XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom II

KKA
2005

Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk

XV Krajowa Konferencja Automatyki
Tom II

Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR
Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY
Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ
Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFCZYK
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowi	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Druk: ARGRAF, Warszawa

STEROWANIE
I TECHNIKA KOMPUTEROWA

ZASTOSOWANIE ZMIENNYCH NIEPEWNYCH I LOSOWYCH W PROBLEMIE STEROWANIA ALOKACJĄ ZADAŃ W SYSTEMIE WIELOPROCESOROWYM

Tomasz DĘBICKI

Politechnika Wrocławska, Instytut Informatyki Technicznej
Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: tomasz.debicki@pwr.wroc.pl

Streszczenie: W pracy rozpatruje się problem sterowania rozdziałem zadań (programów) w grupie równolegle pracujących procesorów. Niniejsza praca dotyczy specyficznego problemu – często występującego w praktyce, w którym mamy do czynienia z dużym zbiorem elementarnych zadań o nieznanych czasach ich realizacji. Przyjmuje się, że nieznane czasy realizacji programów są sumami czasu wykonania programu przez procesor (wartości zmiennej niepewnej) oraz czasu potrzebnego na dostarczenie i/lub buforowanie programu przed jego wykonaniem (wartości zmiennej losowej). Praca prezentuje dwie wersje rozwiązania problemu decyzyjnego, jakim jest wyznaczenie optymalnych rozdziałów zadań w warunkach niepewności. Dla prostego przypadku przedstawiono pełne rozwiązanie problemu decyzyjnego oraz wyniki wybranych badań symulacyjnych.

Słowa kluczowe: Zmienne niepewne, zmienne losowe, rozdział zadań, systemy sterowania.

1. WSTĘP

Problem sterowania rozdziałem zadań (rozdziałem programów) w grupie równolegle pracujących komputerów jest specyficznym przykładem problemu sterowania rozdziałem zadań w kompleksie operacji równoległych. W wielu praktycznych przypadkach niezbędne okazuje się rozpatrywanie problemów, w których czasy realizacji zadań potrzebne do wyznaczenia ich rozdziału są nieznane. Niepewność występująca w rozpatrywanym zadaniu sterowania polega na tym, że obiekt sterowania jest niedeterministyczny i/lub w jego opisie występują nieznane parametry. W przypadku systemu wieloprocesorowego oznacza to, że dla każdego procesora zależność pomiędzy czasem realizacji zadania oraz liczbą przydzielonych procesorowi elementarnych programów nie jest zależnością funkcyjną i/lub w zależności tej występują nieznane parametry, co oznacza, że czas realizacji jednego programu jest niepewny.

W pracach [1-3, 7] przedstawiono koncepcję tzw. zmiennych niepewnych i jej zastosowanie do analizy i podejmowania decyzji dla szerokiej klasy systemów niepewnych. Pokazano również dla prostych przypadków jak zmienne niepewne można zastosować do wyznaczania rozdziału zadań i zasobów w kompleksie operacji opisanym relacyjną reprezentacją wiedzy z nieznanymi parametrami [4, 5, 8, 9]. Natomiast sformułowanie i rozwiązanie problemu decyzyjnego, w którym występują zarówno zmienne niepewne jak i zmienne losowe, zostało zaprezentowane w pracach [6, 10].

Niniejsza praca dotyczy specyficznego przypadku problemu rozdziału zadań, w którym mamy do czynienia z dużym zbiorem elementarnych zadań (programów) o nieznanych czasach ich realizacji. Przyjmuje się, że nieznane czasy realizacji programów są sumami dwóch czasów: czasu wykonania programu przez procesor oraz czasu potrzebnego na dostarczenie i/lub buforowanie programu przed jego wykonaniem. Ponadto przyjmuje się, że czasy wykonania programów są wartościami zmiennej niepewnej o znanym rozkładzie pewności podanym przez eksperta, natomiast czasy potrzebne na dostarczenie i/lub buforowanie programów są wartościami zmiennej losowej o znanej gęstości prawdopodobieństwa. Przy takich założeniach, problem rozdziału zadań może być rozpatrywany jako problem optymalizacji, polegający na wyznaczeniu takiego rozdziału, który maksymalizuje wskaźnik pewności tego, że w przybliżeniu spełnione jest postawione wymaganie dotyczące czasu realizacji całego zbioru zadań przeznaczonego do rozdziału. Wartości przydzielonych programów wybiera się ze zbioru dodatnich liczb rzeczywistych, a następnie zaokrągla do najbliższej liczby naturalnej dla otrzymania całkowitej liczby elementarnych zadań przydzielanych do procesorów. Postępowanie takie jest dopuszczalne i uzasadnione dla dużej liczby N jednakowych elementarnych programów o krótkim czasie realizacji. Celem pracy jest sformułowanie i rozwiązanie przedstawionego problemu decyzyjnego oraz zbadanie wpływu wybranych parametrów na jakość decyzji.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU I ALGORYTMU ROZDZIAŁU ZADAŃ W SYSTEMIE WIELOPROCESOROWYM

