



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

**ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA
METOD ILOŚCIOWYCH
I TECHNIK INFORMATYCZNYCH
WSPOMAGAJĄCYCH PROCESY
DECYZYJNE**

Redakcja:

Jan Studziński
Ludostław Drelichowski
Olgierd Hryniewicz

**ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA
METOD ILOŚCIOWYCH
I TECHNIK INFORMATYCZNYCH
WSPOMAGAJĄCYCH PROCESY
DECYZYJNE**

Redakcja:

Jan Studziński

Ludosław Drelichowski

Olgierd Hryniewicz

Wydanie tej publikacji było możliwe dzięki pomocy finansowej
MINISTERSTWA NAUKI I SZKOLNICTWA WYŻSZEGO.

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju w zakresie rozwoju i zastosowań metod, modeli, technik i systemów informatycznych w procesach podejmowania decyzji. Kilka artykułów przedstawia rezultaty projektów badawczych finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego i realizowanych przez polskie instytucje badawcze.

Recenzenci:

Prof. Olgierd Hryniewicz

Prof. Andrzej Straszak

Dr hab. Jan Studziński

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

© Instytut Badań Systemowych, Warszawa 2006

Wydawca: Instytut Badań Systemowych PAN
Newelska 6, PL 01-447 Warszawa

Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw
e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl

ISBN 83-894-7506-5

9788389475060

ISSN 0208-8029



**ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA
METOD ILOŚCIOWYCH I TECHNIK
INFORMATYCZNYCH
WSPOMAGAJĄCYCH PROCESY
DECYZYJNE**

Instytut Badań Systemowych • Polska Akademia Nauk
Seria: Badania Systemowe
Tom 49

Redaktor Naukowy:
Prof. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2006



MODELE STEROWANIA JAKOŚCIĄ WODY W RZEKACH

Jerzy HOŁUBIEC, Grażyna PETRICZEK

Instytut Badań Systemowych, Polska Akademia Nauk
<Jerzy.Holubiec@ibspan.waw.pl; petricz@ibspan.waw.pl>

Streszczenie: W pracy przedstawiono pewne koncepcje zadań optymalizacyjnych związanych z modelami jakości wody w rzekach. Rozważane w pracy problemy sterowania sprowadzają się do sformułowania zadania optymalizacji z odpowiednio wybraną funkcją celu i postacią ograniczeń. Zasadniczym elementem warunkującym odpowiednie sformułowanie zadania jest model opisujący proces rozkładu zanieczyszczeń w wodzie i związany z tym wybór wskaźników charakteryzujących stopień czystości wody.

Słowa kluczowe: Modele rozkładu zanieczyszczeń, sterowanie, zadania optymalizacji.

1. Ogólna charakterystyka problemu jakości wód w rzekach

Rozwój przemysłu, budowa miast i osiedli jak również intensyfikacja rolnictwa, a nawet hydroenergetyka są w dużej mierze uzależnione od dostarczania dostatecznej ilości wody o odpowiedniej jakości. Rosnące zapotrzebowanie na wodę i coraz większe trudności w jej uzyskaniu (na skutek pogarszania się poziomu czystości wód powierzchniowych) powodują, że zaopatrzenie ludności, przemysłu i rolnictwa w wodę staje się z każdym rokiem trudniejsze i bardziej kosztowne.

Prawie wszyscy użytkownicy wód powodują równocześnie ich zanieczyszczenie. Zakłady przemysłowe pobierające wodę zarówno na potrzeby technologiczne jak i w celu bezpośredniego jej wykorzystania w produkcji płynów konsumpcyjnych, odprowadzają wody zużyte w postaci ścieków. Ścieki te mogą zawierać, oprócz rozpuszczonych lub stałych części półproduktów i surowców, różne substancje trujące.

Elektrociepłownie odprowadzają duże ilości ścieków silnie zasolonych i podgrzanych, które zmieniają naturalne warunki życia biologicznego w rzekach.

