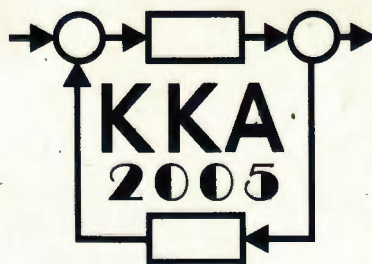


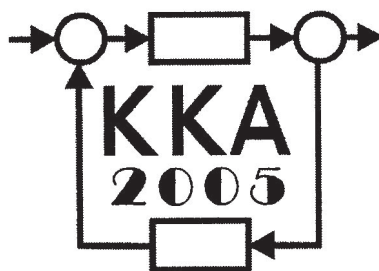
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom I



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFczyk
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJIEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK
Stanisław KACZANOWSKI
Tadeusz KACZOREK
Krzysztof MALINOWSKI
Roman OSTROWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Dariusz WAGNER
Jan STUDZIŃSKI
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

ISBN 83-89475-00-6

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

STABILNOŚĆ, STEROWALNOŚĆ,
OBSERWOWALNOŚĆ

STABILNOŚĆ ROZPROSZONEGO UKŁADU REGULACJI Z PREDYKCJĄ STANU

Andrzej TUTAJ

Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki
Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, e-mail: tutaj@ia.agh.edu.pl

Streszczenie: Współczesne systemy automatyki to często systemy rozproszone. Obecna w nich sieć komunikacyjna wnosi zmienne w czasie opóźnienia, które utrudniają syntezę regulatorów oraz analizę stabilności i jakości regulacji.

Jedną z metod zmniejszania szkodliwego wpływu opóźnień na pracę układu regulacji jest stosowanie w regulatorze predykcji stanu obiektu.

Artykuł opisuje badanie stabilności układu z predyktorem. Dla podanego przykładu sprawdzane jest spełnienie dwóch różnych warunków stabilności: koniecznego i dostatecznego.

Na dwa sposoby: symulacyjnie i doświadczalnie porównywana jest jakość regulacji w dwóch układach: z predyktorem i bez niego. Do symulacji używany jest pakiet obliczeń numerycznych MATLAB. Do doświadczeń wykorzystuje się uczelnianą sieć komputerową i technikę *hardware in the loop*.

Słowa kluczowe: Rozproszony układ sterowania, predykcja stanu, technika *hardware in the loop*.

1. WSTĘP

Znamienną cechą współczesnych systemów automatyki przemysłowej jest przesyłanie informacji przy pomocy sieci komunikacyjnej. Obecność takiej sieci, czyniąca układ regulacji układem rozproszonym, wnosi dodatkowe opóźnienia na drodze sygnałów. Z własności protokołów komunikacyjnych wynika zmienność opóźnień transmisji w czasie.

Obecność zmiennych w czasie opóźnień komplikuje projektowanie i analizowanie własności układów sterowania. Opóźnienia mogą wpływać na pogorszenie jakości regulacji oraz prowadzić do utraty stabilności.

Jednym ze sposobów zmniejszania wpływu opóźnień na pracę układu jest stosowanie predykcji stanu obiektu w regulatorze [3]. Jest ona skuteczna, gdy opóźnienia występują wyłącznie na drodze od obiektu do regulatora.

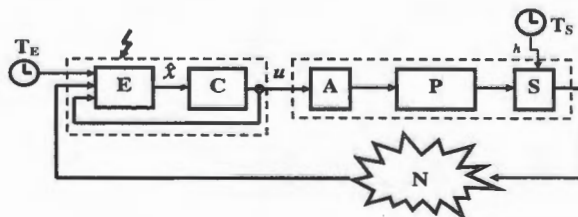
W artykule opisano zagadnienie badania stabilności rozproszonego układu regulacji z predyktorem z liniowym, ciągłym obiektem i dyskretnym regulatorem. Ze względu na zmienność opóźnień, układ taki jest niestacjonarny. Dla przykładowego układu regulacji zbadano spełnienie dwóch różnych warunków stabilności: koniecznego i dostatecznego.

Na dwa sposoby: symulacyjnie i eksperymentalnie, porównano działanie dwóch układów regulacji: z predyktorem i bez niego. Do badań symulacyjnych wykorzystano środowisko obliczeń numerycznych

MATLAB, a do doświadczeń – uczelnianą sieć komputerową. Skorzystano z techniki *hardware in the loop*.