W pracy rozpatruje się problem rozdziału programów w grupie k równolegle pracujących procesorów, które są traktowane jako obiekt sterowania. Poszczególne procesory opisywane są relacjami $R(u_j, T_j; c_j, w_j) \subset U \times T$, które można przedstawić w postaci nierówności:

$$T_j \le u_j(c_j + w_j), \quad j = 1,2,\ldots,k, \qquad (1)$$

gdzie u_j oznacza liczbę elementarnych programów realizowanych przez j-ty procesor, T_j oznacza czas realizacji wszystkich programów realizowanych przez j-ty procesor, c_j oznacza nieznany parametr – czas wykonania programu, który jest wartością zmiennej niepewnej $\bar{c}_j$ opisanej rozkładem pewności $h_{cj}(c_j)$ podanym przez eksperta, natomiast w_j oznacza drugi nieznany parametr – czas dostarczenia i/lub buforowania programu, który jest wartością zmiennej losowej $\underline{w}_j$ o znanej gęstości prawdopodobieństwa $f_{wj}(w_j)$. Ponadto zakłada się, że zmienne $\underline{w}_1, \underline{w}_2, \ldots, \underline{w}_k$ są zmiennymi niezależnymi. Rozkład pewności $h_{cj}(c_j)$ charakteryzuje wiedzę (opinię) eksperta dotyczącą różnych przybliżonych wartości nieznanego parametru c_j. Wejściem rozpatrywanego obiektu sterowania jest wektor $u = (u_1, u_2, \ldots, u_k)$ zwany rozdziałem, wyjściem natomiast jest czas realizacji zbioru wszystkich elementarnych programów przeznaczonych do rozdziału $T = \max\{T_1, T_2, \ldots, T_k\}$.

Przy znanych wartościach nieznanych parametrów c_j i w_j problem sprowadza się do wyznaczenia takiego rozdziału, dla którego czas realizacji spełnia wymaganie $T \le \alpha$, gdzie α jest liczbą zadaną przez użytkownika – przy spełnieniu ograniczenia $u_1 + u_2 + \ldots + u_k = N$, gdzie N oznacza liczbę elementarnych programów przeznaczonych do rozdziału. Przy założeniu, że c_j są wartościami zmiennych niepewnych $\bar{c}_j$, problem można sformułować następująco: Dla danych α i rozkładu pewności $h_{cj}(c_j)$ należy wyznaczyć rozdział $u^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots, u_k^*)$ taki, który będzie maksymalizował wskaźnik pewności

$$\begin{aligned} v\{D_T(u; \bar{c}, \underline{w}) \,\tilde{\subseteq}\, [0,\alpha]\} &= \\ = v\{\max_j [u_j(c_j + w_j)] \le \alpha\} &\stackrel{\Delta}{=} v(u; \underline{w}), \end{aligned} \qquad (2)$$

gdzie $D_T(u; \bar{c}, \underline{w}) = \{T : 0 \le T \le \max_j [u_j(c_j + w_j)]\}$ oznacza zbiór możliwych wartości T dla ustalonego rozdziału u, natomiast przedział $[0, \alpha]$ jest stawianym wymaganiem. Jest to zatem wskaźnik pewności tego, że w przybliżeniu spełnione jest wymaganie $T \le \alpha$, a dokładniej mówiąc tego, że wymaganie $T \le \alpha$ jest spełnione dla przybliżonych wartości nieznanych parametrów.

