POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

# TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI

pod redakcją:
Jana Studzińskiego,
Ludosława Drelichowskiego,
Olgierda Hryniewicza,
Janusza Kacprzyka

TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU

SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 26

---

**Redaktor naukowy:**

**Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 2000

# TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI

pod redakcją
Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego
Olgierda Hryniewicza i Janusza Kacprzyka

Książka zawiera wybór referatów przedstawionych na konferencji "Komputerowe systemy wielodostepne KSW'2000" w Ciechocinku w 2000 r. Konferencja pod patronatem Komitetu Badań Naukowych została zorganizowana przez Akademię Techniczno-Rolniczą w Bydgoszczy, Instytut Badań Systemowych PAN, Komisję Informatyki PAN - Oddział w Gdańsku oraz Bydgoskie Zakłady Elektromechaniczne "BELAM" S.A. w Bydgoszczy.

Komitet Naukowo-Programowy konferencji:

Witold Abramowicz, Ryszard Budziński, Ryszard Choraś, Ludosław Drelichowski (przewodniczący), Grzegorz Głownia, Adam Grzech, Jakub Gutenbaum, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Zbigniew Kierzkowski, Jerzy Kisielnicki, Adam Kopiński, Maciej Krawczak, Henryk Krawczyk, Bernard F. Kubiak, Roman Kulikowski, Marian Kuraś, Ludwik Maciejec, Marek Miłosz, Janusz Stokłosa, Jan Studziński, Zdzisław Szyjewski.



ISBN 83-85847-53-7
ISSN 0208-8028

Rozdział 3

# Modele matematyczne w systemach komputerowych

# SIECIOWE MODELE OBLICZENIOWE – PRZYKŁADY KONSTRUKTYWNYCH ROZWIĄZAŃ

***Henryk Potrzebowski***
*Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa*

*The paper considers selected models - mostly network discrete optimisation models - applied to organisational management. Particularly the clustering, budget balancing, set covering, task synchronisation and task scheduling models are discussed.*

## 1. Wprowadzenie

W czasach restrukturyzacji i reorganizacji tak gospodarki jak produkcji i usług, sprawnego organizowania środków ochrony środowiska i pozyskiwania źródeł energii zachodzi konieczność doskonalenia techniki obliczeniowej, tym bardziej, że istniejące środki i modele obliczeń stały się bardziej dostępne. Można więc przy ich użyciu przewidzieć na czas zagrożenie, oszacować wartość, przewidzieć niedobór, opracować skuteczne działanie.

Dobrą propozycją jest sieciowy model obliczeniowy, widziany jako układ różnego rodzaju danych reprezentujących dane źródłowe, wyniki pośrednie , wyniki końcowe ... traktowanych jak węzły określonego grafu i cząstkowych procesów obliczeniowych reprezentowanych przez łuki tego grafu. Jakie węzły i jakie łuki mają tworzyć konkretną sieć obliczeniową zależy od specyfiki zagadnienia, dysponowanego sprzętu i zastosowanego modelu matematycznego.

Na przykładach zaczerpniętych z różnych dziedzin działalności zakładów, banków, urzędów omówione zostaną zagadnienia i przeprowadzona dyskusja możliwych sposobów ich rozwiązania.

Większość przedstawionych zagadnień od dłuższego już czasu jest przedmiotem badań z punktu widzenia metod optymalizacji dyskretnej. Podzielając ten sposób podejścia należy określić funkcję celu , sformułować warunki ograniczające i zastosować lub opracować stosowne procedury optymalizacyjne.

## 2 . Zagadnienie grupowania: sformułowanie, metoda, zastosowania

### 2.1. Wprowadzenie

Z zagadnieniami grupowania spotykamy się w różnych kontekstach, mianowicie:

- konieczności poprawy struktury organizacyjnej, w wyniku przegrupowania pracowników, maszyn, urządzeń,...
- potrzeby skorelowania przedsięwzięć z założonymi celami cząstkowymi, np. technik marketingowych i aplikacji.
- potrzeby zidentyfikowania regionów o intensywnej współpracy ekonomicznej, gospodarczej, kulturalnej, itp., w celu np. zmiany dotychczasowej polityki regionalnej
- usprawniania metod przeszukiwania masowych ilości danych poprzez właściwe ich pogrupowanie. Zagadnienia sprawnego wyszukiwania masowych, jednocześnie rozproszonych informacji stały się domeną internetu, rozbudowanych baz danych, potężnych archiwów, bibliotek.

