_b}}{\bar{H}_0} + \rho_0 R_0 \right] + \frac{\bar{K}_d}{\bar{K}_t} \left[ R_d - \frac{\overline{H_0 R_b}}{\bar{H}_0} \right] \right\}$$

W syntetyczny sposób relacje między sumą promieniowania na płaszczyźnie poziomej i nachylonej można zapisać wprowadzając współczynnik  $\kappa$ :

$$(4.36) \quad \bar{H}_T = \kappa \bar{H}$$

Przy stosowaniu opisanej powyżej metody obliczeń jest on dany wyrażeniem:

$$(4.37) \quad \kappa = \left[ \frac{\overline{H_0 R_b}}{\bar{H}_0} + \rho_0 R_0 \right] + \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} \left[ R_d - \frac{\overline{H_0 R_b}}{\bar{H}_0} \right]$$

Przy braku danych odnośnie promieniowania rozproszonego można obliczać  $\kappa$  wyznaczając wartość ilorazu  $\bar{H}_d/\bar{H} = \bar{K}_d/\bar{K}_t$  z przybliżonej liniowej zależności tego ilorazu od  $\bar{K}_t$ , podanej w rozdz. 5.3. Wymaga to uprzedniego obliczenia  $\bar{K}_t$  według wzoru (4.33). Wydaje się to być lepszym przybliżeniem niż wykorzystywanie wartości  $\kappa$  wyznaczonych dla Warszawy, lub średnich dla kilku stacji /por.[18]/, ponieważ pozwala uwzględnić różnice między średnimi miesięcznymi wartościami  $\bar{K}_t$  dla różnych lokalizacji. Wartości średnie  $\bar{H}_0$  i  $\overline{H_0 R_b}$  mogą być obliczone na podstawie wzorów podanych w rozdziałach 2 i 3.

## 5. Charakterystyki promieniowania słonecznego dla Warszawy

Prezentowane w niniejszym rozdziale charakterystyki promieniowania słonecznego dla Warszawy wyznaczone zostały na podstawie godzinowych danych IMGW z 10-cio letniego okresu 1976r - 1985r.

### 5.1. Promieniowanie całkowite i rozproszone na płaszczyznę poziomą

Na podstawie danych IMGW zawierających pomiary godzinowych sum promieniowania całkowitego i rozproszonego na płaszczyznę poziomą dla Warszawy obliczone zostały średnie miesięczne sumy godzinowe i dobowe tych dwu rodzajów promieniowania; ich wartości są zestawione w tabelach 1 i 2. Odnoszą się one do tzw. czasu lokalnego, który różni się od zegarowego w zimie o +24 minuty a w lecie o -36 minut. /Stacja aktynometryczna w Warszawie ma współrzędne geograficzne: szerokość  $\phi = 52^{\circ}10'N$ , długość  $L = 20^{\circ}58'E$ . W zimie obowiązuje w Polsce czas środkowoeuropejski, związany z południkiem  $15^{\circ}$ , w lecie czas wschodnioeuropejski, związany z południkiem  $30^{\circ}$ /.

Największą wartość  $1.94 \text{ MJ/m}^2\text{h}$  osiąga średnia suma godzinowa promieniowania całkowitego w czerwcu w godz. 11-12 a promieniowania rozproszonego,  $0.92 \text{ MJ/m}^2\text{h}$ , w lipcu w godz. 12-13.

Średnie sumy dobowe promieniowania całkowitego i rozproszonego osiągają maksymalne wartości w czerwcu,  $17.74 \text{ MJ/m}^2$  i  $8.82 \text{ MJ/m}^2$  odpowiednio a minimalne w grudniu  $1.42 \text{ MJ/m}^2$  i  $1.10 \text{ MJ/m}^2$ . Charakterystyczne dla klimatu Polski są duże różnice między natężeniem promieniowania w miesiącach letnich i zimowych. Efekt słabego napromieniowania górnych warstw atmosfery jest w miesiącach zimowych wzmacniany przez często występujące duże zachmurzenie, czego miarą są duże wartości współczynników przezroczystości atmosfery; patrz tabela 3. Np. dla stacji Beer Sheva w Izraelu, położonej na szerokości geograficznej o około  $21^{\circ}$  mniejszej niż Warszawa / $\phi = 31^{\circ}15'N$ ,  $L = 34^{\circ}45'E$ / średnia suma dobową promieniowania całkowitego jest równa w grudniu  $9.74 \text{ MJ/m}^2$  a w czerwcu  $27.64 \text{ MJ/m}^2$  /patrz [19]/.

Tabela 1. Średnie miesięczne i roczne godzinowych sum całkowitego promieniowania słonecznego. (MJ/m<sup>2</sup>h)

d-c	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	Suma	
S.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.18	0.32	0.40	0.40	0.33	0.21	0.08	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.98
L.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.18	0.40	0.59	0.71	0.73	0.65	0.50	0.28	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.17
B.	0.00	0.00	0.00	0.05	0.24	0.53	0.80	0.98	1.06	1.08	0.98	0.81	0.56	0.29	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	7.48
T.	0.00	0.00	0.07	0.30	0.64	0.99	1.27	1.47	1.54	1.50	1.38	1.15	0.86	0.57	0.27	0.06	0.00	0.00	0.00	12.71
B.	0.00	0.05	0.28	0.64	1.03	1.37	1.68	1.88	1.93	1.86	1.71	1.52	1.19	0.85	0.51	0.21	0.03	0.00	0.00	16.74
C.	0.01	0.12	0.38	0.70	1.06	1.45	1.75	1.91	1.94	1.86	1.74	1.54	1.26	0.96	0.63	0.33	0.10	0.00	0.00	17.74
L.	0.00	0.08	0.31	0.62	1.00	1.34	1.62	1.76	1.86	1.88	1.74	1.53	1.26	0.98	0.64	0.32	0.08	0.00	0.00	17.02
S.	0.00	0.01	0.14	0.43	0.80	1.19	1.49	1.70	1.76	1.75	1.65	1.39	1.13	0.77	0.43	0.14	0.01	0.00	0.00	14.79
B.	0.00	0.00	0.02	0.18	0.48	0.81	1.12	1.31	1.37	1.34	1.19	0.94	0.67	0.37	0.12	0.01	0.00	0.00	0.00	9.93
P.	0.00	0.00	0.00	0.04	0.20	0.44	0.67	0.82	0.88	0.85	0.72	0.55	0.32	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5.59
L.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.15	0.31	0.42	0.48	0.46	0.36	0.21	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.49
B.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.14	0.25	0.31	0.30	0.24	0.12	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.42
Rok	0.00	0.02	0.10	0.25	0.46	0.70	0.96	1.12	1.19	1.12	1.06	0.87	0.64	0.46	0.22	0.09	0.02	0.00	0.00	9.34

Opracowano na podstawie danych IMGW dla Warszawy z lat 1976-1985



Tabela 2. Średnie miesięczne i roczne godzinowych sum rozproszonego promieniowania słonecznego. (MJ/m<sup>2</sup>h)