Ostatecznie

$$v(u; w) = \min v_j(u_j; w_j), \qquad (3)$$

$$v_j(u_j; w_j) = \max_{c_j \in D_{cj}(u_j; w_j)} h_{cj}(c_j), \qquad (4)$$

gdzie $D_{cj}(u_j; w_j) = \{c_j \in C : D_{Tj}(u_j; c_j, w_j) \subseteq D_T\}$.

W rozważanym zadaniu $D_{cj}(u_j; w_j) = \{c_j : c_j \le \frac{\alpha}{u_j} - w_j\}$.

W rezultacie optymalna decyzja

$$u^*(w) = \arg\max_{u \in U} v(u; w) \qquad (5)$$

jest zależna od parametru $w = (w_1, w_2, \ldots, w_k)$.

Jeśli parametr w_j jest wartością zmiennej losowej $\underline{w}_j$ o znanej gęstości prawdopodobieństwa $f_{wj}(w_j)$, to problem decyzyjny można sformułować w dwóch wersjach:

Wersja I: Dla danej funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{wj}(w_j)$ należy wyznaczyć rozdział u_I^* taki, który będzie maksymalizował wartość oczekiwaną z $v(u; w)$, czyli

$$u_I^* = \arg\max_{u \in U} \mathrm{E}_w[v(u; \underline{w})], \qquad (6)$$

$$\mathrm{E}_w[v(u;\underline{w})] = \int_0^\infty \lambda dF_v(\lambda) = \int_0^\infty \lambda d(1 - \prod_{j=1}^k [1 - F_{vj}(\lambda)]) \stackrel{\Delta}{=} G(u), \qquad (7)$$

gdzie $F_{vj}(\lambda) = \int_{w_j \in D_{wj}(\lambda, u_j)} f_{wj}(w_j) dw_j$ oraz

$D_{wj}(\lambda, u_j) = \{w_j : v_j(u_j; w_j) \le \lambda\}$.

Wersja II: Dla danej funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f_{wj}(w_j)$ należy wyznaczyć rozdział u_{II}^* jako wartość oczekiwaną z $u^*(w)$. Zatem

$$u_{II}^* = \mathrm{E}_w[u^*(\underline{w})] = \int_W u^*(w_1, w_2, \cdots, w_k) dF(w_1, w_2, \cdots, w_k). \qquad (8)$$

Ponieważ zmienne losowe $\underline{w}_1, \underline{w}_2, \ldots, \underline{w}_k$ są zmiennymi niezależnymi, to

$$u_{II}^* = \iint_W \ldots \int u^*(w_1, \ldots, w_k) f_{w1}(w_1) \cdot \ldots \cdot f_{wk}(w_k) dw_1 \ldots dw_k. \qquad (9)$$

W wersji I u_I^* jest rozdziałem maksymalizującym wartość oczekiwaną wskaźnika pewności tego, że w przybliżeniu spełnione jest wymaganie $T \le \alpha$. Natomiast w wersji II optymalny rozdział u_{II}^* wyznaczany jest jako wartość oczekiwana z decyzji maksymalizującej wskaźnik pewności tego, że wymaganie spełnione jest dla ustalonego w.

Wyznaczone w obu wersjach wartości przydzielonych do poszczególnych procesorów programów pochodzą ze zbioru dodatnich liczb rzeczywistych i należy je zaokrąglić do najbliższej liczby naturalnej dla otrzymania całkowitej liczby elementarnych programów. Postępowanie takie jest dopuszczalne i uzasadnione tylko dla dużej liczby N jednakowych elementarnych programów o krótkim czasie ich realizacji, czyli tak jak ma to miejsce w rozważanym przypadku.

3. WYBRANY PROSTY PRZYPADEK

Dla zilustrowania prezentowanego problemu alokacji programów w systemie wieloprocesorowym w warunkach niepewności, rozpatrzmy prosty przykład rozdziału zadań w systemie złożonym z dwóch procesorów ($k=2$).