2. MODEL MATEMATYCZNY UKŁADU REGULACJI Z PREDYKTOREM

Schemat rozważanego w artykule układu regulacji przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Układ regulacji z pętlą sprzężenia zwrotnego zamknięta przez sieć; A – urządzenie wykonawcze, P – obiekt, S – czujnik, T_s – zegar taktujący czujnik, T_E – zegar do pomiaru opóźnień, N – sieć komunikacyjna, E – predyktor, C – regulator.

Obiekt P opisany jest liniowym równaniem stanu z czasem ciągłym:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1a)$$

$$x(t) \in R^n, \quad u(t) \in R^p$$

Stan $x(t)$ obiektu P jest próbkowany w stałych odstępach czasu h . Akcja próbkowania, prowadzona przez czujnik S, synchronizowana jest zegarem czasu rzeczywistego T_s . Próbkki $x(kh)$ przesyłane są przez sieć N, gdzie doznają opóźnień τ_k . Zmienia się ono w przypadkowy sposób z kroku na krok, jednak zawsze jest mniejsze od okresu próbkowania h . Próbkki $x(kh)$ docierają do predyktora E w chwilach czasu $kh + \tau_k$. Akcja predyktora E oraz regulatora C jest wyzwalana zdarzeniem polegającym na dotarciu próbki $x(kh)$ przez sieć N.

Proporcjonalny, dyskretny regulator od stanu C mógłby wykorzystywać do wyliczania nowej wartości sterowania próbkę $x(kh)$, otrzymaną w chwili $kh + \tau_k$. Jednak oznaczałoby to sterowanie w oparciu o nieaktualną war-

tość stanu sprzed odcinka czasu równego opóźnieniu τ_k . Dla polepszenia jakości pracy układu, przed regulatorem C włączono predyktor E. W chwili czasu $kh + \tau_k$ predyktor E otrzymuje próbkę $x(kh)$ stanu z chwili kh . Dzięki znajomości modelu obiektu oraz poprzedniej wartości sterowania, obowiązującej na przedziale $[(k-1)h + \tau_{k-1}; kh + \tau_k]$, predyktor wyznacza estymatę stanu $\hat{x}(kh + \tau_k)$.

$$\hat{x}(kh + \tau_k) = e^{\tau_k A} x(kh) + \int_{kh}^{kh + \tau_k} e^{(kh + \tau_k - t)A} dt B u((k-1)h + \tau_{k-1}) \quad (1b)$$

Dla prawidłowego działania predyktora konieczna jest znajomość opóźnienia τ_k . Można je mierzyć, jeśli predyktor wyposażony będzie w zegar T_E , zsynchronizowany z zegarem T_S czujnika.

Przy zgodności modelu użytego w predyktorze z obiektem oraz przy założeniu synchronicznej pracy zegarów T_S i T_E , estymata $\hat{x}(kh + \tau_k)$ jest równa stanowi $x(kh + \tau_k)$ w chwili czasu $kh + \tau_k$. Ta właśnie estymata służy regulatorowi C do wyznaczenia nowej wartości sterowania, która jest utrzymywana na przedziale czasu $[kh + \tau_k; (k+1)h + \tau_{k+1}]$.

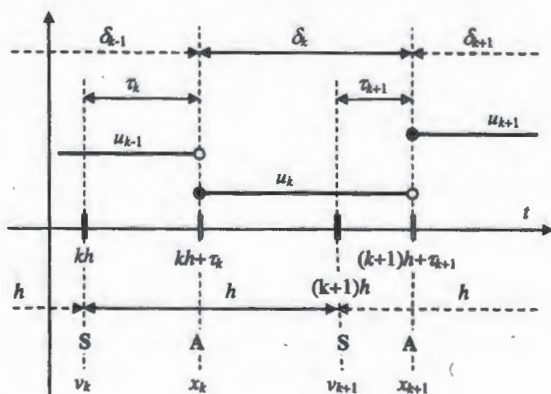
$$u(t) = -K \hat{x}(kh + \tau_k), \quad t \in [kh + \tau_k; (k+1)h + \tau_{k+1}]$$

Sieć komunikacyjna N włączona jest jedynie pomiędzy czujnikiem S a predyktorem E. Sygnał sterujący u trafia z regulatora C do urządzenia wykonawczego A bez pośrednictwa sieci.

Nowe sterowania są wyliczane i podawane na obiekt w chwilach czasu $kh + \tau_k$. Odstęp między dwiema kolejnymi chwilami jest określony zależnością $\delta_k = h + \tau_{k+1} - \tau_k$. Przy założeniu, że opóźnienie τ_k w każdym kroku k jest większe od zera i mniejsze od okresu próbkowania h , można wyznaczyć maksymalną i minimalną wartość odstępu δ_k .

$$\delta_k \in (\delta_{\min}; \delta_{\max}) = (0; 2h) \quad (2)$$

Zależność tę łatwo odczytać z rys. 2.