Budowa nowych miast i osiedli, a także rozbudowa istniejących ośrodków miejskich pociąga za sobą rozbudowę sieci kanalizacyjnej, z której odprowadza się do rzek coraz większe ilości ścieków i ładunków zanieczyszczeń, zawierających znaczne ilości substancji organicznych, zawiesin i bakterii chorobotwórczych.

Intensyfikacja rolnictwa i leśnictwa, a zwłaszcza ich chemizacja przyczyniają się w znacznym stopniu do zanieczyszczenia wód gruntowych i powierzchniowych. Wzrastające zużycie nawozów sztucznych powoduje przyspieszenie procesu eutrofizacji wód stojących, a stosowanie środków ochrony roślin wywołuje liczne zatrucia wód powierzchniowych tymi toksycznymi środkami chemicznymi.

Eutrofizacja wód stojących jest spowodowana gromadzeniem się w jeziorach i zbiornikach wodnych związków azotowych i fosforowych, spłukiwanych z pól i łąk do tych zbiorników. Związki te wywołują nadmierny rozwój biomasy, która obumierając w zbiorniku wywołuje niekorzystne zmiany w składzie fizykochemicznym wody.

Odprowadzanie nadmiernych ilości ścieków przemysłowych i komunalnych do wód powierzchniowych powoduje, że zanieczyszczenia organiczne nie mogą być zmineralizowane i rozłożone w wyniku działania sił przyrody w wodach płynących. Duża ilość ścieków odprowadzanych do rzek i jezior powoduje znaczne ubytki tlenu rozpuszczonego i może spowodować wystąpienie warunków anaerobowych w jeziorach i rzekach, przy których procesy samooczyszczania są nieskuteczne.

Z wymienionych wyżej przyczyn tak ogromną rolę odgrywają problemy planowania i sterowania polityką ochrony jakości wód.

Modele jakości występujące w obszernej literaturze można podzielić na dwie podstawowe kategorie, w zależności od przeznaczenia, jakiemu mają służyć.

Pierwszą grupę stanowią modele symulacyjne, w których równania opisujące rozkład zanieczyszczeń mają postać równań różniczkowych cząstkowych. Charakteryzują się one znaczną liczbą zmiennych i parametrów, których oszacowanie wymaga dużej liczby danych oraz dużego nakładu obliczeniowego.

Drugą grupę stanowią modele decyzyjne służące do analizy polityki zrztutu aktualnie istniejących zanieczyszczeń lub też do planowania przyszłej polityki ochrony jakości wód w rzekach. Przy formułowaniu tych modeli przyjmuje się szereg założeń upraszczających dotyczących zachowania się w czasie zarówno zmiennych jak i parametrów.

2. Problemy sterowania jakością wody w rzekach

Podstawą większości równań opisujących zjawiska zachodzące w rzekach stanowią prawo zachowania masy oraz równanie ciągłości. Dla składników, które istotnie wpływają na jakość wody w rzece zapisuje się prawo zachowania masy uwzględniając:

- wprowadzenie zanieczyszczeń z zewnątrz,
- transport poszczególnych składników zanieczyszczeń,
- zachodzenie różnych procesów fizycznych, biologicznych i chemicznych.

Model najczęściej spotykany w literaturze (Biskwas, 1981; Rup, 2006), który opisuje zarówno proces transportu i rozcieńczania zanieczyszczeń, jak również przemiany biochemiczne, jakim podlegają te zanieczyszczenia ma następującą postać:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(E \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{A} c \right) + f(c) + \sum_k S_k \quad (1)$$

$$c(0,t) = c_0(t)$$

gdzie: c - stężenie zanieczyszczeń

E - współczynnik dyspersji wzdłużnej

Q - przepływ

A - powierzchnia przekroju poprzecznego

S_k - zewnętrzne zrzuty zanieczyszczeń

$f(c)$ - funkcja opisująca procesy chemiczne i biochemiczne.

Równanie (1) określa zmiany w czasie stężenia danego składnika na pewnym odcinku rzeki czyli $\frac{\partial c}{\partial t}$ jako efekt dyfuzji w kierunku x : $E \frac{\partial c}{\partial x}$, efekt adwekcji: $\frac{Q}{A} c$, reakcji biochemicznych $f(c)$ oraz dopływu danego składnika ze źródeł zewnętrznych i jego odpływu do otoczenia

Równanie (1) przedstawia jednowymiarowy model zmian stężeń zanieczyszczeń w danym odcinku rzeki, w którym tylko uwzględniona jest dyfuzja wzdłużna zanieczyszczeń.