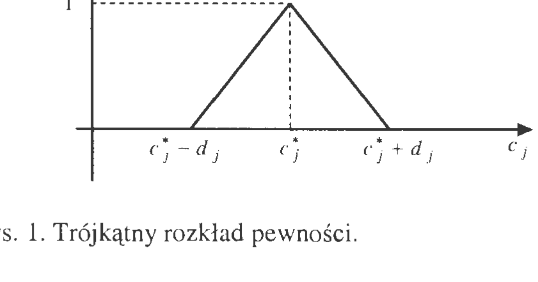
Przyjmijmy, że c_j jest wartością zmiennej niepewnej $\bar{c}_j$ o trójkątnym rozkładzie pewności (rys. 1) podanym przez eksperta

$$h_{cj}(c_j)=\begin{cases}\dfrac{(c_j-c_j^*)}{d_j}+1 & \text{dla } c_j^*-d_j\le c_j\le c_j^* \\ \dfrac{(c_j^*-c_j)}{d_j}+1 & \text{dla } c_j^*\le c_j\le c_j^*+d_j \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach.}\end{cases} \tag{10}$$

Dla znanej wartości w_j korzystając z (4) otrzymujemy

$$v_j(u_j;w_j)=\begin{cases}1 & \text{dla } u_j\le\dfrac{\alpha}{c_j^*+w_j}\ ; \\ \dfrac{\alpha-u_j(w_j+c_j^*-d_j)}{u_jd_j} & \text{dla } \dfrac{\alpha}{c_j^*+w_j}\le u_j\le\dfrac{\alpha}{c_j^*+w_j-d_j}\ ; \\ 0 & \text{dla } \dfrac{\alpha}{c_j^*+w_j-d_j}\le u_j\ ,\end{cases} \tag{11}$$

a decyzja $u^*(w)$ może być znaleziona przez rozwiązanie równania $v_1(u_1;w_1)=v_2(N-u_1;w_2)$ analogicznie jak w [5, 8-10].



Rys. 1. Trójkątny rozkład pewności.

Korzystając z (11) dla danych wartości w_j otrzymujemy poniższe wyniki:

1. Dla $\alpha\le\dfrac{N(c_1^*+w_1-d_1)(c_2^*+w_2-d_2)}{c_1^*+c_2^*+w_1+w_2-d_1-d_2}$, $v^*=0$ dla dowolnego $u_1^*(w)$.

2. Dla $\dfrac{N(c_1^*+w_1-d_1)(c_2^*+w_2-d_2)}{c_1^*+c_2^*+w_1+w_2-d_1-d_2}\le\alpha$ i $\alpha\le\dfrac{N(c_1^*+w_1)(c_2^*+w_2)}{c_1^*+c_2^*+w_1+w_2}$,

$$v^*=\frac{\alpha}{d_1u_1^*(w)}-\frac{w_1+c_1^*}{d_1}+1 \tag{12}$$

dla $u_1^*(w)$, które jest rozwiązaniem równania

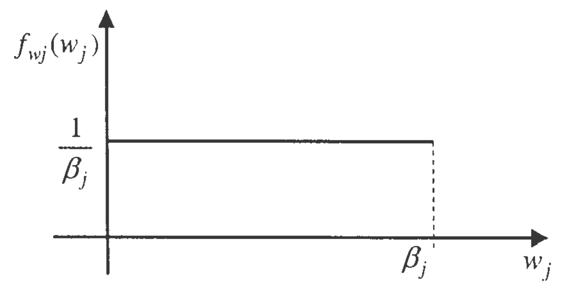
$$u_1^2A+u_1B+\alpha Nd_2=0, \tag{13}$$

gdzie $A=(w_1+c_1^*)d_2-(w_2+c_2^*)d_1$ i $B=-AN-(\alpha d_2+\alpha d_1)$.

3. Dla $\dfrac{N(c_1^*+w_1)(c_2^*+w_2)}{c_1^*+c_2^*+w_1+w_2}\le\alpha$, $v^*=1$ dla każdego $u_1^*(w)$ spełniającego warunek $N-\dfrac{\alpha}{c_2^*-w_2}\le u_1^*(w)\le\dfrac{\alpha}{c_1^*-w_1}$.