Rys. 2. Uzależnienia czasowe w układzie z rys. 1; S – akcja czujnika, A – akcja urządzenia wykonawczego (a bezpośrednio wcześniej: regulatora C i predyktora E).

Jeśli predyktor E wyznacza bezbłędną estymatę stanu, zamknięty układ regulacji z predyktorem E i proporcjonalnym regulatorem od stanu C można opisać poniższym równaniem stanu:

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k \quad (3)$$

$$\text{Gdzie: } u_k = u(t), \quad t \in [kh + \tau_k; (k+1)h + \tau_{k+1}), \\ x_k = x(kh + \tau_k), \quad \Phi_k = \Phi(\delta_k)$$

Równanie (3) opisuje układ, w którym sterowanie jest stałe w każdym z przedziałów $[kh + \tau_k; (k+1)h + \tau_{k+1})$, widocznych na rys. 2, a jego wartość jest wyliczana na podstawie stanu systemu (1a) na początku danego przedziału. Macierz stanu $\Phi(\delta_k)$ nie jest stała – zależy od wartości opóźnień w dwóch sąsiednich krokach.

Symbol x_k oznacza wartość stanu $x(t)$ w chwili czasu t równej $kh + \tau_k$, a więc nie w momencie próbkowania stanu x przez czujnik S, lecz w momencie podawania nowej wartości sterowania $u_k = u(kh + \tau_k)$ przez regulator C. Takie przyjęcie upraszcza postać równań stanu (3) zamkniętego układu regulacji, ponieważ pomiędzy chwilami $kh + \tau_k$ oraz $(k+1)h + \tau_{k+1}$, na przedziale o długości δ_k , wartość sterowania jest niezmienna.

Macierz stanu $\Phi(\delta_k)$ zamkniętego systemu regulacji zależy od macierzy stanu $\Phi_0(\delta_k)$ i macierzy wejścia $\Gamma_0(\delta_k)$ obiektu według wzoru:

$$\Phi(\delta_k) = \Phi_0(\delta_k) - \Gamma_0(\delta_k)K \quad (4)$$

gdzie:

$$\Phi_0(\delta) = e^{\delta A}, \quad \Gamma_0(\delta) = \int_0^{\delta} e^{\sigma A} B d\sigma \quad (5)$$

Korzystając z oznaczeń (5), wzór (1b) opisujący etymator E można zapisać w równoważnej postaci:

$$\hat{x}_k = \Phi_0(\tau_k)v_k + \Gamma_0(\tau_k)u_{k-1}$$

W powyższym równaniu v_k oznacza wartość stanu $x(kh)$ systemu, zmierzoną w chwili kh przez czujnik S:

$$v_k = x(kh)$$

3. BADANIE STABILNOŚCI UKŁADU REGULACJI

Dalsza część artykułu traktuje o badaniu stabilności przedstawionego wyżej dyskretnego układu regulacji, opisanego równaniem (3). Jest to system niestacjonarny, ze względu na zależność macierzy stanu $\Phi_k = \Phi(\delta_k)$ od zmiennych w czasie opóźnień τ_k . Dalej podane zostaną dwa odrębne warunki: konieczny (WK) oraz dostateczny (WD) asymptotycznej stabilności (AS) systemu (3).

3.1. Warunek konieczny (WK) asymptotycznej stabilności (AS) układu regulacji

System dynamiczny opisany równaniem (3) jest asymptotycznie stabilny, jeśli własność asymptotycznej stabilności zachodzi dla każdego, dowolnego ciągu $\{\delta_k\}_{k=0}^{\infty}$, którego wyrazy spełniają warunek (2).

Skoro system musi pozostać asymptotycznie stabilny dla każdego ciągu $\{\delta_k\}_{k=0}^{\infty}$, to również dla ciągu stałego $\delta_k \equiv \delta_0$, $\delta_0 \in (\delta_{min}; \delta_{max})$. Dla ustalonego δ_0 macierz $\Phi(\delta_0)$ jest macierzą stałą. Ta zaś jest asymptotycznie stabilna wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie jej wartości własne na płaszczyźnie zespolonej leżą wewnątrz koła o jednostkowym promieniu i środku w początku układu współrzędnych [1].