Stosując do równania (1) metodę elementu skończonego otrzymuje się rozwiązanie w postaci rozkładu (w czasie i w przestrzeni) stężeń zanieczyszczeń.

W problemach planowania i sterowania polityką ochrony jakości wód w rzekach występuje wiele zmiennych i parametrów, związanych zarówno z liczbą rozważanych rodzajów wskaźników zanieczyszczeń jak też z rozmiarem modelowanych rzek. Najczęściej rozpatruje się stan jakości wody w zlewni obejmującej rzekę główną wraz z jej dopływami, przy uwzględnieniu kilku rodzajów składników zanieczyszczeń. Prowadzi to do zwiększenia wymiarowości równań różniczkowych cząstkowych, których rozwiązywanie jest dość skomplikowane i wymaga dużego nakładu obliczeniowego.

Uwzględniając opisane wyżej trudności przedstawimy dwie uproszczone wersje modelu rozkładu zanieczyszczeń w rzece oparte na założeniu, że wielkości opisujące model mogą być uważane za stałe:

- w pewnych podokresach rozważanego przedziału czasu,
- na pewnych odcinkach rzeki.

Przedstawione w pracy problemy sterowania jakością wody w sieci rzecznej związane są ściśle z konkretnie przyjętą wersją opisu rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń.

zyszczeń w wodzie. Rozważane w pracy problemy sterowania jakością wody sprowadzają się do sformułowania odpowiedniego zadania optymalizacji. Zasadniczym elementem warunkującym odpowiednie sformułowanie zadania jest model rozkładu zanieczyszczeń i związane z nim założenia dotyczące zachowania się modelowanych wielkości.

2.1. Problemy sterowania jakością wody w warunkach stanu ustalonego

Modele statyczne odnoszą się do warunków stanu ustalonego, gdy zarówno przepływ jak i natężenie zrzutu zanieczyszczeń są stałe w danym okresie czasu, co powoduje, że stężenie zanieczyszczeń w tym okresie czasu, badane w ustalonym punkcie rzeki, nie ulega zmianie. Warunki stanu ustalonego mają postać:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = 0 \quad , \quad c = c_0 \quad \text{dla } x = 0$$

Dla pełnego sformułowania modelu opisującego rozkład zanieczyszczeń w rzece w warunkach stanu ustalonego przyjmuje się następujące założenia:

- A1) Model jest jednowymiarowy - została w nim pominięta dyfuzja zarówno w przekroju poprzecznym jak i pionowym. Ponadto, zakłada się, że wpływ dyspersji wzdłużnej jest niewielki i może być pominięty. Przy tym założeniu rozkład stężeń w przekrojach poprzecznym i pionowym rzeki jest jednorodny; uwzględnia się tylko zmiany stężeń wzdłuż biegu rzeki.
- A2) Rozważana rzeka może być podzielona na odcinki o stałych własnościach hydraulicznych. Założono, że punktami podziału są miejsca, w których:
 - a) następuje zrzut zanieczyszczeń,
 - b) znajdują się ujęcia wody,
 - c) są zlokalizowane dopływy lub odpływy,
 - d) parametry hydrauliczne rzeki ulegają zmianie,
 - e) parametry procesu samooczyszczania zmieniają się.
- A3) Wielkości występujące w modelu np. natężenia przepływu, dopływy jak i natężenie zrzutu zanieczyszczeń są stałe w danym okresie czasu i odpowiadają wartościom średnim za dany okres.
- A4) Dla uwzględnienia procesów chemicznych i biochemicznych, które powodują przekształcanie i rozkład zanieczyszczeń wprowadzono liniową funkcję postaci:

$$f(c_i) = k_1 c_i$$

k - współczynnik szybkości reakcji [1/s] która odpowiada kinetyce reakcji 1-go rzędu