Przyjmijmy teraz, że w_j jest wartością zmiennej losowej o podanej funkcji gęstości prawdopodobieństwa

$$f_{wj}(w_j)=\begin{cases}\beta_j^{-1} & \text{dla } 0\le w_j\le\beta_j \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach.}\end{cases} \tag{14}$$



Rys. 2. Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej $\underline{w}_j$.

W wersji I sformułowanego wcześniej problemu decyzyjnego, korzystając z (7) oraz tego, że $u_2=N-u_1$ możemy wyznaczyć $F_{v1}(\lambda)$ i $F_{v2}(\lambda)$ a następnie $G(u)$ – wartość średnią wskaźnika pewności tego, że w przybliżeniu spełnione jest wymaganie $T\le\alpha$. W rozważanym przypadku

$$G(u)=\int_0^\infty \lambda[\frac{\partial F_{v1}(\lambda)}{\partial\lambda}+\frac{\partial F_{v2}(\lambda)}{\partial\lambda}- -(\frac{\partial F_{v1}(\lambda)}{\partial\lambda}F_{v2}(\lambda)+\frac{\partial F_{v2}(\lambda)}{\partial\lambda}F_{v1}(\lambda))]d\lambda. \quad (15)$$

Po dokonaniu kilku prostych przekształceń (15) i przyjęciu, że

$$H_1 \triangleq \frac{\alpha-u_1(c_1^*-d_1+\beta_1)}{u_1 d_1},$$

$$H_2 \triangleq \frac{\alpha-(N-u_1)(c_2^*-d_2+\beta_2)}{(N-u_1)d_2},$$

$$K \triangleq \frac{d_1}{\beta_1}(\frac{\alpha-(N-u_1)(c_2^*-d_2)}{(N-u_1)\beta_2})+\frac{d_2}{\beta_2}(\frac{\alpha-u_1(c_1^*-d_1)}{u_1\beta_1})$$

otrzymujemy następujące rozwiązanie:

1. Dla $N-\frac{\alpha}{c_2^*-d_2+\beta_2}\le u_1\le N-\frac{\alpha}{c_2^*+\beta_2}$ i $u_1\le\frac{\alpha}{c_1^*+\beta_1}$

$$G(u_1)=\frac{d_2}{2\beta_2}(1-H_2^2). \quad (16)$$

2. Dla $u_1\le N-\frac{\alpha}{c_2^*-d_2+\beta_2}$ i $u_1\le\frac{\alpha}{c_1^*+\beta_1}$

$$G(u_1)=\frac{d_2}{2\beta_2}. \quad (17)$$

3. Dla $\frac{\alpha}{c_1^*+\beta_1}\le u_1\le\frac{\alpha}{c_1^*-d_1+\beta_1}$ i $N-\frac{\alpha}{c_2^*+\beta_2}\le u_1$

$$G(u_1)=\frac{d_1}{2\beta_1}(1-H_1^2). \quad (18)$$

4. Dla $H_1<H_2$, $N-\frac{\alpha}{c_2^*-d_2+\beta_2}\le u_1\le N-\frac{\alpha}{c_2^*+\beta_2}$ i $\frac{\alpha}{c_1^*+\beta_1}\le u_1\le\frac{\alpha}{c_1^*-d_1+\beta_1}$

$$G(u_1)=\frac{d_1}{2\beta_1}[H_2^2-H_1^2]+\frac{1}{2}K[1-H_2^2]-\frac{2d_1d_2}{3\beta_1\beta_2}[1-H_2^3]. \quad (19)$$

5. Dla $H_2<H_1$, $N-\frac{\alpha}{c_2^*-d_2+\beta_2}\le u_1\le N-\frac{\alpha}{c_2^*+\beta_2}$ i $\frac{\alpha}{c_1^*+\beta_1}\le u_1\le\frac{\alpha}{c_1^*-d_1+\beta_1}$

$$G(u_1)=\frac{d_2}{2\beta_2}[H_1^2-H_2^2]+\frac{1}{2}K[1-H_1^2]-\frac{2d_1d_2}{3\beta_1\beta_2}[1-H_1^3]. \quad (20)$$