Wynika stąd, że warunkiem koniecznym asymptotycznej stabilności systemu dynamicznego (3) jest, by dla każdego $\delta_0 \in (\delta_{min}; \delta_{max})$ zbiór wartości własnych macierzy $\Phi(\delta_0)$ zawierał się we wnętrzu koła jednostkowego K .

$$(AS) \Rightarrow \forall_{\delta_0 \in (\delta_{min}; \delta_{max})} \lambda(\Phi(\delta_0)) \subset K$$

3.2. Warunek dostateczny (WD) asymptotycznej stabilności (AS) układu regulacji

Dla systemów ze zmienną w czasie macierzą stanu Φ_k warunkiem dostatecznym asymptotycznej stabilności jest istnienie funkcjonału Lapunowa $V(x)$, którego przyrosty mają ujemne wartości dla wszystkich chwil czasu k i dla wszystkich możliwych sekwencji macierzy $\{\Phi_k\}_{k=0}^{\infty}$ oraz odpowiadających im według (3) sekwencji stanów $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$.

$$\forall_{k=0,1,\dots} \Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) < 0 \quad (6)$$

W przypadku systemu liniowego, w roli kandydata na funkcjonał Lapunowa można wykorzystać formę kwadratową zbudowaną na symetrycznej, dodatnio określonej macierzy P [2].

$$V(x) = x^T P x, \quad P \in R^{n \times n}, \quad P = P^T > 0 \quad (7)$$

Przyrosty funkcjonału $\Delta V(x_k)$ wyrażają się wzorem:

$$\Delta V(x_k) = x_{k+1}^T P x_{k+1} - x_k^T P x_k$$

$$\Delta V(x_k) = x_k^T (\Phi_k^T P \Phi_k - P) x_k = -x_k^T W_k x_k \quad (8)$$

$$W_k = -(\Phi_k^T P \Phi_k - P), \quad \Phi_k = \Phi(\delta_k) \quad (9)$$

Przyrosty funkcjonału są ujemne dla wszystkich chwil k , jeśli symetryczna macierz W_k jest dodatnio określona.

$$W_k = W_k^T > 0 \quad (10)$$

Macierz W_k , podobnie jak macierz stanu Φ_k , jest również zależna od wielkości δ_k .

$$W_k = W(\delta_k) = -(\Phi^T(\delta_k) P \Phi(\delta_k) - P) \quad (11)$$

Warunkiem dostatecznym asymptotycznej stabilności jest istnienie symetrycznej, dodatnio określonej macierzy P , dla której macierz $W(\delta)$ jest dodatnio określona dla każdego $\delta \in (\delta_{min}; \delta_{max})$. Macierz P musi być przy tym stała, niezależna od δ .

$$\exists_{P=P^T > 0} \forall_{\delta \in (\delta_{min}; \delta_{max})} W(\delta) > 0 \Rightarrow (AS)$$

4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Dany jest liniowy system dynamiczny, opisany równaniem (1a), z następującymi macierzami stanu i wejścia:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

System ten poddany jest dyskretyzacji z okresem próbkowania $h = \frac{1}{25}$, skąd wynika oszacowanie:

$$\delta_k \in \left(0; \frac{2}{25}\right)$$

Macierz wzmocnień proporcjonalnego regulatora od stanu C z rys. 1 ma wartość:

$$K = (25 \ 10) \quad (13)$$

Macierz $\Phi(\delta_k)$ można wyliczyć według wzorów (4) i (5):

$$\Phi(\delta) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{125}{2} \delta^2 & 5\delta - 25\delta^2 \\ -25\delta & 1 - 10\delta \end{pmatrix}$$

Opisany układ zbadany zostanie przy pomocy dwóch podanych wcześniej warunków asymptotycznej stabilności: koniecznego oraz dostatecznego.

4.1. Warunek konieczny

Dla sprawdzenia warunku koniecznego asymptotycznej stabilności wyliczone zostaną wartości własne macierzy $\Phi(\delta)$, które są pierwiastkami wielomianu charakterystycznego $w(z, \delta)$:

$$w(z, \delta) = z^2 + \left(\frac{125}{2} \delta^2 + 10\delta - 2\right)z + \frac{125}{2} \delta^2 - 10\delta + 1$$

Otrzymany wielomian charakterystyczny jest stopnia drugiego ze względu na niewiadomą z . Wyróżnik trójmianu kwadratowego jest następujący:

$$\Delta(\delta) = \frac{15625}{4} \delta^4 + 1250 \cdot \delta^3 - 400 \cdot \delta^2$$

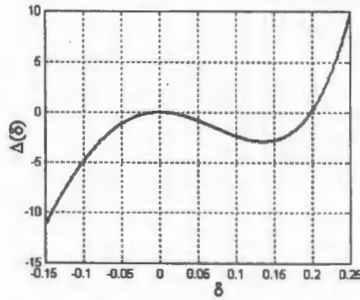
Z zamieszczonego na rys. 3 wykresu wyróżnika można odczytać, że w badanym zakresie $(0; 0.08)$ zmiennej δ ma on wartość ujemną, więc wielomian charakterystyczny posiada w tym zakresie dwa zespolone, sprzężone pierwiastki.