M-c	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	Suma		
S.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,14	0,23	0,28	0,28	0,24	0,17	0,07	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,46	
L.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,14	0,29	0,39	0,48	0,48	0,42	0,33	0,21	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,81
M.	0,00	0,00	0,00	0,04	0,17	0,32	0,46	0,55	0,61	0,60	0,56	0,47	0,35	0,20	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,39
J.	0,00	0,00	0,06	0,21	0,37	0,51	0,63	0,73	0,76	0,78	0,72	0,62	0,48	0,34	0,19	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	6,43
M.	0,00	0,05	0,19	0,33	0,48	0,62	0,74	0,83	0,86	0,84	0,79	0,73	0,61	0,47	0,32	0,16	0,03	0,00	0,00	0,00	8,05
C.	0,01	0,09	0,24	0,36	0,52	0,68	0,79	0,86	0,91	0,91	0,86	0,76	0,64	0,52	0,36	0,23	0,08	0,00	0,00	0,00	8,82
L.	0,00	0,06	0,20	0,34	0,50	0,63	0,76	0,84	0,90	0,92	0,88	0,78	0,66	0,54	0,37	0,21	0,07	0,00	0,00	0,00	8,66
S.	0,00	0,01	0,10	0,25	0,41	0,55	0,65	0,74	0,79	0,78	0,76	0,67	0,57	0,42	0,25	0,10	0,01	0,00	0,00	0,00	7,06
M.	0,00	0,00	0,02	0,12	0,28	0,41	0,54	0,63	0,67	0,65	0,60	0,51	0,39	0,24	0,09	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	5,16
J.	0,00	0,00	0,00	0,03	0,14	0,26	0,36	0,43	0,46	0,43	0,38	0,31	0,20	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,07
L.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,12	0,22	0,29	0,31	0,29	0,24	0,15	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,71
S.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,12	0,19	0,23	0,22	0,18	0,10	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,10
Śok	0,00	0,02	0,07	0,14	0,24	0,35	0,46	0,55	0,60	0,60	0,56	0,48	0,37	0,24	0,14	0,06	0,02	0,00	0,00	0,00	5,69

Opracowano na podstawie danych IMGW dla Warszawy z lat 1976-1985

## 5.2. Charakterystyki probabilistyczne współczynników przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego i rozproszonego

Współczynniki przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego i rozproszonego w Warszawie,  $K_t$  i  $K_d$ , obliczone zostały dla kolejnych dni z lat 1976-1985, na podstawie danych pomiarowych IMGW i wzorów (2.1-8), (3.3-4).

Maksymalne i minimalne zanotowane wartości współczynnika przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego  $K_t$  były równe odpowiednio 0.01 i 0.76. O ile bardzo małe wartości  $K_t$  zdarzały się w miesiącach zimowych o tyle wartości duże, bliskie maksymalnej, zarówno w miesiącach letnich jak zimowych.

Probabilistyczne charakterystyki ciągów dobowych współczynników przezroczystości atmosfery  $K_t$  i  $K_d$  dla poszczególnych miesięcy zamieszczone są w tabelach 3 i 4.

Średni miesięczny współczynnik  $\bar{K}_t$  osiąga najmniejszą wartość 0.21 dla grudnia, największą 0.46 dla maja. Wartości  $\bar{K}_d$  zmieniają się w granicach 0.16 - 0.22. Miesiące zimowe charakteryzują się mniejszą przezroczystością atmosfery niż miesiące letnie. Równocześnie rozproszenie wartości  $K_t$  wokół wartości średniej  $\bar{K}_t$  jest dla miesięcy zimowych większe niż dla letnich. Odchylenia standardowe współczynników  $K_t$  i  $K_d$  dla poszczególnych miesięcy,  $\sigma_{K_t}$  i  $\sigma_{K_d}$ , zmieniają się w granicach 0.13 - 0.20. Iloraz  $\bar{K}_t/\sigma_{K_t}$  osiąga najmniejszą wartość 1.69 dla grudnia a największą 3.00 dla lipca /patrz też tabela 6/.

Średnie roczne wartości  $K_t$  i  $K_d$  są równe odpowiednio 0.36 i 0.20.

Rozkłady częstości dobowego współczynnika przezroczystości atmosfery dla poszczególnych miesięcy i całego roku, dla podziału zakresu wartości na przedziały o długości 0.05, zawiera tabela 5. Rozkład częstości wartości  $K_t$  dla całego roku nie różni się istotnie od analogicznych rozkładów dla miast europejskich o zbliżonej do Warszawy szerokości geograficznej jak Hamburg czy De Bilt w Holandii /patrz [20]/.

Na rysunkach 4 i 5 przedstawione są rozkłady częstości  $K_t$  /odpowiadających przedziałom o długości 0.1/ dla stycznia i lipca. Posiadają one charakterystyczne asymetrie - związane z przewagą dni pochmurnych zimą i stosunkowo pogodnych latem. Tym samym różnią się one

Tabela 3 Wartości średnie, odchylenia standardowe i wartości funkcji autokorelacji średnich dobowych współczynników przezroczystości atmosfery dla całkowitego promieniowania słonecznego.

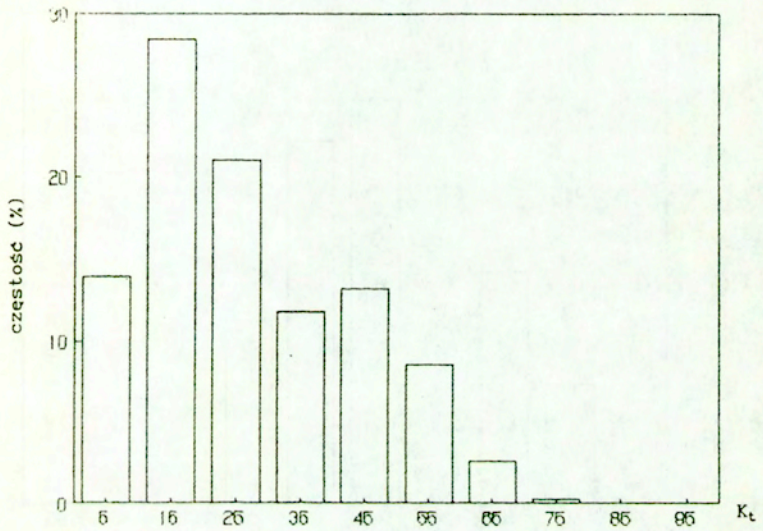
M-c	$\bar{K}_t$	$\sigma_{K_t}$	Funkcja autokorelacji						
			r(1)	r(2)	r(3)	r(4)	r(5)	r(6)	r(7)
1	0.27	0.16	0.36	0.16	0.10	0.09	0.07	0.19	0.05
2	0.35	0.19	0.39	0.18	0.04	0.16	0.11	0.11	-0.03
3	0.38	0.20	0.37	0.19	0.05	-0.02	0.05	0.07	0.07
4	0.42	0.18	0.37	0.14	0.05	0.13	0.00	-0.04	-0.06
5	0.46	0.17	0.45	0.25	0.11	0.02	-0.01	0.08	-0.02
6	0.44	0.16	0.40	0.23	0.16	0.09	0.09	0.00	-0.04
7	0.42	0.14	0.39	0.28	0.16	0.13	0.09	0.05	-0.03
8	0.42	0.15	0.34	0.19	0.17	0.09	0.08	0.16	0.02
9	0.37	0.15	0.29	0.06	0.02	-0.03	0.03	-0.03	-0.09
10	0.31	0.16	0.34	0.13	0.21	0.17	0.08	0.02	-0.07
11	0.23	0.14	0.40	0.19	0.12	0.14	0.04	-0.05	0.03
12	0.21	0.13	0.28	0.09	0.13	-0.02	-0.02	-0.04	-0.08

Tabela 4 Wartości średnie, odchylenia standardowe i wartości funkcji autokorelacji średnich dobowych współczynników przezroczystości atmosfery dla rozproszonego promieniowania słonecznego.