6. Dla $\frac{\alpha}{c_1^*+\beta_1}\le u_1\le\frac{\alpha}{c_1^*-d_1+\beta_1}$ i $u_1\le N-\frac{\alpha}{c_2^*-d_2+\beta_2}$

$$G(u_1)=\frac{d_2}{2\beta_2}H_1^2+\frac{1}{2}K[1-H_1^2]-\frac{2d_1d_2}{3\beta_1\beta_2}[1-H_1^3]. \quad (21)$$

7. Dla $N-\frac{\alpha}{c_2^*-d_2+\beta_2}\le u_1\le N-\frac{\alpha}{c_2^*+\beta_2}$ i $\frac{\alpha}{c_1^*-d_1+\beta_1}\le u_1$

$$G(u_1)=\frac{d_1}{2\beta_1}H_2^2+\frac{1}{2}K[1-H_2^2]-\frac{2d_1d_2}{3\beta_1\beta_2}[1-H_2^3]. \quad (22)$$

8. Dla $\frac{\alpha}{c_1^*-d_1+\beta_1}\le u_1$ i $N-\frac{\alpha}{c_2^*+\beta_2}\le u_1$

$$G(u_1)=\frac{d_1}{2\beta_1}. \quad (23)$$

9. Dla $\frac{\alpha}{c_1^*-d_1+\beta_1}\le u_1$ i $u_1\le N-\frac{\alpha}{c_2^*-d_2+\beta_2}$

$$G(u_1)=\frac{1}{2}K-\frac{2d_1d_2}{3\beta_1\beta_2}. \quad (24)$$

10. W pozostałych przypadkach

$$G(u_1)=0. \quad (25)$$

Aby otrzymać $u_{I,1}^*$ należy przeprowadzić maksymalizację funkcji $G(u_1)$ względem u_1.

W wersji II problemu decyzyjnego, korzystając z (9) i wcześniej wyznaczonego $u_1^*(w)$, otrzymujemy:

1. Dla $\alpha\le E_{w_1,w_2}[\frac{N(c_1^*+w_1-d_1)(c_2^*+w_2-d_2)}{c_1^*+c_2^*+w_1+w_2-d_1-d_2}]$,

$v^*=0$ dla dowolnego $u_{II,1}^*$.

2. Dla $E_{w_1,w_2}[\frac{N(c_1^*+w_1-d_1)(c_2^*+w_2-d_2)}{c_1^*+c_2^*+w_1+w_2-d_1-d_2}]\le\alpha$ i

$\alpha\le E_{w_1,w_2}[\frac{N(c_1^*+w_1)(c_2^*+w_2)}{c_1^*+c_2^*+w_1+w_2}]$ otrzymujemy

$$u_{II,1}^*=E_{w_1,w_2}[u_1^*(w_1,w_2)]=\frac{1}{\beta_1\beta_2}\int_0^{\beta_1}\int_0^{\beta_2}u_1^*(w_1,w_2)dw_1dw_2, \quad (26)$$

gdzie $u_1^*(w_1,w_2)$ jest pierwiastkiem równania

$$u_1^2A+u_1B+\alpha Nd_2=0,$$

w którym $A=(w_1+c_1^*)d_2-(w_2+c_2^*)d_1$, $B=-AN-(\alpha d_2+\alpha d_1)$.

Natomiast wskaźnik pewności otrzymujemy jako wartość oczekiwaną z (12)

$$v^* = \mathrm{E}_{w_1,w_2}\left[\frac{\alpha}{d_1 u^*_{II,1}} - \frac{w_1 + c_1^*}{d_1} + 1\right]. \qquad (27)$$

3. Dla $\mathrm{E}_{w_1,w_2}\left[\frac{N(c_1^* + w_1)(c_2^* + w_2)}{c_1^* + c_2^* + w_1 + w_2}\right] \le \alpha$ otrzymujemy $v^* = 1$ dla każdego $u^*_{II,1}$ spełniającego warunek