Moduł wartości własnych macierzy $\Phi(\delta)$ dla $\delta \in (0; 0.08)$ wyraża się formułą:

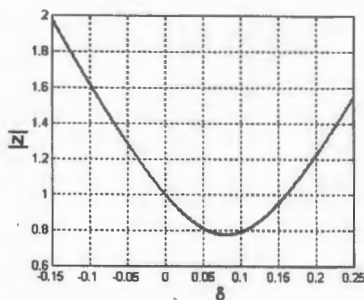
$$|z_{\pm}| = \sqrt{\frac{125}{2} \delta^2 - 10 \cdot \delta + 1}$$

Z wykresu modułu, przedstawionego na rys. 4, wynika, że dla $\delta \in (0; 0.08)$ moduł wartości własnych macierzy $\Phi(\delta)$ jest mniejszy od jedynki. Oznacza to asymptotyczną stabilność macierzy $\Phi(\delta)$ dla każdego $\delta \in (0; 0.08)$. Warunek konieczny asymptotycznej stabil-

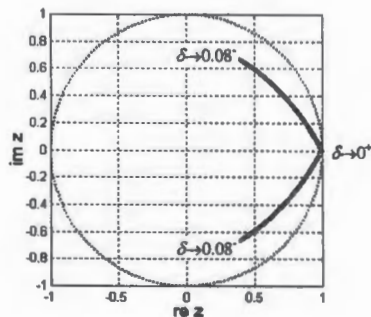
ności systemu (3) jest więc spełniony. Położenie wartości własnych na płaszczyźnie zespolonej można odczytać z rys. 5.



Rys. 3. Zależność wyróżnika wielomianu charakterystycznego od parametru δ ; miejsca zerowe wyróżnika to $\{-0.5178, 0, 0.1978\}$.



Rys. 4. Zależność modułu wartości własnych macierzy $\Phi(\delta)$ od parametru δ .



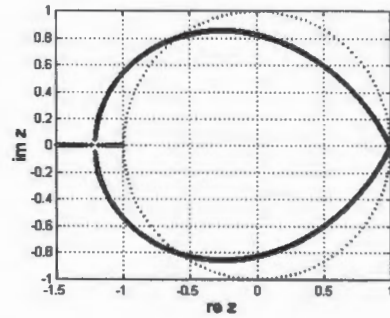
Rys. 5. Lokalizacja wartości własnych macierzy $\Phi(\delta)$ dla parametru δ z przedziału $(0; 0.08)$.

Gdyby przyjąć odpowiednio większy okres próbkowania, np. $h=0.1$, wartości własne macierzy $\Phi(\delta)$ wykraczałyby poza wnętrze koła jednostkowego. Warunek konieczny asymptotycznej stabilności nie byłby spełniony. Ten przypadek przedstawiony jest na rys. 6.

4.2. Warunek dostateczny

Spełnienie warunku koniecznego nie gwarantuje asymptotycznej stabilności systemu (3). Obecnie zostanie ona zbadana z wykorzystaniem opisanego wcześniej warunku dostatecznego. Do badań użyty będzie funkcjonal Lapunowa z podaną niżej, symetryczną macierzą P .

$$P = \begin{pmatrix} 20 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$



Rys. 6. Lokalizacja wartości własnych macierzy $\Phi(\delta)$ dla parametru δ z przedziału $(0; 0.2)$.

Macierz $W(\delta)$, wyliczona według wzoru (11), ma postać:

$$W(\delta) = \begin{pmatrix} -78125 \cdot \delta^4 - 6250 \cdot \delta^3 + 1250 \cdot \delta^2 + 100 \cdot \delta & \\ -31250 \cdot \delta^4 + 3750 \cdot \delta^3 + 375 \cdot \delta^2 - 30 \cdot \delta & \\ -31250 \cdot \delta^4 + 3750 \cdot \delta^3 + 375 \cdot \delta^2 - 30 \cdot \delta & \\ -12500 \cdot \delta^4 + 4000 \cdot \delta^3 - 400 \cdot \delta^2 + 20 \cdot \delta & \end{pmatrix}$$