Zagadnienia te można rozpatrywać jak zagadnienia grupowania węzłów pewnej struktury organizacyjnej, reprezentowanej najczęściej za pomocą określonego multigrafu. Użytecznym modelem będzie tu problemem macierzowy grupowania wierszy i kolumn odpowiadających węzłom tej struktury. Przyjmując założenie, że w optymalnym rozwiązaniu wiersze i kolumny macierzy najsilniej ze sobą powiązane winny znajdować się jak najbliżej siebie, zagadnienie grupowania staje się równoważne symetrycznemu zagadnieniu komiwojażera.

### 2.2. Sformułowanie w postaci symetrycznego zagadnienia komiwojażera

Przyjmijmy, że dana jest tablica $A = [a_{ij}]$ ( $i = 1,...,m.$, $j = 1,...,n$) miar $a_{ij}$ reprezentujących stopień powiązania pomiędzy węzłami $e_i$ oraz $f_j$ badanej struktury.

Za [McCormic i inni 1972] przyjmijmy Z jako kryterium oceny sposobu uporządkowania wierszy i kolumn tablicy w postaci sumy wszystkich iloczynów sąsiadujących w pionie i w poziomie elementów tablicy A. Kryterium takie, co widzimy na załączonym przykładzie, preferuje takie kolejności wierszy i kolumn tablicy A, przy których skupiona jest jak największa liczba elementów o wartościach równych 1.

$$
\begin{array}{c|cccc|}
 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
4 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c|cccc|}
 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
4 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c|cccc|}
 & 1 & 3 & 2 & 4 \\ \hline
1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
4 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline
\end{array}
$$

Z= 0 Z= 4 Z= 8

Niech π, ρ oznaczają odpowiednio permutację wierszy {1,...,m} i permutację kolumn {1,...,n} tablicy A. Przyjmując założenia, że

$$\pi(0)=\pi(m+1)=\rho(0)=\rho(n+1)=0,$$

$$a_{i0} = a_{0j} = 0 \text{ dla } i = 1,...,m., j = 1,...,n$$

kryterium Z oceny sposobu grupowania można wyrazić w sposób następujący:

$$Z(\pi,\rho)=\tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{\pi(i)\rho(j)}\left(a_{\pi(i)\rho(j-1)}+a_{\pi(i)\rho(j+1)}+a_{\pi(i-1)\rho(j)}+a_{\pi(i+1)\rho(j)}\right)$$

$$=Z(\pi)+Z(\rho)$$

gdzie

$$Z(\pi)=\sum_{i=0}^{m}c_{\pi(i)\pi(i+1)}, \qquad Z(\rho)=\sum_{j=0}^{n}d_{\rho(j)\rho(j+1)}.$$

Współczynniki $c_{ih}$, $d_{jk}$ ( i, h = 1,...,m., j, k = 1,...n) można wyznaczyć a'priori w postaci sumy następujących iloczynów:

$$c_{ih}=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}a_{hj} \qquad d_{jk}=\sum_{i=1}^{m}a_{ij}a_{ik}$$

Powyższe sformułowanie zagadnienia grupowania prowadzi do stwierdzeń następujących:

- rozwiązanie zagadnienia grupowania polega na znalezieniu kolejności π, ρ wierszy i kolumn tablicy A, przy których kryterium

  *Z(π, ρ) = maksimum.*

- zagadnienie powyższe jest równoważne rozwiązaniu dwóch niezależnych zadań programowania całkowitoliczbowego – zadań komiwojażera

- zadania są zadaniami symetrycznymi, ponieważ zachodzą tutaj zależności:

$$c_{ih} = c_{hi} \text{ oraz } d_{jk} = d_{kj}$$

- jeżeli elementy $e_i$ oraz $f_j$ reprezentują te same obiekty, tj. $e_i = f_j$ zagadnienie grupowania sprowadza się do rozwiązania jednego symetrycznego zadania komiwojażera (n = m.).
- można pokazać [Lenstra J.K., 1977], że możliwe jest zredukowanie rozmiaru zadania poprzez łączenie identycznych kolumn (wierszy) tablicy A, przy czym kolumny j, k są identyczne, jeżeli $d_{jj} = d_{jk} = d_{kk}$. Zasada nie jest prawdziwa dla tablic A o elementach różnych od 0 i 1.

Dla rozwiązania zadania komiwojażera istnieje wiele efektywnych algorytmów przybliżonych W pracy [Kryński S., L. Libura, 1992] przedstawiono pakiet XPST4 algorytmów, przeznaczonych do rozwiązywania symetrycznych zadań komiwojażera. Przeprowadzone obliczenia pokazują , że w rozwiązywaniu takich zadań sprawdzają się zmodyfikowane algorytmy typu „drzewo rozpinające", „powłoka wypukła", „dywan Sierpińskiego" i inne, wsparte postprocesami 2-opt, 3-opt, OR_opt.