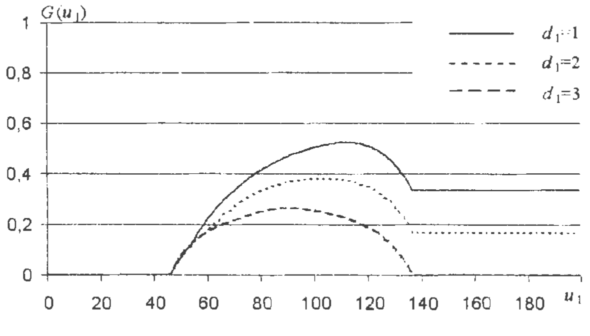
$$\mathrm{E}_{w_1,w_2}\left[N - \frac{\alpha}{c_2^* - w_2}\right] \le u^*_{II,1} \le \mathrm{E}_{w_1,w_2}\left[\frac{\alpha}{c_1^* - w_1}\right].$$

Dla konkretnych danych liczbowych $N = 200$, $\alpha = 320$, $c_1^* = 4$, $c_2^* = 3$, $d_1 = 3$, $d_2 = 2$, $\beta_1 = 3$, $\beta_2 = 2$ otrzymujemy następujące wyniki:

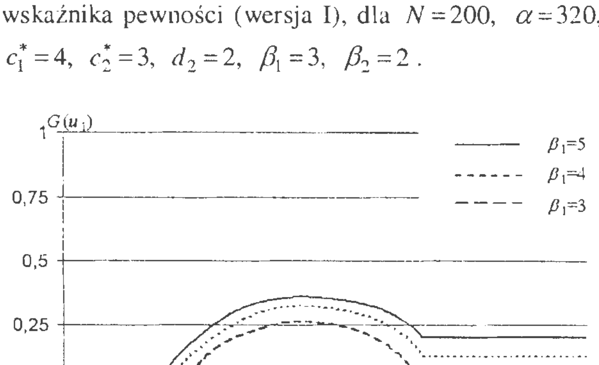
w wersji I $v^* = 0{,}26$ dla $u^*_{I,1} = 90$,

w wersji II $v^* = 0{,}39$ dla $u^*_{II,1} = 87$.

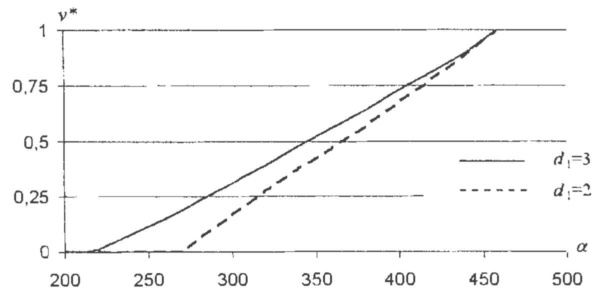
Dla wcześniej sformułowanego i rozwiązanego problemu decyzyjnego przeprowadzono badania symulacyjne badające wpływ wybranych parametrów rozkładu pewności i gęstości prawdopodobieństwa na otrzymane rozwiązanie. Wrażliwość otrzymanych rozwiązań na zmianę parametrów można zaobserwować na przedstawionych wybranych wykresach (rys. 3-5).



Rys. 3. Wpływ parametru d_1 na wartość oczekiwaną wskaźnika pewności (wersja I), dla $N = 200$, $\alpha = 320$, $c_1^* = 4$, $c_2^* = 3$, $d_2 = 2$, $\beta_1 = 3$, $\beta_2 = 2$.



Rys. 4. Wpływ parametru β_1 na wartość oczekiwaną wskaźnika pewności (wersja I), dla $N = 200$, $\alpha = 320$, $c_1^* = 4$, $c_2^* = 3$, $d_1 = 3$, $d_2 = 2$, $\beta_2 = 2$.



Rys. 5. Wpływ parametru d_1 na wartość wskaźnika pewności (wersja II) w zależności od wymagania użytkownika α, dla $N = 200$, $c_1^* = 4$, $c_2^* = 3$, $d_2 = 2$, $\beta_1 = 3$, $\beta_2 = 2$.

4. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

W pracy sformulowano i rozwiązano (dla prostego przypadku) problem sterowania rozdziałem zadań w systemie wieloprocesorowym dla specyficznego przypadku, w którym mamy do czynienia z dużym zbiorem elementarnych zadań (programów) o nieznanych czasach ich realizacji. Przyjęto, że nieznane czasy realizacji programów są sumami czasu wykonania programu przez procesor (wartości zmiennej niepewnej) oraz czasu potrzebnego na dostarczenie i/lub buforowanie programu przed jego wykonaniem (wartości zmiennej losowej). W p. 2 zaproponowano dwie wersje rozwiązania problemu decyzyjnego, a następnie w p. 3 przedstawiono rozwiązanie obu wersji dla prostego przypadku rozdziału programów w systemie dwuprocesorowym. Zaprezentowany przykład numeryczny i przeprowadzone symulacje pokazują, że zarówno parametry rozkładu pewności opisującego czas wykonania programu przez procesor, jak i parametry gęstości prawdopodobieństwa opisującej czas potrzebny na dostarczenie i buforowanie programu przed jego wykonaniem mają znaczący wpływ na otrzymywane rozwiązanie. W obu wersjach przedstawionego problemu decyzyjnego można zauważyć dużą wrażliwość otrzymanego rozwiązania na zadane parametry. Uzasadnione wydaje się zatem zastosowanie adaptacji polegającej na dostrajaniu parametrów, czyli na wykorzystaniu bieżącej oceny jakości sterowania do polepszenia początkowej wiedzy. Godne uwagi jest też rozważenie innych pokrewnych podejść, gdzie w opisie obiektu występuje nieznany parametr, który jest wyrażony poprzez różne połączenia zmiennych niepewnych i zmiennych losowych występujących zarówno na tym samym jak i na różnych poziomach niepewności [10]. Ze względu na pojawiające się trudności obliczeniowe przy bardziej złożonych przypadkach, warto również zwrócić uwagę na możliwość zastosowania dekompozycji do rozwiązania problemu alokacji programów w systemie wieloprocesorowym [8].

APPLICATION OF UNCERTAIN AND RANDOM VARIABLES TO THE CONTROL OF TASK ALLOCATION IN THE MULTIPROCESSOR SYSTEM

In this paper the problem of task allocation in the multiprocessor system is considered. In many practical cases it is necessary to consider an allocation problem in which task execution times are unknown. This paper is concerned with a special case where the set of elementary tasks with unknown execution times is sufficiently large. It is assumed that unknown task execution times are the sums of two values: value of uncertain variables described by certainty distributions given by an expert and value of random variable described by probability distribution. Two versions of the decision problem (i.e. the determination of optimal task allocation with unknown parameters) are considered. Solution of the decision problem and selected results of simulations for a simple example are presented.

Literatura

[1] Bubnicki Z. (2001) Uncertain variables and their applications for a class of uncertain systems. *International Journal of Systems Science*, **32**, 5, 651-659.

[2] Bubnicki Z. (2001) Uncertain variables and their application to decision making. *IEEE Trans. on SMC, Part A: Systems and Humans*, **31**, 6, 587-596.

[3] Bubnicki Z. (2002) *Uncertain Logics, Variables and Systems*. Springer, Berlin–London–N. York.

[4] Bubnicki Z. (2002) Application of uncertain variables to decision making in a class of distributed computer systems, in: *M. Mussen, B. Neumann, R. Studer (eds.) Proceedings of 17th IFIP World Computer Congress, vol. „Intelligent Information Processing", Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA*, 261-264.

[5] Bubnicki Z. (2002) Application of uncertain variables in allocation problem for a complex of parallel operations. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, **27**, 1, 3-15.

[6] Bubnicki Z. (2003) Application of uncertain variables in a class of control systems with uncertain and random parameters. *Proc. of the European Control Conference, Cambridge*.

[7] Bubnicki Z. (2004) *Analysis and Decision Making in Uncertain Systems*. Springer, Berlin–London–N. York.

[8] Bubnicki Z. (2005) On allocation problems for a complex of parallel operations described by uncertain variables. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, **30**, 2 (w druku).

[9] Dębicki T. (2002) Zastosowanie zmiennych niepewnych do sterowania rozdzialem zadań w systemie komputerowym. *Mat. XIV Krajowej Konferencji Automatyki, Zielona Góra*, 2, 781-786.

[10] Dębicki T. (2003) Zastosowanie zmiennych niepewnych i losowych w problemie sterowania alokacją zadań w grupie równolegle pracujących procesorów. *W.Z. Bubnicki, A. Grzech (red.) Inżynieria Wiedzy i Systemy Ekspertowe, Wrocław, 2003*, 2, 217-224.

Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4