Dodatnią określoność symetrycznej macierzy $W(\delta)$ można zbadać przy pomocy kryterium Sylwestera, sprawdzając znak minorów głównych Δ_i dla $i=1,2$.

$$\Delta_1(\delta) = \det w_{11}(\delta) = w_{11}(\delta) = -78125 \cdot \delta^4 - 6250 \cdot \delta^3 + 1250 \cdot \delta^2 + 100 \cdot \delta$$

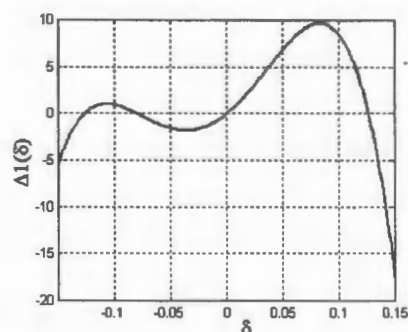
$$\Delta_2(\delta) = \det W(\delta) = w_{11}(\delta) \cdot w_{22}(\delta) - w_{12}(\delta) \cdot w_{21}(\delta) = -140625 \cdot \delta^4 + 7500 \cdot \delta^3 + 1100 \cdot \delta^2$$

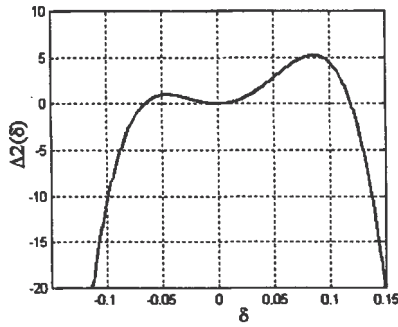
Minory są wielomianami zmiennej δ . Ich wykresy przedstawione są na rys. 7. Widać z nich, że w rozważanym przedziale $(0; 0.08)$ oba minory są dodatnie. Wynika stąd dodatnia określoność macierzy $W(\delta)$, a to oznacza spełnienie warunku dostatecznego asymptotycznej stabilności systemu (3).

$$\Delta_1(\delta) > 0 \wedge \Delta_2(\delta) > 0, \forall \delta \in (0; 2h) \Rightarrow W(\delta) > 0, \forall \delta \in (0; 2h) \Rightarrow (AS)$$

5. BADANIA SYMULACYJNE I PRAKTYCZNE

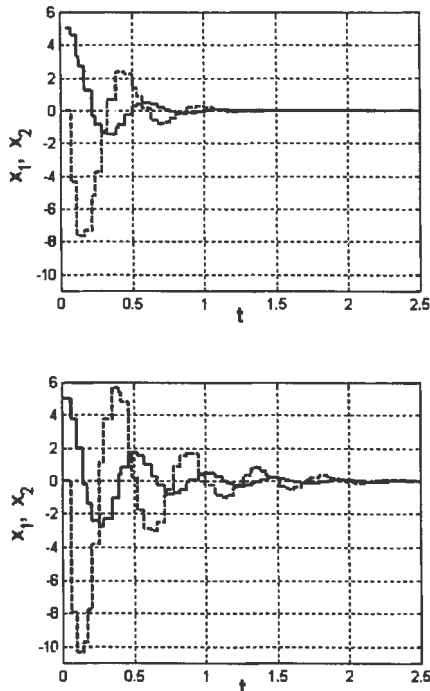
Działanie układu regulacji z rys. 1 z obiektem opisanym macierzami (12) i regulatorem (13) przebadane zostało symulacyjnie i doświadczalnie.





Rys. 7. Zależność minorów głównych $\Delta_1(\delta)$ i $\Delta_2(\delta)$ macierzy $W(\delta)$ od δ ; miejsca zerowe przedstawionych na wykresach wielomianów to $\{-0.1265, -0.08, 0, 0.1265\}$ i $\{-0.0657, 0, 0.1190\}$.

Do badań symulacyjnych wykorzystano pakiet obliczeń numerycznych MATLAB i napisany specjalnie w tym celu M-plik skryptowy. Zbadano dwa przypadki: układ regulacji z predyktorem E i bez niego. Przyjęto okres próbkowania 0.04 s i opóźnienia niezależne o rozkładzie równomiernym na przedziale (0; 0.04). Przebiegi czasowe uzyskane w wyniku symulacji przedstawione są na rys. 8. Widać z nich, że pominięcie predyktora nie spowodowało wprawdzie utraty stabilności, jednak znacznemu pogorszeniu uległa jakość pracy układu. Wzrósł czas regulacji i wartość przeregulowania.