## 3. Wybrane zagadnienia równoważenia budżetów

### 3.1. Wprowadzenie

Rozpatrujemy rynek finansowy złożony z powiązanych nawzajem zobowiązaniami finansowymi budżetów. Rynek ten można modelować jako sieć powiązań w postaci określonych kwotowo zobowiązań finansowych pomiędzy budżetami współdziałających na określonym terenie podmiotów.

Problem polega na tym, że wiele z budżetów znajduje się w sytuacji nierozwiązywalnej, tj. ich zobowiązania przekraczają dochody włącznie z aktywami, jakie posiadają, a np. z punktu widzenia rozwoju regionu istnieje pilna potrzeba podjęcia kroków, które by upłynniły obrót finansowy. W takiej sytuacji rozwiązaniem usprawniającym obrót może być redukcja zobowiązań lub ich dofinansowanie.

Model pochodzi od liniowego modelu [Taha, 1991] zastosowanego do redukcji wzajemnych zobowiązań na rynku finansowym maklerów giełdowych. Jak twierdzi autor, model taki zastosowany w jednym z krajów Emiratów Arabskich pomógł zredukować nadmiar sztucznego pieniądza w obiegu i przywrócić równowagę rynku finansowego.

### 3.2. Model matematyczny redukcji

Przyjmujemy, że dany jest graf $G=(V,A)$ złożony ze zbioru $V$ wierzchołków, $V=\{1,\dots,n\}$, reprezentujących uczestników rynku i zbioru $A$ łuków, reprezentujących wzajemne zobowiązania, tj.

$$A=\{(i,j) \mid i \text{ ma zobowiazanie wzg. uczestnika } j\}$$

Zakładamy, że dla uczestników rynku są określone następujące wielkości

$r_{ij}$ - wysokość zobowiązania uczestnika i-tego na rzecz j-tego,

$A_i$ - wysokość aktywów netto przez uczestnika i-tego,

$I_i$ - wysokości zobowiązań inwestycyjnych uczestnika i-tego.

Niech

$$W_i = \sum_{j=1,\dots,n,\, j\neq i} r_{ij} + I_i \,,\; M_i = \sum_{j=1,\dots,n,\, j\neq i} r_{ji} + A_i$$

oznaczają odpowiednio "WINIEN" i "MA" dla i-tego uczestnika.

Mówimy, że sytuacja finansowa w (wybranym) zbiorze uczestników jest nierozwiązywalna jeżeli w przypadku każdego uczestnika strona WINIEN przewyższa stronę MA, tj.

$$W_i > M_i\,, \text{ dla } \; \mathrm{i}=1,\dots,\mathrm{n}\,.$$

Dla takiej grupy uczestników jedno z rozwiązań polega na redukcji zobowiązań. Konkurencyjne rozwiązanie (tutaj nie prezentowane) polegać może na dowartościowaniu należności.

**Zagadnienie 1.** Dla każdego uczestnika znajdź indywidualny współczynnik redukcji $q_i$ liczb $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in}, I_i$ taki, że

$$q_i W_i = M_i(q), \text{ dla } \mathrm{i}=1,\dots,\mathrm{n}\,, \text{ gdzie } M_i(q) = \sum_{j=1,\dots,n,\, j\neq i} r_{ji} q_i + A_i$$

**Zagadnienie 2.** Dla zadanej funkcji kosztów $f(x)$ określ poziom regulacji zobowiązań $x=(x_{ij})$, $0 \le x_{ij} \le r_{ij}$, dla którego

$$f(x) = min,\; W(x) = M(x),\; 0 \le x \le r$$

gdzie

$$W_i(x) = \sum_{j=1,\dots,n,\, j\neq i} x_{ij} + I_i,\quad M_i(x) = \sum_{j=1,\dots,n,\, j\neq i} x_{ji} + A_i .$$

Zagadnienie 1 jest układem liniowym $n$ zmiennych i $n$ ograniczeń i można go rozwiązać, dla znacznych $n$. Wynika z założenia o równej redukcji zobowiązań.

Zagadnienie 2 jest modelem optymalizacji przepływu dla grafu rozpiętego na n wierzchołkach. Poddaje się użytecznym modyfikacjom. Dopóki funkcja celu jest liniowa model może być skutecznie rozwiązywany nawet dla n rzędu 1000. Nieznaczne skomplikowanie modelu, np. poprzez wprowadzenie mnożników strumieni, wprowadzenie składowych nieliniowych do funkcji celu znacznie rozszerza jego potencjalne zastosowania, ale pogarsza możliwości rozwiązania.

Zagadnienie redukcji zadłużeń podmiotów gospodarczych w literaturze ekonomicznej traktowane jest często drugoplanowo jako objaw towarzyszący reformowanym procesom gospodarczym, modelowanym za pomocą makro modeli ekonometrycznych. Przykładem tego podejścia jest "Symulacyjny model gospodarki polski" [red. J. Gutenbaum, M. Inkelman, 1998] , gdzie bada się dynamiczne zależności bilansowe w pętlach kapitał - produkcja - zysk - inwestycje – kapitał, produkcja - praca - wynagrodzenie - popyt - sprzedaż - produkcja, produkcja - wynagrodzenie - depozyty - kredyty - inwestycje - kapitał – produkcja.

## 4. Zagadnienie pokrycia

Rozpatrzmy następujący problem. Spośród $n$ projektów wykonawczych należy wybrać liczbę projektów umożliwiających osiągnięcie $m$ ważnych dla regionu celów przy czym koszt realizacji projektów ma być minimalny. Załóżmy, że w przypadku każdego projektu znany jest koszt projektu i stopień realizacji celów, jakie w wyniku realizacji zostają osiągnięte. Problem polega na optymalnym wyborze projektów, których wykonanie umożliwi osiągnięcie wszystkich celi na zadawalającym poziomie. Przyjmijmy oznaczenia:

i: wskaźnik celu, $i = 1,\dots,m$,

j: wskaźnik projektu, $j = 1,\dots,n$,

$c_j$: koszt realizacji j-tego projektu,

$a_{ij}$: wskaźnik o wartościach 0 lub 1. Wskaźnik przyjmuje wartość 1, jeżeli j-ty projekt pozwala osiągnąć i-ty cel, i wartość 0, w przypadku przeciwnym,

$x_j$ : zmienna decyzyjna o wartościach 1 lub 0, w zależności od tego, czy j-ty projekt jest wybierany do realizacji, czy też nie.

Zagadnienie polega na znalezieniu

$$\text{minimum} \sum_j c_j x_j \tag{1}$$

przy warunkach

$$\sum_j a_{ij} x_j \geq 1 \qquad \text{dla } i = 1,\ldots,m, \tag{2}$$

$$x_j = 0 \text{ lub } 1 \qquad \text{dla } j = 1,\ldots,n. \tag{3}$$

Model (1)-(3) jest znanym z programowania matematycznego modelem pokrycia. Warunek (2) zapewnia, że każdy cel zostanie osiągnięty. Kryterium (1) każe wybierać projekty ze względu na minimum kosztu osiągnięcia wszystkich założonych celi. Model dobrze opisuje wiele praktycznych zagadnień wyboru punktów usługowych, wyboru projektów alternatywnych, systemów zabezpieczeń, harmonogramów przedsięwzięć itp.

## 5. Problem synchronizacji zadań

### 5.1. Przedstawienie zagadnienia

Dany jest graf skierowany $G=(V,A)$ ze zbiorem wierzchołków $V$ odpowiadających zadaniom i zbiorem łuków $A$ reprezentujących relacje następstwa zadań w czasie. Graf ten przyjmujemy, nie posiada cykli (spełnienie tego warunku wymaga w przypadku niektórych struktur danych określonych zabiegów wstępnych) . Dla każdego $i \in V$ określony jest termin zakończenia $d_i$ i czas realizacji $p_i$.

Mówimy, że harmonogram $(d,p)$ jest $G$ - *zsynchronizowany*, jeżeli dla każdej pary zadań $(i,j)$, $(i,j) \in A$, zakończenie czynności $j$ nie występuje wcześniej niż po upływie $p_j$ jednostek czasu po terminie zakończenia czynności $i$ .

Badania dotyczą przypadku, kiedy harmonogram $(d,p)$ nie jest $G$ - zsynchronizowany, tj. przypadku, kiedy istnieją czynności na wykonanie których brakuje czasu. Celem tych badań z jednej strony jest ocena skali zagrożenia wynikającego z konieczności przesunięć pewnych zadań w czasie, a z drugiej - skali koniecznych środków zaradczych, sprowadzających się do przyśpieszenia wykonania określonych zadań. W tym celu rozwiązywali będziemy zagadnienia następujące:

- zakładając, że opóźnienia są dopuszczalne, znajdź źródła braku synchronizacji i określ najwcześniejsze terminy wykonania zadań. W wyniku porównań oszacuj skalę opóźnień.
- zakładając, że opóźnienia są niedopuszczalne, znajdź „terminale" braku synchronizacji. W wyniku koniecznych przyśpieszeń terminów zakończenia zadań poprzedzających oszacuj skalę niezbędnych przyśpieszeń.