Zmiennymi koordynacyjnymi są mnożniki π oraz ładunki zrzutów zanieczyszczeń ζ_i . Optymalne wartości tych zmiennych otrzymuje się rozwiązując następujący problem:

Problem II-go poziomu

$$\max_{\pi} \min_{\zeta} L^d(\rho, \pi, \zeta)$$

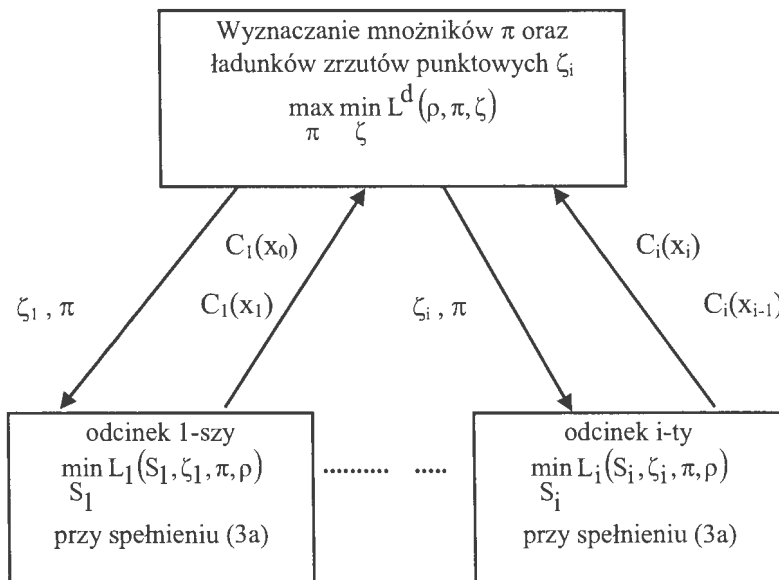
gdzie: $L^d(\cdot, \cdot, \cdot)$ - funkcjonal dualny

$$L^d(\rho, \pi, \zeta) = \sum_{i=1}^N L_i^d(\rho, \pi, \zeta) \tag{11a}$$

$$L_i^d(\rho, \pi, \zeta) = \min_{(S_i, c_i) \in B_i} L_i(S_i, c_i, \zeta, \pi, \rho) \tag{11b}$$

$$B_i = \{ (S_i, c_i) ; \text{takich że równanie (3a) jest spełnione} \} \tag{11c}$$

Schemat tej struktury przedstawiony jest na Rysunku 2



Rysunek 2. Dwupoziomowa struktura rozwiązywania Problemu 1.

Jeżeli funkcjonal dualny jest różniczkowalny to zmienne koordynacyjne mogą być obliczane według algorytmu przedstawionego poniżej (**Algorytm D2**):

$$\zeta_{i+1}^{l+1}(x_i) = c_{i+1}^l(x_i) - \frac{Q_i}{Q_{i+1}} c_i^l(x_i) \quad (12a)$$

$$\pi_i^{l+1} = -\frac{\partial J_i}{\partial \zeta_{i+1}^l} - \rho \left(\frac{Q_i}{Q_{i+1}} c_i(x_i) + \frac{1}{Q_{i+1}} \zeta_{i+1}(x_i) - c_{i+1}(x_i) \right)^l \quad (12b)$$

W przedstawionej strukturze zmienne decyzyjne (sterowania), którymi są ładunki zanieczyszczeń o charakterze rozłożonym S_i oraz ładunki zanieczyszczeń punktowych wyznaczone są na dwóch różnych poziomach.

Przedstawione wyżej podejście może być przydatne w sytuacji, gdy rozpatrywana rzeka przepływa przez region rolniczy o znacznym zanieczyszczeniu wód gruntowych. Wtedy zanieczyszczenia pochodzące z rolnictwa mają duży wpływ na jakość wody w rzece i nie mogą być pominięte.