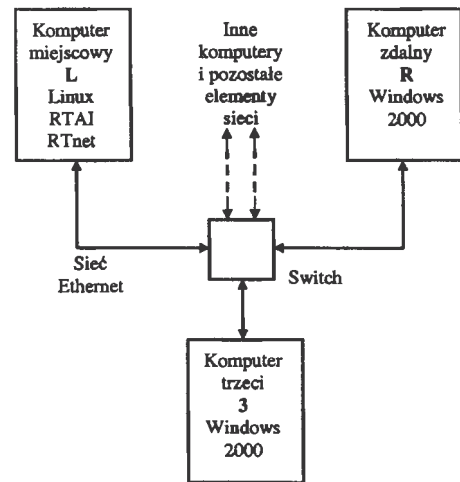
Rys. 8. Wyniki symulacji – przebiegi czasowe (linia ciągła – stan x_1 , linia przerywana – stan x_2): a) układ z predyktorem, b) układ bez predyktora.

Do badań doświadczalnych wykorzystano zestaw pokazany na rys. 9. W jego skład wchodzi dwa komputery klasy IBM-PC, wyposażone w karty sieciowe i komunikujące się za pośrednictwem lokalnej uczelnianej sieci komputerowej. Jest to sieć typu Ethernet 100 Mb, wykorzystująca skrętkę UTP i przełączniki sieciowe.

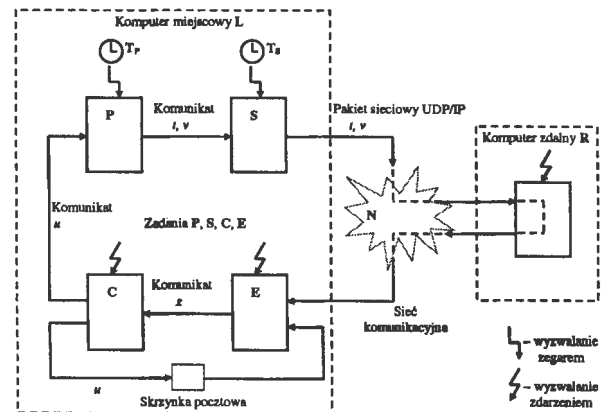
Na jednym z komputerów, zwanym dalej *miejscowym*, zainstalowano system operacyjny ogólnego przeznaczenia Linux (Fedora Core 1) wraz z kompilatorem GCC (GNU C Compiler), uzupełniony o system operacyjny czasu rzeczywistego RTAI (Real-Time Application Interface) [4] oraz pakiet RTnet (Real-Time Networking) [5], zawierający sterowniki czasu rzeczywistego kart sieciowych Ethernet oraz algorytm obsługi protokołu UDP/IP.

Na drugim komputerze, zwanym dalej *zdalnym*, zainstalowano system operacyjny ogólnego przeznaczenia Windows 2000, kompilator Visual C/C++ oraz klienta protokołu FTP.

Na komputerze *miejscowym* L utworzono w języku C i uruchomiono aplikację czasu rzeczywistego, składającą się z kilku zadań komunikujących się między sobą, jak to pokazuje rys. 10.



Rys. 9. Zestaw komputerów wykorzystany do doświadczeń.

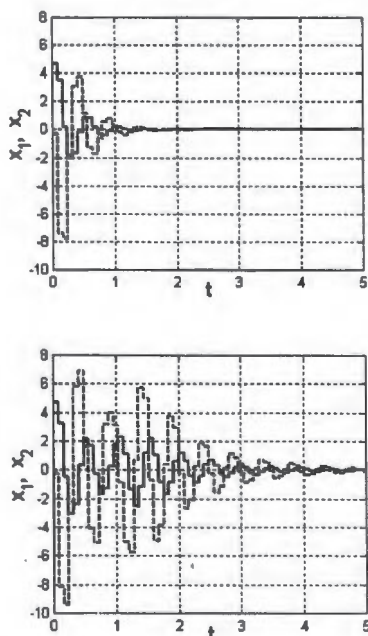


Rys. 10. Zadania aplikacji czasu rzeczywistego: P – obiekt, S – czujnik, E – predyktor, C – regulator.

Rolą komputera *zdalnego* R jest natychmiastowe odsyłanie pakietów otrzymanych z komputera L do nadawcy. W ten sposób na drodze pakietów między zadaniami S (czujnik) i E (estymator) pojawia się sieć i związane z nią opóźnienia.

W zestawie do doświadczeń nie ma rzeczywistego obiektu regulacji, a jedynie jego model. Można więc mówić o wykorzystaniu metody *hardware in the loop*. Obecna jest natomiast rzeczywista sieć komunikacyjna.