Otrzymane skrajne rozwiązania - zastosowanie znajduje tutaj metoda PERT - reprezentują pewien przedział możliwych rozwiązań dla zagadnienia synchronizacji czynności. Wybór rozwiązania wymaga podania dodatkowych warunków, co może być zrealizowane metodą dialogu nad sposobami skrócenia czasów realizacji i zmiany terminów wykonywania zadań.

Czynnikami jakie należy uwzględnić dodatkowo przy rozwiązywaniu zagadnień synchronizacji są możliwość podziału zadań pomiędzy stanowiska zastępcze i poziom obciążenia stanowisk. Ponieważ łączne badanie tych czynników prowadzi do trudnych zagadnień szeregowania, można je uwzględniać szacunkowo.

### 5. 2. Model szeregowania

Modele szeregowania zadań powstały głównie z potrzeb planowania bieżącego produkcji w przemyśle maszynowym i dotyczyły kolejności wykonywania detali. Znalazły także zastosowanie w optymalizacji procesów obliczeniowych w komputerach i innych dziedzinach. Są to, podkreślić należy, metody szczegółowego opisu zadań i czynności składających się na wykonanie zadania, gdzie uwzględnia się czasy wykonywania, wielkości opóźnień, graniczne lub postulowane terminy wykonania, relacje następstwa w czasie, możliwość przerywania zadań i wiele innych parametrów.

Wiele zagadnień synchronizacji można rozpatrywać w formie deterministycznego modelu szeregowania zadań cyklicznie powtarzalnych z określonym porządkiem częściowym. Problem formułujemy następująco. Znane są cykle powtarzania zadań i relacje następstwa pomiędzy zadaniami. Dla każdego zadania znane są stanowiska na których są one wykonywane i czasy wykonania. Problem braku synchronizacji polega wtedy na sprawdzeniu czy dla danych terminów (cykli) wykonania zadań i dla danych możliwości przydziału do stanowisk istnieje uszeregowanie dopuszczalne. Z teorii szeregowania wiemy, że rozwiązanie takiego zagadnienia jest ogólnie rzecz biorąc trudne i że tutaj nie istnieje żaden efektywny ogólny algorytm. Trzeba zatem stosować algorytmy heurystyczne, albo rozwiązywać zadania uproszczone. Zagadnienia te m.in. omówiono w raporcie [Potrzebowski 1992]

Chociaż uzyskanie rozwiązania optymalnego dla zadania szeregowania jest mało prawdopodobne a czasem nawet celowe, możliwe jest opracowanie modelu symulacyjnego, polegającego na wygenerowaniu dopuszczalnego harmonogramu realizacji zadań. Model symulacyjny umożliwia m.in. przełożenie na język formuł logicznych i na zbadanie efektywności ogólnie stosowanych reguł postępowania operacyjnego w rozwiązywaniu zadań badanej organizacji.

## 6. Środki obliczeniowe

Rozwiązanie pokazanych i wielu innych zagadnień, o ile rozmiar nie jest duży może być skutecznie rozwiązywana przy pomocy narzędzi oferowanych przez np. pakiet Office firmy Microsoft.

Języki obiektowe VB, C++, Java dostarczają skutecznych narzędzi do wykonania różnych programów implementujących różne metody i algorytmy.

Tylko w przypadku dużych zagadnień, o ogromych liczbach zmiennych wskazane i pożądane jest stosowanie pakietów specjalizowanego oprogramowania.

## Literatura

Gloor Peter: Elements of hypermedia Design. Techniques for Navigation & Visualization in Cyberspace. Birkhauser Boston, 1997.

McCormick W. T.,Jr., P.J. Schweitzer, T. W. White (1972) Problem decomposition and data reorganization by clustering technique. Operations res., 20, 993-1009

Lenstra J. K. (1977) Sequencing by enumerative methods. Mathematisch Centrum, Amsterdam.

Kryński S., M. Libura (1992) XTSP4 Experimental Traveling Salesman Problem Package for Personal Computer (ver. 4.0), Opracowanie IBS PAN.

Potrzebowski H. ( 1992) Dokładne i przybliżone schematy obliczeniowe dla zadań szeregowania równoległego. Raport ZPM IBSPAN.

ISSN 0208-8029
ISBN 83-85847-53-7

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: bibliote@ibspan.waw.pl