M-c	$\bar{K}_d$	$\sigma_{K_d}$	Funkcja autokorelacji						
			r(1)	r(2)	r(3)	r(4)	r(5)	r(6)	r(7)
1	0.20	0.08	0.21	0.12	0.08	0.11	0.02	0.12	0.09
2	0.23	0.08	0.31	0.13	0.11	0.25	0.11	0.19	0.10
3	0.22	0.07	0.17	0.02	0.00	-0.04	-0.01	0.06	0.00
4	0.22	0.06	0.22	0.24	0.11	0.15	0.14	0.17	0.06
5	0.22	0.06	0.28	0.20	0.15	0.14	0.08	0.09	0.08
6	0.22	0.06	0.27	0.20	0.05	0.00	-0.06	-0.11	-0.12
7	0.22	0.05	0.16	0.04	0.00	0.11	0.02	0.07	0.06
8	0.20	0.06	0.25	-0.01	0.11	0.06	0.02	0.06	0.05
9	0.19	0.05	0.11	0.02	-0.03	-0.01	0.03	0.10	0.04
10	0.18	0.06	0.05	0.04	0.06	-0.05	0.08	0.14	-0.12
11	0.16	0.07	0.33	0.21	0.13	0.16	0.03	0.00	0.05
12	0.17	0.07	0.17	0.05	0.13	-0.08	0.02	0.03	-0.04

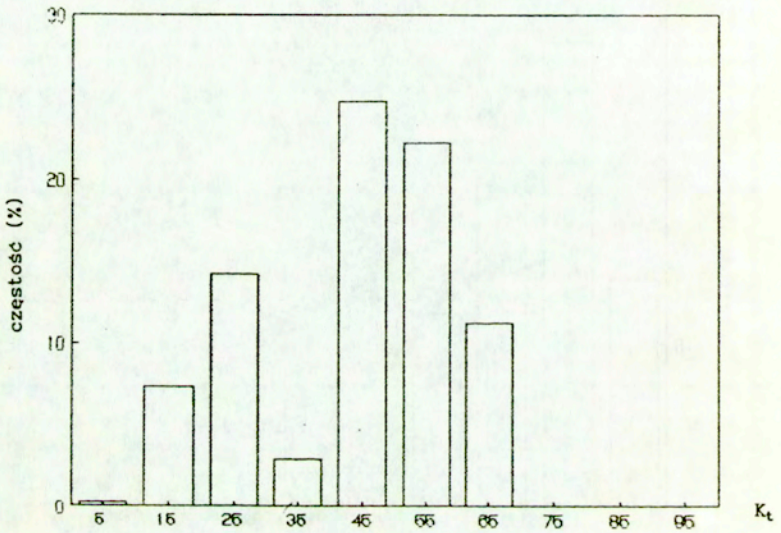
Rys. 4

Rozkład częstości dobowego współczynnika  
przezroczności atmosfery  $K_t$  dla stycznia



Rys. 5

Rozkład częstości dobowego współczynnika  
przezroczności atmosfery  $K_t$  dla lipca



Rys. 6

Rozkład częstości dobowego współczynnika przezroczystości atmosfery  $K_t$  dla całego roku

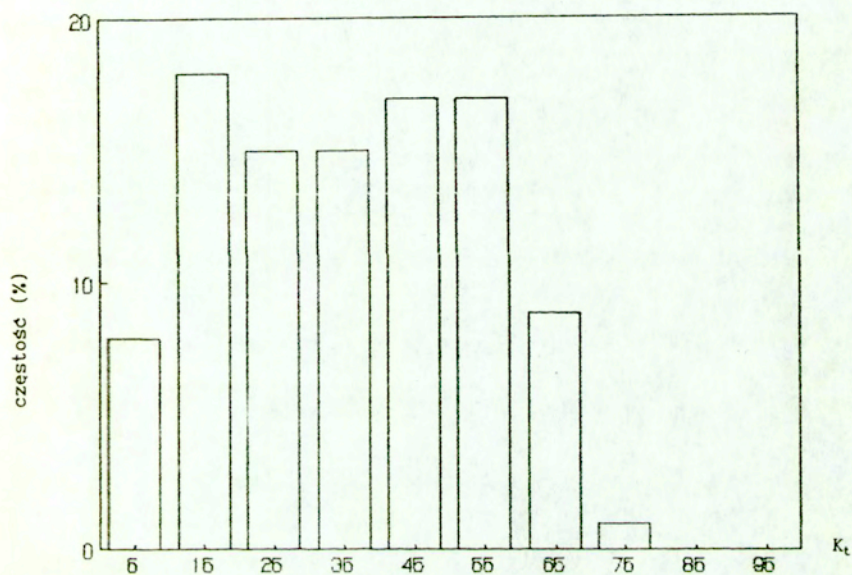


Tabela 5. Rozkłady częstości dobowego współczynnika przezroczystości atmosfery Kt w kolejnych miesiącach.

M-c	.025	.075	.125	.175	.225	.275	.325	.375	.425	.475	.525	.575	.625	.675	.725	.775
S.	4.2	9.7	15.2	13.2	10.0	11.0	6.4	5.5	9.0	4.2	4.8	3.9	1.9	0.6	0.0	0.3
L.	0.0	7.5	10.0	10.7	8.5	9.6	8.6	4.6	7.1	4.6	8.2	7.1	7.1	5.0	0.7	0.4
M.	0.3	4.8	7.7	11.0	7.4	6.8	11.0	7.1	6.4	6.4	5.5	6.1	6.4	7.4	4.5	1.0
K.	0.0	3.3	5.0	6.3	7.0	6.7	7.7	8.0	6.3	9.3	9.0	11.0	9.0	9.0	2.3	0.0
H.	0.3	3.5	4.8	3.5	5.2	3.2	3.9	7.1	6.4	10.3	12.2	16.1	11.6	9.7	1.9	0.0
C.	0.7	1.0	2.7	5.3	4.0	6.7	8.7	8.0	12.0	10.0	14.0	10.7	8.3	7.7	0.3	0.0
L.	0.0	0.3	1.3	6.1	4.8	9.3	10.0	9.7	11.9	12.9	10.6	11.6	9.3	1.9	0.0	0.0
S.	0.6	3.5	2.9	4.2	4.5	5.2	8.1	10.6	10.3	11.3	15.5	13.9	9.3	0.0	0.0	0.0
W.	0.3	6.0	5.3	5.7	8.3	9.3	7.3	11.0	13.0	15.0	8.3	1.3	0.0	0.0	0.0	0.0
P.	1.0	7.7	14.5	10.6	9.3	6.4	7.4	6.8	8.1	10.0	11.9	5.2	1.0	0.0	0.0	0.0
L.	3.7	16.3	19.0	12.3	9.0	8.3	6.0	7.0	9.3	4.3	2.7	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0
S.	2.9	19.7	19.0	14.5	11.3	7.7	7.1	5.2	4.8	3.9	3.2	0.6	0.0	0.0	0.0	0.0

kolejne kolumny odnoszą się do przedziałów o szerokości .05 z podaną wartością środkową.



kształtem od rozkładu normalnego. Jedynie asymetria rozkładu dla miesiąca lipca upodabnia go do "uniwersalnej krzywej rozkładu" zaproponowanej przez Gordona i Reddy [14]. Rozkład częstości wartości  $K_t$  dla całego roku jest przedstawiony na rysunku 6.

Wartości funkcji autokorelacji dla ciągów współczynników  $K_t$  są zamieszczone w tabeli 3. Już dla przesunięcia jednodniowego wartości te nie są duże, zawierają się w przedziale [0.28, 0.45] i szybko zanikają ze wzrostem przesunięcia czasowego. Oznacza to słabą zależność między natężeniem promieniowania słonecznego w kolejnych dniach, znacząca jedynie dla dni sąsiednich. Wartości funkcji autokorelacji dla współczynników  $K_d$  są zamieszczone w tabeli 4.

Tabela 6 zawiera wartości funkcji korelacji wzajemnych współczynników przezroczystości atmosfery  $K_t$  i  $K_d$  dla promieniowania całkowitego i rozproszonego. Dla przesunięcia czasowego o jeden i więcej dni funkcja ta przybiera małe wartości i możemy tu mówić o braku znaczącej korelacji. Duże wartości osiąga jedynie współczynnik korelacji  $\rho_{K_t, K_d}$ , odpowiadający zerowemu przesunięciu czasowemu, i to jedynie dla miesięcy zimowych /0.79 dla grudnia/. Natomiast w miesiącach letnich jego wartości są małe, opadają aż do zera w lipcu. Zmienność wartości współczynnika  $\rho_{K_t, K_d}$  w kolejnych miesiącach ilustruje rysunek 7. Duże wartości  $\rho_{K_t, K_d}$  w miesiącach zimowych są oczywiście związane z dużym udziałem promieniowania rozproszonego w całkowitym w tych miesiącach. Brak losowej zależności między  $K_t$  i  $K_d$  w miesiącach letnich, kiedy udział promieniowania rozproszonego w całkowitym jest stosunkowo nieduży, jest interesującym zjawiskiem, które wyjaśnia bliżej analiza korelacji ilorazu  $H_d/H$  i  $K_t$ .

W tabeli 7 zamieszczono wartości współczynników trendu w zmiennych znormalizowanych obrazujących zależność  $K_t$  względem  $H_0$  oraz względem numeru dnia  $n$  dla poszczególnych miesięcy. Współczynniki te są określone identycznie jak współczynniki korelacji; zostały one przez analogie oznaczone  $\rho_{K_t, H_0}$  i  $\rho_{K_t, n}$  aczkolwiek  $H_0$  i  $n$  nie są zmiennymi losowymi. Małe wartości tych współczynników dają podstawy do traktowania ciągów  $K_t(n)$  jako ciągów stacjonarnych w obrębie poszczególnych miesięcy.

Tabela 6 Odchylenia standardowe oraz wartości funkcji korelacji wzajemnych średnich dobowych współczynników przezroczystości atmosfery dla całkowitego i rozproszonego promieniowania słonecznego.

M-c	$\sigma_{\chi_t}$	$\sigma_{\chi_d}$	Funkcja korelacji						
			r(-3)	r(-2)	r(-1)	r(0)	r(1)	r(2)	r(3)
1	0.16	0.08	0.02	0.09	0.28	0.73	0.22	0.13	0.09
2	0.19	0.08	0.07	0.12	0.21	0.61	0.17	0.05	-0.02
3	0.20	0.07	0.06	0.04	0.08	0.48	0.10	0.09	0.06
4	0.18	0.06	0.03	0.15	0.13	0.40	0.12	0.09	-0.07
5	0.17	0.06	0.02	0.02	0.07	0.32	0.01	0.02	0.05
6	0.16	0.06	-0.13	-0.13	-0.06	0.13	-0.05	0.03	-0.02
7	0.14	0.05	-0.02	-0.12	-0.18	0.00	-0.14	-0.05	-0.07
8	0.15	0.06	-0.03	0.00	0.01	0.18	0.05	-0.03	0.06
9	0.15	0.05	0.02	0.00	0.15	0.45	0.16	0.08	0.04
10	0.16	0.06	0.12	-0.01	0.04	0.52	0.01	-0.04	0.03
11	0.14	0.07	0.09	0.16	0.30	0.74	0.34	0.17	0.11
12	0.13	0.07	0.09	0.05	0.20	0.79	0.16	0.07	0.16

Rys. 7

Współczynniki korelacji wzajemnych wielkości  $K_t$  i  $K_d$   
dla kolejnych miesięcy

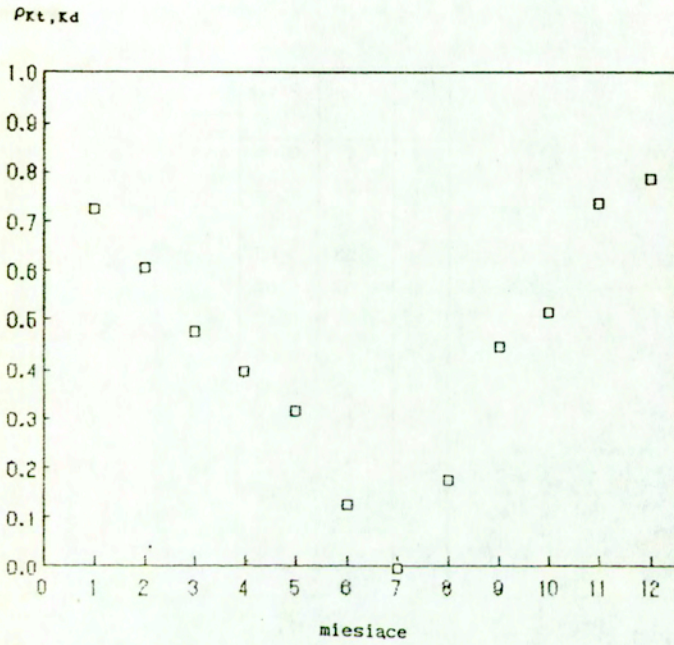


Tabela 7 Współczynniki trendu  $K_t$  względem  $H_0$  i  $K_t$  względem  $n$  w zmiennych znormalizowanych

M-c	$\rho_{Kt, H_0}$	$\rho_{Kt, n}$
1	0.01	0.05
2	0.21	0.22
3	0.12	0.12
4	-0.03	-0.03
5	0.07	0.07
6	-0.17	-0.15
7	0.04	-0.05
8	0.02	-0.02
9	0.08	-0.08
10	0.17	-0.18
11	0.28	-0.29
12	0.06	-0.07

### 5.3. Zależność udziału promieniowania rozproszonego od współczynnika przezroczystości atmosfery

Typowy roczny rozkład dobowych wartości udziału promieniowania rozproszonego w całkowitym  $f = H_d/H$ , w zestawieniu z wartościami  $K_t$ , jest przedstawiony na rysunku 8. Obejmuje dane z roku 1984. Odpowiada on wyglądem rozkładowi godzinowych wartości ilorazu natężenia promieniowania rozproszonego i bezpośredniego w zestawieniu z godzinowymi wartościami współczynnika przezroczystości atmosfery prezentowanymi w pracach innych autorów [5,6].