Podobnie jak w przypadku symulacji, również doświadczalnie przebadano dwa układy – z predyktorem i bez niego. Dla zróżnicowania opóźnień, podczas eksperymentu kopiowano pliki między komputerami R i 3. Przebiegi ilustrujące wyniki badań zaprezentowano na rys. 11. Uzyskane doświadczalnie rezultaty są zbliżone do wyników symulacji. Oba układy zachowały stabilność, jednak jakość regulacji jest lepsza, gdy korzysta się z predyktora.



Rys. 11. Wyniki doświadczeń – przebiegi czasowe (linia ciągła – stan x_1 , linia przerywana – stan x_2); a) układ z predyktorem, b) układ bez predyktora.

6. PODSUMOWANIE

W artykule opisano badanie stabilności rozproszonego układu regulacji z predykcją stanu obiektu w regulatorze. Zastosowanie predykcji stanu pozwoliło na częściową kompensację efektów opóźnień wnoszonych przez sieć komunikacyjną, a w efekcie umożliwiło polepszenie jakości regulacji. Użycie predykcji stanu może też wpłynąć na poszerzenie zakresu stabilności (przedziału okresów próbkowania, dla których układ pozostaje stabilny); jednak zagadnienia tego nie badano.

Stabilność opisanego, przykładowego układu regulacji badano dwuetapowo. Najpierw sprawdzono czy spełniony jest warunek konieczny stabilności, a następnie – warunek dostateczny.

Podczas badania warunku dostatecznego użyto dodatkowo określonej macierzy P . Od jej wyboru zależy wielkość estymaty przedziału mieszczącego okresy próbkowania gwarantujące stabilność. Sposób doboru macierzy P jest ciekawym zagadnieniem, którego tu nie poruszono.

W artykule porównano działanie dwóch układów regulacji: z predyktorem stanu i bez niego. Porównania dokonano na podstawie wyników symulacji oraz doświadczeń. Symulacje przeprowadzono z użyciem programu obliczeń numerycznych MATLAB, zapisując odpowiedni kod w formie M-plików skryptowych.

Do doświadczeń praktycznych wykorzystano uczelnianą sieć komputerową, do której dołączono kilka komputerów z różnymi systemami operacyjnymi (Linux, Windows 2000). Część algorytmu do eksperymentów zakodowano jako zadania systemu czasu rzeczywistego RTAI. Zastosowano technikę *hardware in the loop*, polegającą na użyciu modelu symulacyjnego obiektu regulacji. Rzeczywistym elementem, występującym w układzie doświadczalnym, była sieć komputerowa Ethernet. Komunikacja sieciowa wprowadzała zmienne w czasie opóźnienia.

Przedstawiony w artykule przykład wykazuje skuteczność podejścia bazującego na predykcji stany oraz prezentuje sposoby badania stabilności układu rozproszonego z predyktorem.

Nie zbadane tu, ale warte rozważenia zagadnienia powstają, gdy w układzie występują zakłócenia lub gdy model obiektu, użyty w predyktorze, nie jest w pełni zgodny z samym obiektem. Do badania drugiego z wymienionych przypadków może okazać się przydatna teoria sterowania odpornego.

STABILITY OF DISTRIBUTED CONTROL SYSTEM WITH STATE PREDICTION

Abstract: Nowadays many of control systems have distributed structure. The presence of the communication network introduces variable delay time which makes the synthesis of controller and the analysis of performance and stability harder.

One can use the state predictor to decrease disadvantageous influence of time-varying delays on control system performance. The paper describes the examination of stability of the controller with state predictor. Two different conditions are investigated: necessary and sufficient.

The performances of two control systems: with and without predictor are tested in two ways: by simulations and by experiments. Simulations make use of the numerical computation environment MATLAB. Experiments are proceeded using the university network and the hardware in the loop technique.

Literatura

- [1] Grega W. (2000) *Sterowanie w czasie rzeczywistym*. Kraków.
- [2] Mitkowski W. (1991) *Stabilizacja systemów dynamicznych*. WNT, Warszawa.
- [3] Zhang W. (2001) *Stability Analysis of Networked Control Systems*. Department of Electrical Engineering and Computer Science, Case Western Reserve University.
- [4] Dokumentacja RTAI dostępna w Internecie pod adresem <http://www.aero.polimi.it/~rtai/documentation/index.html>.
- [5] Dokumentacja RTnet dostępna w Internecie pod adresem <http://www.rts.uni-hannover.de/rtnet/>.



**Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk**

ISBN 83-89475-02-2