4. Dwupoziomowa struktura rozwiązywania Problemu 3

Problem 3 związany jest z dynamicznym modelem rozkładu zanieczyszczeń - dynamika zmian rozkładu zanieczyszczeń opisywana jest za pomocą równań różniczkowych zwyczajnych. Ze względu na postać funkcjonału jakości jak i strukturę połączeń między zmiennymi modelu rozkładu zanieczyszczeń Problem 3 można zdekomponować na N wzajemnie połączonych podproblemów. Każdy z tych podproblemów związany jest z zapewnieniem odpowiedniego poziomu jakości wody na poszczególnych odcinkach rozważanej sieci rzecznej.

Problem 3 można więc rozwiązać stosując mieszaną metodę koordynacji opartą na zastosowaniu uzupełnionego funkcjonału Lagrange'a związanego z równaniem połączeń między segmentami postaci (6b).

W wyniku otrzymuje się następującą strukturę zadania: (Rysunek 3).

Problemy lokalne I-go poziomu - dla poszczególnych segmentów sieci dla ustalonych wartości π oraz wejść W_e

$$\min_{z_i} \tilde{L}_i(z_i, c_i, W_e, \pi, \rho) \quad (13a)$$

pod warunkiem spełnienia ograniczeń (6a), (6c), (6d)

gdzie:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_i(z_i, c_i, W_e, \pi, \rho) = & J_i(z_i) + \int_{t_0}^T \left\langle \pi_i, W_{ci} \right\rangle - \left\langle Q_i c_i, \sum_j L_{ji} \pi_j \right\rangle + \\ & + \frac{1}{2} \rho \|W_{ci}\|^2 + \frac{1}{2} \rho \|Q_i c_i\|^2 - \rho \left\langle Q_i c_i, \sum_j L_{ji} W_{cj} \right\rangle dt \end{aligned} \quad (13b)$$

π – mnożnik Lagrange’a związany z równaniem połączeń (6b)
 ρ – współczynnik kary

Dla ustalonych wartości π oraz wejść W_e dla każdego segmentu otrzymuje się optymalne wartości ładunku zanieczyszczeń zrzucanych do tego segmentu z_i .

Rozwiązanie globalne dla całej sieci rzecznej jest otrzymywane przez koordynację zadań lokalnych za pomocą mnożnika π oraz wejść W_{ei}

Zadanie II-go poziomu sprowadza się do szukania punktu siodłowego odpowiedniego funkcjonału dualnego

$$\max_{\pi} \min_{W_e} \tilde{L}^d(\rho, \pi, W_e) \tag{13c}$$

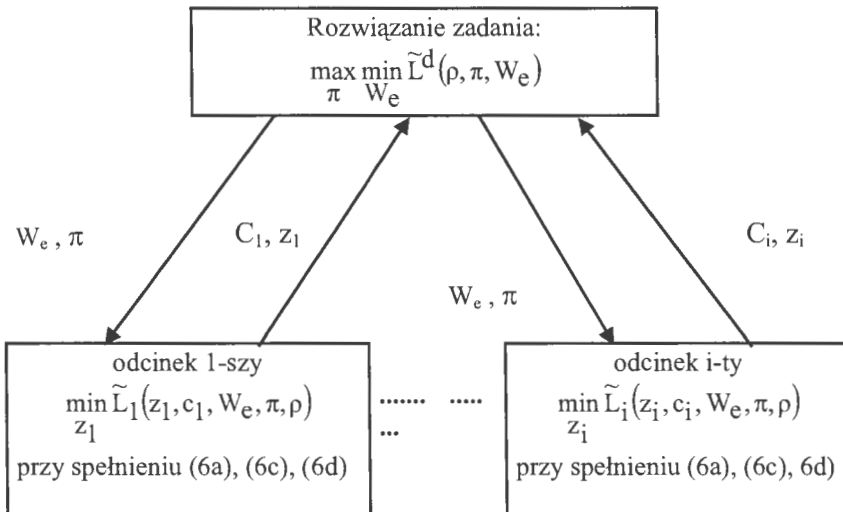
gdzie: $\tilde{L}^d(\cdot, \cdot, \cdot)$ - funkcjonał dualny związany z zadaniem (12a) – (12b)

$$\tilde{L}_i^d(\rho, \pi, W_e) = \min_{(z_i, c_i) \in A_i} \tilde{L}_i(z_i, c_i, W_e, \pi, \rho) \tag{14a}$$

$$A_i = \{ (z_i, c_i) \}; \text{ takich że równanie (6a), (6c), (6d) jest spełnione} \tag{14b}$$

$$\tilde{L}^d(\rho, \pi, W_e) = \sum_{i=1}^N \tilde{L}_i^d(\rho, \pi, W_e) \tag{14c}$$

Dwupoziomową strukturę tego zadania przedstawiono na Rysunku 3.