W tabeli 8 zestawiono wartości średnie  $\bar{f}$ , odchylenia standardowe  $\sigma_f$  i wartości funkcji autokorelacji  $r_f(p)$  dla poszczególnych miesięcy. Wartości  $\bar{f}$  zmieniają się w granicach od 0.56 dla maja do 0.88 dla grudnia. Wartości funkcji autokorelacji zanikają w sposób podobny do wartości funkcji autokorelacji współczynników  $K_t$ .

W tabeli 9 zestawione są wartości funkcji korelacji wzajemnych  $r_{K_t, f}(p)$  współczynnika przezroczystości atmosfery  $K_t$  i ilorazu  $f$ . Wraz ze wzrostem przesunięcia czasowego wartości  $r_{K_t, f}(p)$  szybko zanikają. Dla wszystkich miesięcy wartości funkcji korelacji w zerze, tzn. współczynnika korelacji  $\rho_{K_t, f}$  są bliskie -0.9; można więc mówić o silnej ujemnej korelacji, praktycznie jednakowej, na przestrzeni całego roku.

Silna ujemna korelacja  $f$  i  $K_t$  w miesiącach letnich, kiedy wartości  $K_t$  są stosunkowo duże a wartości  $f$  stosunkowo małe stwarza tę specyficzną sytuację, że współczynniki  $K_t$  i  $K_d$  są nieskorelowane /patrz rys.7/.  $K_d$  jest bowiem równe iloczynowi  $fK_t$ , a zmiany tych wielkości, na skutek ich silnej ujemnej korelacji, oddziałują przeciwstawnie na zmiany  $K_d$ . Objasnia ten efekt również rys.1, reprodukowany z pracy B.Y.H.Liu i R.C.Jordana [3]. W miesiącach letnich wartości  $K_t$  oscylują wokół średnich miesięcznych równych około 0.4, co odpowiada otoczeniu maksimum zależności  $H_d/H$  od  $K_t$ . Natomiast miesiącom zimowym odpowiada początkowa część tej zależności, która ma charakter w przybliżeniu liniowy.

Obliczone też zostały średnie roczne wartości udziału promieniowania rozproszonego  $f$  i współczynnika przezroczystości atmosfery  $K_t$ , odchylenia standardowe tych wielkości względem średnich rocznych  $\bar{\sigma}_f$  i  $\bar{\sigma}_{K_t}$  oraz ich współczynnik korelacji dla całego roku  $\bar{\rho}_{K_t, f}$ . Są one odpowiednio równe:

Rys.8 Stosunki dobowych sum promieniowania rozproszonego do całkowitego w zestawieniu z współczynnikami przezroczystości w roku 1984.

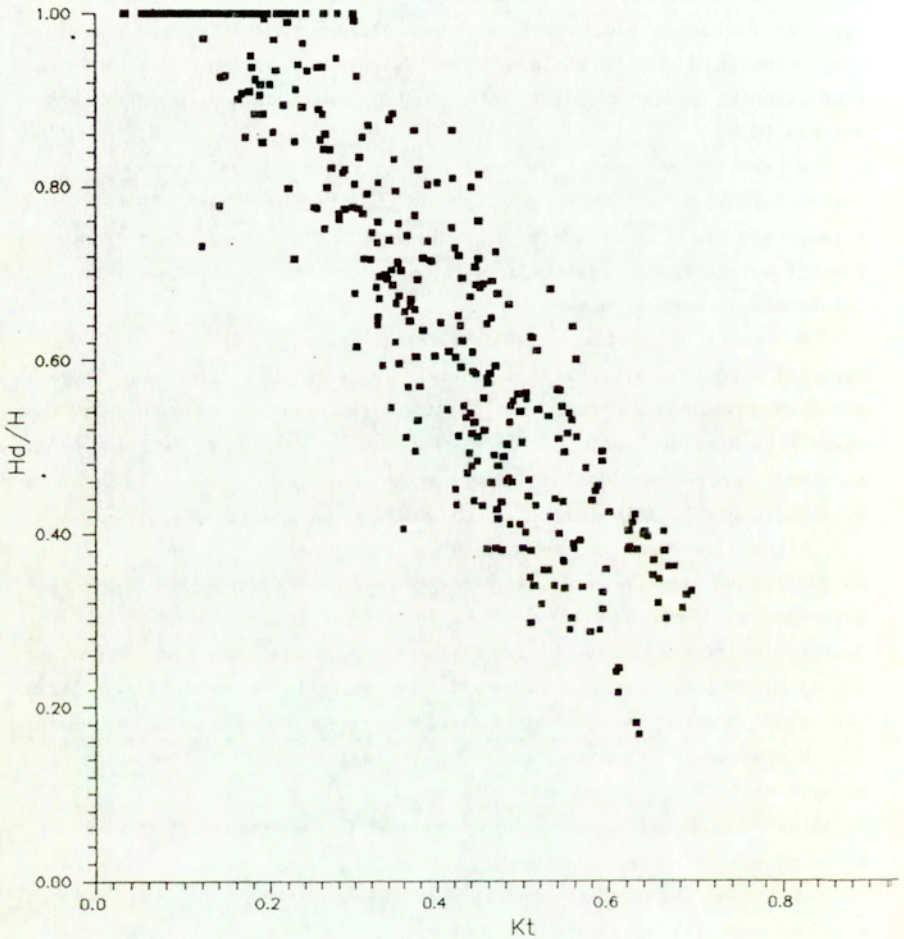


Tabela 8 Wartości średnie, odchylenia standardowe i wartości funkcji autokorelacji udziału promieniowania rozproszonego w promieniowaniu całkowitym  $f = H_d/H$

M-c	$\bar{f}$	$\sigma_f$	Funkcja autokorelacji						
			r(1)	r(2)	r(3)	r(4)	r(5)	r(6)	r(7)
1	0.85	0.21	0.32	0.13	0.08	0.08	0.02	0.08	-0.01
2	0.78	0.24	0.42	0.20	0.05	0.09	0.18	0.07	-0.04
3	0.71	0.25	0.36	0.19	0.03	-0.07	0.03	0.06	0.05
4	0.62	0.23	0.35	0.13	0.08	0.18	0.00	-0.07	-0.06
5	0.56	0.23	0.52	0.30	0.13	0.03	-0.01	-0.06	-0.03
6	0.57	0.22	0.44	0.23	0.16	0.08	0.06	-0.04	-0.10
7	0.58	0.21	0.43	0.28	0.14	0.13	0.10	0.07	-0.05
8	0.56	0.23	0.35	0.19	0.18	0.10	0.09	0.15	0.04
9	0.62	0.23	0.25	0.04	0.00	0.01	0.02	-0.08	-0.15
10	0.70	0.26	0.37	0.12	0.18	0.20	0.09	0.03	0.00
11	0.82	0.21	0.32	0.14	0.07	0.09	0.04	-0.03	0.03
12	0.88	0.18	0.29	0.08	0.10	-0.03	-0.01	-0.02	-0.05

Tabela 9 Odchylenia standardowe oraz wartości funkcji korelacji wzajemnych dobowego współczynnika przezroczystości atmosfery  $K_t$  i ilorazu  $f=Hd/H$

M-c	$\sigma_{kt}$	$\sigma_f$	Funkcja korelacji						
			r(-3)	r(-2)	r(-1)	r(0)	r(1)	r(2)	r(3)
1	0.16	0.21	-0.08	-0.13	-0.30	-0.89	-0.35	-0.14	-0.07
2	0.19	0.24	-0.01	-0.15	-0.36	-0.92	-0.37	-0.18	-0.04
3	0.20	0.25	-0.04	-0.19	-0.36	-0.95	-0.36	-0.18	-0.03
4	0.18	0.23	-0.04	-0.12	-0.35	-0.95	-0.33	-0.12	-0.07
5	0.17	0.23	-0.11	-0.25	-0.46	-0.95	-0.49	-0.28	-0.11
6	0.16	0.22	-0.16	-0.24	-0.40	-0.93	-0.41	-0.21	-0.15
7	0.14	0.21	-0.13	-0.28	-0.41	-0.94	-0.39	-0.28	-0.17
8	0.15	0.23	-0.18	-0.18	-0.32	-0.93	-0.33	-0.19	-0.16
9	0.15	0.23	-0.03	-0.05	-0.26	-0.93	-0.26	-0.03	0.00
10	0.16	0.26	-0.19	-0.12	-0.36	-0.95	-0.34	-0.12	-0.21
11	0.14	0.21	-0.07	-0.13	-0.34	-0.89	-0.32	-0.14	-0.09
12	0.13	0.18	-0.11	-0.08	-0.25	-0.89	-0.28	-0.07	-0.09



$$\bar{f} = 0.684 \quad , \quad \bar{\sigma}_f = 0.254$$

$$\bar{K}_t = 0.357 \quad , \quad \bar{\sigma}_{K_t} = 0.181$$

$$\bar{\rho}_{K_t, f} = -0.927$$

Przybliżona liniowa zależność  $H_d/H$  od  $K_t$  /liniowa funkcja regresji/ ma postać następująca /patrz (4.11-16)/:

$$(5.1) \quad \frac{H_d}{H} = 1.15 - 1.30 K_t$$

przy średnim kwadratowym odchyleniu /patrz (4.17)/  $\tilde{\sigma}_f^2 = 0.0091$ .

Dokładniej zależność ta może być aproksymowana funkcją odcinkami liniową w przedziałach  $0 < K_t < 0.2$  i  $0.2 \leq K_t \leq 0.76$ . Parametry rozkładu wielkości  $f$  i  $K_t$  mają w tych przedziałach wartości następujące:

dla  $0 < K_t < 0.2$

$$\bar{f} = 0.967 \quad , \quad \bar{\sigma}_f = 0.0297 \quad ,$$

$$\bar{K}_t = 0.125 \quad , \quad \bar{\sigma}_{K_t} = 0.0222 \quad ,$$

$$\bar{\rho}_{K_t, f} = -0.258 \quad ;$$

dla  $0.2 \leq K_t \leq 0.76$

$$\bar{f} = 0.589 \quad , \quad \bar{\sigma}_f = 0.191$$

$$\bar{K}_t = 0.438 \quad , \quad \bar{\sigma}_{K_t} = 0.117$$

$$\bar{\rho}_{K_t, f} = -0.895$$

Zależność  $H_d/H$  od  $K_t$  opisuje odcinkami liniowa funkcja regresji o następującej postaci:

$$(5.2) \quad \frac{H_d}{H} = 1.01 - 0.35 K_t \quad \text{dla} \quad 0 < K_t < 0.2$$

$$\frac{H_d}{H} = 1.23 - 1.46 K_t \quad \text{dla} \quad 0.2 \leq K_t \leq 0.76$$

przy średnim kwadratowym odchyleniu  $\tilde{\sigma}_r^2 = 0.0058$ .

Powyzsza zależność jest zbliżona do analogicznej zależności dla godzinowych współczynników przezroczystości atmosfery i godzinowych ilorazów  $I_d/I$  podanej w pracy Reindla, Beckmana i Duffie [5], aczkolwiek ma nieco mniejszą stromość w przedziale  $0.3 \leq K_t \leq 0.76$

Przybliżona liniowa zależność między ilorazem średnich miesięcznych wartości współczynników przezroczystości atmosfery  $\bar{K}_d/\bar{K}_t$  a wartością średnią miesięczną  $\bar{K}_t$ , która obrazuje rys.9, ma postać następująca:

$$(5.3) \quad \frac{\bar{K}_d}{\bar{K}_t} = 1.02 - 1.22 \bar{K}_t$$

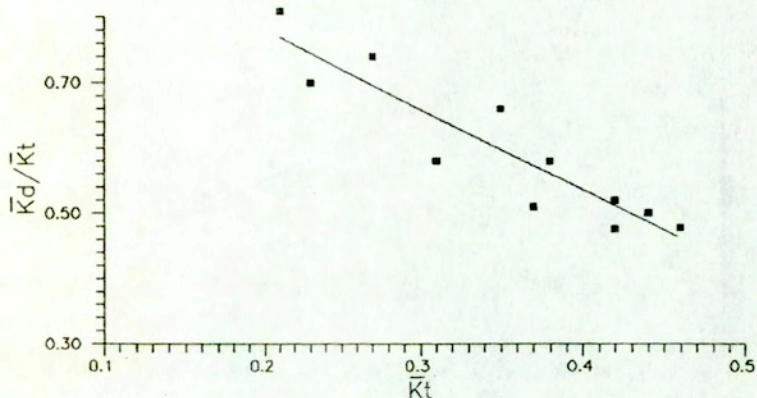
Zależność ta, o której można założyć, że ma dla terenu Polski charakter uniwersalny /aczkolwiek niewątpliwie celowe byłoby wykorzystać do jej wyznaczenia również dane z innych stacji meteorologicznych/, pozwala na wyznaczenie ilorazu  $\bar{K}_d/\bar{K}_t$  przy znanym  $\bar{K}_t$ , do znalezienia którego, dla danej lokalizacji, wystarcza znajomość  $\bar{H}$ . Może być ona wykorzystywana do obliczania średnich miesięcznych dobowych sum promieniowania na płaszczyzny nachylone przy znajomości jedynie średnich miesięcznych sum promieniowania całkowitego na płaszczyznę pozioma /patrz (4.33-36)/.

Niezależnie wyznaczono również przybliżoną liniową zależność między ilorazem średnich miesięcznych wartości dobowych sum promieniowania rozproszonego i całkowitego a średnią miesięczną wartością  $\bar{K}_t$  /patrz rys.10/. Ma ona postać następująca:

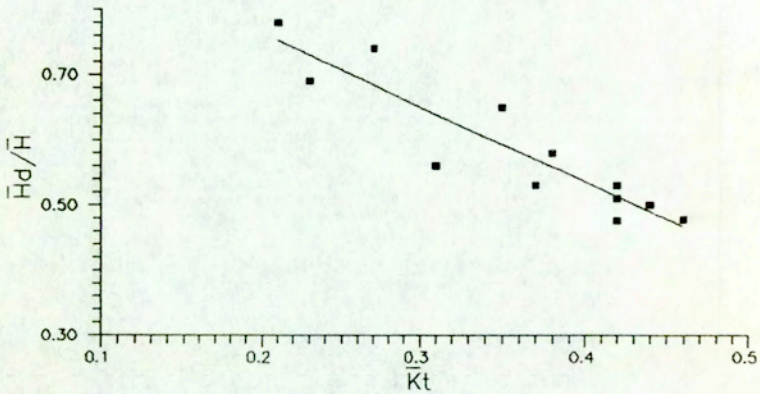
$$(5.4) \quad \frac{\bar{H}_d}{H} = 0.99 - 1.14 \bar{K}_t$$

Zależności (5.3) i (5.4) są do siebie zbliżone, co wynika z faktu, że założenie stacjonarności procesów  $K_t(n)$  i  $K_d(n)$  jest dość dobrze spełnione; por. (4.34) i tabela 7. Aczkolwiek różnice między wielkościami

Rys.9 Zależność między ilorazem średnich miesięcznych współczynników przezroczystości atmosfery dla promieniowania rozproszonego i całkowitego, a współczynnikiem przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego.



Rys.10 Stosunek średniej miesięcznej dobowej sumy promieniowania rozproszonego do średniej miesięcznej dobowej sumy promieniowania całkowitego jako funkcja średniego współczynnika przezroczystości atmosfery  $K_t$ .



$\bar{H}_d/\bar{H}$  i  $\bar{K}_d/\bar{K}_t$ , obliczone na podstawie danych dla Warszawy, są dla większości miesięcy poniżej 1%, jedynie dla lipca, października i grudnia są większe, 2%, 4.1% i 4.5% odpowiednio, różnica między współczynnikami nachylenia a w tych zależnościach wynosi około 7%.

#### 5.4. Promieniowanie na płaszczyznę nachyloną

W tabeli 10 zestawiono charakterystyki promieniowania na płaszczyznę nachyloną do poziomu pod kątem  $40^{\circ}$  i  $90^{\circ}$ , o orientacji południowej, obliczone - przy wykorzystaniu wyznaczonych charakterystyk promieniowania na płaszczyznę poziomą - dla środkowych dni poszczególnych miesięcy, które mogą być uważane jako reprezentatywne dla tych miesięcy. Wybrane orientacje płaszczyzny odpowiadają typowemu ustawieniu kolektora słonecznego oraz ściany słonecznej.

W obliczeniach przyjęto współczynnik refleksyjności gruntu  $\rho_0 = 0.2$  dla całego roku. Podano również wartości sum promieniowania na płaszczyznę poziomą poza atmosferą ziemską  $H_0(n)$  dla tych dni oraz średnie wartości sum promieniowania na płaszczyznę poziomą obliczone według wzoru (4.32).

Dobowe sumy promieniowania całkowitego na płaszczyznę nachyloną pod kątem  $40^{\circ}$ , odpowiadające środkowym dniom miesiąca, osiągają maksimum dla maja  $16.76 \text{ MJ/m}^2$  a minimum dla grudnia  $1.98 \text{ MJ/m}^2$ . Od kwietnia do września są one w przybliżeniu równe sumom na płaszczyznę poziomą; sumy promieniowania na płaszczyznę pionową są od nich w tym okresie znacząco mniejsze. W miesiącach okresu jesienno-zimowego, październik - luty, sumy promieniowania na płaszczyznę nachyloną są większe niż na płaszczyznę poziomą, z tym że również są niewielkie w stosunku do ich wartości w miesiącach letnich. Dla porównania: średnie miesięczne dobowe sumy promieniowania na płaszczyznę nachyloną pod kątem  $40^{\circ}$ , obliczone dla stacji Beer Sheva w Izraelu /patrz [19]/, przez cały rok przekraczają poziom  $15 \text{ MJ/m}^2$ , osiągając wartość minimalną dla stycznia  $15.41 \text{ MJ/m}^2$  a maksymalną dla sierpnia  $23.87 \text{ MJ/m}^2$ .

Specyficzną cechą promieniowania na płaszczyznę nachyloną o orientacji południowej w miesiącach zimowych jest jego duże rozproszenie wokół wartości średniej, czemu odpowiadają małe wartości ilorazu  $\bar{H}_T/\sigma_{HT}$ .

Tabela 10 Charakterystyki promieniowania na płaszczyźnie nachylonej pod kątem 40 i 90 stopni, o orientacji południowej, obliczone dla środkowych dni poszczególnych miesięcy

Data	n <sub>d</sub>	$\bar{H}_0$	$\bar{K}_c$	$\bar{H}$	$\frac{\bar{K}_d}{\bar{K}_c}$	$\frac{\bar{K}_l}{\sigma_{Kl}}$	$\frac{\sigma_{Kd}}{\sigma_{Kl}}$	$\rho_{Kd,Kl}$	$\beta = 40^\circ$			$\beta = 90^\circ$		
									$R_b$	$\bar{H}_T$	$\frac{\bar{H}_T}{\sigma_{HT}}$	$R_b$	$\bar{H}_T$	$\frac{\bar{H}_T}{\sigma_{HT}}$
15.01	15	7.49	0.27	2.02	0.74	1.69	0.50	0.73	3.63	3.27	0.97	4.46	3.29	0.81
14.02	45	12.69	0.35	4.44	0.66	1.84	0.42	0.61	2.52	6.52	1.23	2.73	6.06	1.06
15.03	74	20.77	0.38	7.89	0.58	1.90	0.35	0.48	1.73	9.98	1.47	1.51	8.08	1.32
15.04	105	30.55	0.42	12.75	0.52	2.33	0.33	0.40	1.24	13.72	2.06	0.76	9.25	2.03
15.05	135	37.72	0.46	17.35	0.48	2.71	0.35	0.32	1.00	16.76	2.59	0.45	9.93	2.80
15.06	166	41.20	0.44	18.13	0.50	2.75	0.38	0.13	0.90	16.61	2.72	0.34	9.40	3.18
15.07	196	39.65	0.42	16.65	0.52	3.00	0.36	0.00	0.94	15.54	2.91	0.38	9.02	3.39
15.08	227	33.46	0.42	14.06	0.48	2.80	0.40	0.18	1.12	14.47	2.56	0.60	9.16	2.63
15.09	258	24.40	0.37	9.03	0.51	2.47	0.33	0.45	1.50	10.88	2.06	1.14	8.22	1.94
15.10	289	15.46	0.31	4.79	0.58	1.94	0.38	0.52	2.17	6.93	1.41	2.18	6.25	1.25
15.11	319	8.61	0.23	2.03	0.70	1.64	0.50	0.74	3.24	3.29	1.06	3.85	3.28	0.91
15.12	349	6.18	0.21	1.30	0.81	1.62	0.54	0.79	4.12	1.98	0.83	5.22	1.95	0.66

$$(\bar{H}_0) = (\bar{H}) = (\bar{H}_T) = [MJ/m^2]$$

Powodem tego jest silna zależność tego promieniowania od promieniowania bezpośredniego, ze względu na mniejsze wartości jego kątów padania /duże wartości współczynników katowych  $R_b$ /, znacznie silniejsza niż promieniowania na płaszczyznę pozioma.

## 6. Podsumowanie

W oparciu o dane IMGW z lat 1976 - 1985 przeprowadzona została analiza promieniowania słonecznego w Warszawie pod kątem ilości i rozkładu w czasie dostarczanej przez nie energii. Wyznaczone charakterystyki promieniowania mogą być wykorzystane do obliczeń dotyczących układów pozyskujących energię słoneczną, takich jak kolektory słoneczne lub układy helio-grzewcze stosowane w budownictwie energooszczędnym.

Obliczono średnie miesięczne godzinowe i dzienne sumy promieniowania całkowitego oraz rozproszonego na płaszczyznę poziomą.

Losowe własności ciągów dobowych sum promieniowania były analizowane przy wydzieleniu deterministycznego trendu związanego z sezonowymi zmianami natężenia promieniowania docierającego do górnych warstw atmosfery, jako losowe własności ciągów dobowych współczynników przezroczystości atmosfery.

Założono, że ciągi dobowych współczynników przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego i rozproszonego są realizacją procesów stochastycznych przedziałami stacjonarnych, przy czym przedziały stacjonarności odpowiadają kolejnym miesiącom kalendarzowym. Obliczone zostały ich wartości średnie, odchylenia standardowe i wartości funkcji autokorelacji oraz funkcji korelacji wzajemnych.

Wyznaczone zostały przybliżone liniowe zależności dziennych i miesięcznych wartości udziału promieniowania rozproszonego w całkowitym od dziennych i miesięcznych wartości współczynnika przezroczystości atmosfery dla promieniowania całkowitego. Ze względu na uniwersalny charakter tego typu zależności dla obszarów o zbliżonych warunkach klimatycznych mogą one być wykorzystane do obliczania średniego natężenia promieniowania na płaszczyznę nachyloną dla lokalizacji, dla których nie są dostępne dane dotyczące promieniowania rozproszonego.

Wykonano przykładowe obliczenia charakterystyk promieniowania na płaszczyznę nachyloną pod kątem  $40^\circ$  i  $90^\circ$ , o orientacji południowej.

## Literatura

1. J. A. DUFFIE, W. A. BECKMAN, Solar Engineering of Thermal Processes, New York: Wiley, 1980.
2. M. S. SODHA, N. K. BANSAL, A. KUMAR, P. K. BANSAL, M. A. S. MALIK, Solar Passive Building. Science and Design, Pergamon Press 1986.
3. B. Y. H. LIU, R. C. JORDAN, The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation, Solar Energy Vol.4, 1-19 (1960).
4. D. T. REINDL, W. A. BECKMAN, J. A. DUFFIE, Diffuse Fraction Correlations, Solar Energy, Vol.45, No.1, pp.1-7, 1990.
5. P. G. McCORMICK, H. SUEHRCKE, Diffuse Fraction Correlations, Solar Energy, Vol.47, No.4, pp.311-312, 1991.
6. D. BZOWSKA, E. KOSSECKA, Analiza probabilistyczna dobowych danych pogodowych dla Warszawy, Prace IPPT 10/1992, Warszawa.
7. D. BZOWSKA, E. KOSSECKA, Wplyw pogody na funkcjonowanie układu z bezwładnością cieplną, Materiały XXXVIII Konferencji Naukowej KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1992.
8. A. STARAKIEWICZ, Funkcjonowanie przegród kolektorowo-akumulacyjnych w polskich warunkach klimatycznych, praca doktorska, IPPT 1992.
9. G. E. P. BOX, G. M. JENKINS, Time series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco, 1970.
10. I. I. GICHMAN, A. W. SKOROCHOD, Wstep do teorii procesów stochastycznych, PWN, Warszawa 1968.
11. A. PAPOULIS, Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne, Wyd. Nauk. Techn., Warszawa 1987.
12. K. SOB CZYK, Procesy stochastyczne, Poradnik Inzyniera: Matematyka, t.2, rozdz. 34, Wyd. Nauk. Techn., Warszawa 1987.
13. V. A. GRAHAM, K. G. T. HOLLANDS, T. E. UNNY, A Time Series Model for  $K_t$  with Application to Global Synthetic Weather Generation, Solar Energy, Vol.40, No.2, pp.83-92, 1988.
14. J. M. GORDON, T. A. REDDY, Time Series Analysis of Daily Horizontal Solar Radiation, Solar Energy, Vol.41, No.3, pp.215-226, 1988.
15. R. AGUIAR, M. COLLARES-PEREIRA, TAG: a time-dependent, autoregressive gaussian model for generating synthetic hourly radiation, Solar Energy Vol.49, No.3, pp.167-174, 1992.



16. A.PANEK, S.TURLEJSKI, H.ZELMAN, M.KRATIUK, Stochastyczny model klimatu Polski - identyfikacja i symulacja; sprawozdania za lata 1987 - 1990 z realizacji tematu 4.4/CPBP 02.21: Modelowanie i badanie komfortu cieplnego w pomieszczeniach; kierownik naukowy B.OKOŁOWICZ-GRABOWSKA, Instytut Ogrzewnictwa i Wentylacji Politechniki Warszawskiej.
17. A.H.VAN PASSEN, Indoor climate, outdoor climate and energy calculations, Ph. D. thesis, Delft University of Technology, 1981, WTDH 137.
18. J.PODOGROCKI z zespołem, Opracowanie porównawczego sezonu grzewczego do oceny zapotrzebowania ciepła budynków; cz.II: Opracowanie charakterystyk aktywnometrycznych. Opracowanie wykonane na zlecenie Instytutu Techniki Budowlanej przez Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Zakład Klimatologii, Warszawa 1990.
19. A.I.KUDISH, A.IANETZ, Analysis of the solar radiation data for Beer Sheva, Israel, and its environs, Solar Energy, Vol.48, No.2, pp.97-106, 1992.
20. J.A.DAVIES, D.C.McKAY, Evaluation of Selected Models for Estimating Solar Radiation on Horizontal Surfaces, Solar Energy, Vol. 43, No. 3, pp. 153-168, 1989.
21. K.K.GOPINATHAN, Solar radiation on inclined surfaces, Solar Energy, Vol.45, No.1, pp19-25, 1990.
22. K.K.GOPINATHAN, Solar sky radiation estimation techniques, Solar Energy, Vol.49, No.1, pp.9-11, 1992.
23. J.P.FRANGI, S.YAHAYA, J.PIRO, Characteristics of solar radiation in the Sahel. Case study: Niamey, Niger, Solar Energy, Vol.49, No.3, pp.159-166, 1992.



56686