Rysunek 3. Dwupoziomowa struktura rozwiązywania Problemu 3.

W przypadku, gdy funkcjonał dualny jest różniczkowalny wartości zmiennych koordynacyjnych wyznaczane są zgodnie z następującym algorytmem: (**Algorytm D3**)

$$W_{ei}^{l+1} = \sum_{j=1}^N (L_{ij} Q_j c_j)^l \quad (15a)$$

$$\pi_i^{l+1} = \psi_i^l - \rho \left(W_{ei} - \sum_{j=1}^N L_{ij} Q_j c_j \right)^l \quad (15b)$$

gdzie: ψ_i - zmienna sprzężona związana z równaniem opisującym rozkład zanieczyszczeń dla i-tego odcinka

Literatura

- Biskwas A.K. (1981) *Models for Water Analyty Management series in Water Resources and Environmental Engineering*. McGraw - Hill, New York.
- Chelmiński W. (1997) *Degradacja i ochrona wód. cz. 1: Jakość*. IGUJ, Kraków.
- Eckenfelder W. (1967) Określenie zdolności asymilacji zanieczyszczeń przez rzekę. *Badania rzek*. IGW, Warszawa.
- Gutenbaum J. (2003) *Modelowanie matematyczne systemów*. Wydawnictwo EXIT, Warszawa.
- Findeisen W., Bailey F.N., Brdyś M., Malinowski K., Tatjewski P., Wodniak A. (1980) *Control and Coordination In Hierarchical Systems*. Wiley.
- Petriczek G. (1988) Modelowanie systemów sterowania gospodarką wodną regionu. *Praca doktorska*, IBS PAN, Warszawa.
- Rup K. (2006) Procesy przenoszenia zanieczyszczeń w środowisku naturalnym, Seria: *Podręczniki akademickie*. Inżynieria i ochrona środowiska, WNT.
- Thomann R.V. (1972) *Systems Analysis and Water Quality Management*. McGraw-Hill, New York.
- Vasiliev O.F. (1976) Matematyckeskoje modelirovanije kaczestva wody w rekach i vodojoch. *Trudy IV Vsesojuznogo Gidrolog. Siezda*, 9, Moskwa.

MODELS OF WATER QUALITY CONTROL

Abstract: In the paper a system of assumptions for the model of pollutant distribution in the river is given as well as two fundamental versions of such a model are presented (a simplified dynamical model and static model). Problems of water quality control are formulated as optimization problems which depend on various models of pollutant distribution. Because of the assumed form of quality functionals and of interaction structure of models the problems can be solved with the aid of two-level optimization techniques.

Keywords: Model of pollutant distribution, control problems, optimization problem.

Jan Studziński, Ludosław Drelichowski, Olgierd Hryniewicz
(Redakcja)

**ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA METOD ILOŚCIOWYCH
I TECHNIK INFORMATYCZNYCH WSPOMAGAJĄCYCH
PROCESY DECYZYJNE**

Monografia zawiera wybór artykułów dotyczących informatyzacji procesów zarządzania, prezentując aktualny stan rozwoju informatyki stosowanej w Polsce i na świecie. Zamieszczone artykuły opisują metody, modele, techniki i systemy informatyczne stosowane do wspomaganie procesów podejmowania decyzji, a także omawiają zastosowania narzędzi informatycznych w różnych sektorach gospodarki. Kilka prac przedstawia wyniki projektów badawczych Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego, dotyczących rozwoju metod informatycznych i ich zastosowań.

ISBN 83-894-7506-5
9788389475060
ISSN 0208-8029

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl