

CHAPITRE XIV.

Des Voûtes sphériques et des Voûtes sphéroïdes.

368. Nous avons dit (n°. 212) qu'une surface sphérique était engendrée par la révolution d'une demi-circonférence de cercle autour de son diamètre, et qu'une surface sphéroïde (n°. 215) était engendrée par une courbe quelconque faisant sa révolution autour d'un axe vertical. Je dis maintenant que, si l'on suppose (fig. 280) qu'autour de la verticale GH le quart de circonférence de cercle GME fasse une révolution entière, la demi-surface sphérique, concave en dessous, engendrée par ce quart de cercle, sera l'intrados d'une voûte sphérique. Si au lieu d'un quart de cercle on supposait un quart d'ellipse ELG (fig. 285) faisant sa révolution autour de son demi-petit axe HG, ou autour de son demi-grand axe HG (fig. 286), situé verticalement, ou bien, si on supposait une branche de parabole ELG (fig. 286), d'hyperbole, ou de toute autre courbe régulière, faisant sa révolution autour de son axe HG situé verticalement, la surface sphéroïde, concave en dessous, engendrée par ce quart d'ellipse, cette branche de parabole ou d'hyperbole, etc. serait l'intrados d'une voûte sphéroïde. On distingue les voûtes sphériques et les voûtes sphéroïdes, en voûtes entières, en demi-voûtes, et en fuseaux de voûtes, ainsi que nous le dirons en détail. Quand on veut extradosser les voûtes sphériques, ou les voûtes sphéroïdes, régulièrement, on choisit pour la forme d'extrados, une surface sphérique ou sphéroïde, laquelle est ou n'est pas équidistante à l'intrados, mais de manière que les deux surfaces de la voûte aient le même axe de rotation.

La meilleure manière de disposer les rangs des voussoirs des voûtes sphériques et des voûtes sphéroïdes, c'est de les comprendre entre des plans horizontaux, c'est-à-dire entre des plans perpendiculaires à l'axe de rotation de la surface d'intrados, qui est aussi, ainsi que nous venons de le dire, l'axe de rotation de la surface d'extrados. On se rappellera ici, que nous avons dit (n°. 217) que toute section faite par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation d'une surface sphéroïde était un cercle; d'où il suit, et de ce qui vient d'être dit, que les projections verticales des arrêtes des douëlles

d'une voûte sphérique ou d'une voûte sphéroïde seront des droites parallèles à ligne de terre, et les projections horizontales des mêmes arrêtes seront des cercles parfaitement égaux à ceux donnés par les intersections, avec l'intrados de la voûte, des plans horizontaux entre lesquels se trouvent les assises des voussoirs. Cela posé, expliquons la manière de tracer les épures de ces deux espèces de voûtes.

VOUTES SPHÉRIQUES, APPAREILLÉES PAR ASSISES HORIZONTALES.

369. Supposons (fig. 280) que la figure $A^2A^4A^5VGL$ soit la moitié de la section faite, dans une voûte sphérique, par un plan vertical mené, par le centre de la voûte, parallèlement au plan de projection verticale dont la ligne de terre est la droite EF ; que la naissance de la voûte soit sur le plan de projection horizontale, et que la figure $ACC'A'$ soit le quart de la section faite, dans le mur cylindrique circulaire droit, sur lequel la voûte sphérique est élevée, par le plan horizontal qui passe par la naissance de la voûte. D'après ces conditions, la courbe EMG sera le quart de cercle qui, par sa révolution autour de la verticale GH , engendre la surface d'intrados de la voûte, et le rayon HE , de ce quart de cercle, sera égal à celui OA du quart de cercle AC qui est le quart de la projection horizontale du grand cercle situé à la naissance de la voûte. Cela posé, on divisera la moitié EMG du ceintre de la voûte, en autant de parties égales que l'on voudra avoir d'assises de voussoirs, en observant une demi-partie UG , au sommet, qui sera la moitié de la clef; par les points de division M, L et U , on mènera les normales MS, LT, UU' qui seront les intersections des coupes avec le plan vertical élevé par le centre de la voûte, parallèlement au plan de projection verticale, et par les mêmes points de division M, L et U , on mènera à la ligne de terre EF les parallèles MN, LP , et UY , qui seront les projections verticales des arrêtes des douëlles des assises de la voûte. Pour avoir les quarts $I^3x/I^2, K^3v/K^2$ et G^3u/n des projections horizontales des mêmes arrêtes, par les points M, L et U , on abaissera, à la ligne de terre EF , les perpendiculaires MI^3, LK^3 et UG^3 , qui iront rencontrer le rayon OA (parallèle à la ligne de terre EF) aux points I^3, K^3 et G^3 ; par le point O , comme centre, et avec les rayons respectifs OI^3, OK^3 et OG^3 , on décrira les quarts de cercle $I^3x/I^2, K^3v/K^2$ et G^3u/n , qui seront les projections demandées. On aura de même les projections verticales SQ, TR et $U'v^2$, des extrémités des coupes, en menant par les points S, T et U' , les horizontales SQ, TR , et $U'v^2$, et on aura les projections horizontales S^3S^2, T^3T^2 et U^2U^3 , des

mêmes extrémités de coupes, en abaissant par les points S, T et U' les perpendiculaires SS', TT' et U'U², à la ligne de terre EF, qui iront rencontrer aux points S', T' et U², le rayon AO parallèle à EF, et par le point O, comme centre, et avec les rayons respectifs OS', OT' et OU², en décrivant les quarts de cercle S'S², T'T² et U²U³, qui seront les quarts des projections horizontales demandées, et l'épure sera terminée.

DES VOUTES SPHÉROÏDES ENTIÈRES, APPAREILLÉES PAR ASSISES HORIZONTALES.

370. Supposons (fig. 285, 286 et 287) que la figure EMGVA⁵A⁴A² soit la section faite, dans une voûte sphéroïde quelconque, par un plan vertical mené, par le centre du cercle situé à la naissance de la voûte, parallèlement au plan de projection verticale dont la ligne de terre est la droite A²H, et que la figure ACC'A' soit le quart de la section faite par un plan horizontal mené à la naissance de la voûte, dans le mur cylindrique circulaire droit sur lequel cette voûte doit être élevée. Je dis maintenant que, quelle que soit la courbe génératrice EMG de l'intrados de la voûte, soit qu'elle soit une demi-ellipse, ayant son demi-petit axe HG vertical (fig. 285), soit que cette génératrice soit une demi-ellipse ayant, non le demi-petit axe, mais le demi-grand axe HG vertical (fig. 286), soit, enfin, que cette même génératrice soit une branche de parabole (fig. 286), ou toute autre courbe ayant un axe, et cet axe étant vertical, la manière d'obtenir les projections verticales MN, SQ, LP, UY, TR et U'u des arrêtes des douëlles et des extrémités des coupes, et les projections horizontales S'S², M'M², T'T², L'L², U³U⁴, et U²U⁵ des mêmes arrêtes, est absolument la même que celle que nous venons d'expliquer pour les voûtes sphériques. On remarquera que pour les deux espèces de voûtes dont nous venons de parler, les coupes sont des surfaces coniques, dont le sommet est au centre de la surface d'intrados, pour les voûtes sphériques, et sur l'axe de rotation à différentes hauteurs, pour les voûtes sphéroïdes.

MÉTHODE GÉNÉRALE POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSOIRS DES VOUTES SPHÉRIQUES ET DES VOUTES SPHÉROÏDES ENTIÈRES, APPAREILLÉES PAR ASSISES HORIZONTALES.

371. Supposons que l'épure de la figure 280 soit indifféremment celle d'une voûte sphérique ou celle d'une voûte sphéroïde, et qu'il s'agisse de tracer un voussoir de la première assise : on commencera par distribuer les longueurs des voussoirs sur la projection horizontale I³x'I²... de l'arrête supérieure de la douëlle de la première assise, en ayant soin que les vous-

soirs de cette première assise soient en liaison avec les pierres de la dernière assise du mur cylindrique circulaire droit sur lequel la voûte est établie, et que les joints par tête des voussoirs tendent au centre O de l'intrados, d'où résulteront les panneaux de projection horizontale des voussoirs de cette première assise. Supposons que la figure $A'I^3x'y^2$ soit celui du voussoir que l'on veut tracer : au moyen de ce panneau $A'I^3x'y^2$ de projection horizontale, on commencera par équarrir ce voussoir comme s'il ne s'agissait que d'une pierre d'un mur cylindrique circulaire droit, en donnant à cette pierre une hauteur, entre les deux lits, égale à celle A^2A^3 de la première assise de la voûte, et on aura une pierre de la forme $fadgg'd'a'f'$ (fig. 281). Cela fait, on lèvera le panneau de tête A^2EMSA^3 (fig. 280), au moyen duquel on tracera les deux têtes $fbceg$, $f'b'c'e'g'$ (fig. 281) du voussoir, et ensuite, au moyen d'une cerce levée sur le grand cercle $Ay'C$ (fig. 280), on joindra les points b et b' sur le lit de pose de la pierre (fig. 281), par un arc de cercle bb' qui sera l'arrête inférieure de la douëlle. On tracera l'arrête supérieure cc' , de la même douëlle, au moyen d'une règle un peu large et très-flexible, dont on fera coïncider le plat avec la surface cylindrique $add'a'$, en ayant soin que cette règle passe par les points c et c' , donnés par le panneau de tête, et on tracera, le long de la règle, l'arc cc' , qui sera l'arrête supérieure de la douëlle du voussoir ; puis, on taillera la douëlle $bcc'b'$, en la faisant passer par les lignes bb' , $b'c'$, $c'e'$, et cb . Pour creuser le milieu de cette douëlle, on se servira d'une cerce levée sur l'arc EM (fig. 280), que l'on fera glisser uniformément sur les arrêtes bb' , cc' de la douëlle du voussoir (fig. 281), en ayant soin, dans le cas d'une voûte sphéroïde, de marquer sur cette cerce les points E et M , et de faire en sorte que le point E glisse toujours sur l'arrête bb' (fig. 281), et jamais sur l'arrête cc' , par la raison que la génératrice EMG (fig. 280) change de courbure à chaque instant, quand elle n'est pas un quart de cercle. Cette douëlle étant faite, il ne restera plus que la coupe, qu'on achevera de tracer, en joignant les points e et e' (fig. 281), des extrémités de cette coupe données par le panneau de tête, par un arc de cercle ee' , qu'on tracera sur le lit de dessus du voussoir, au moyen d'une cerce levée sur la projection horizontale $S'S^2$ (fig. 280) de l'arrête de l'extrémité de cette coupe. Ensuite, on taillera cette coupe suivant les arcs de cercle cc' , ee' et les droites ce , $c'e'$, de manière qu'en faisant glisser uniformément une règle sur les arcs cc' , ee' , cette règle coïncide toujours avec la surface conique qui formera la coupe en question.

Pour les voussoirs de la seconde assise, on se comportera parfaitement de la même manière que pour ceux de la première. Ainsi, par exemple, si l'on vou-

lait tracer le voussoir dont le panneau de projection horizontale est $m^2n^2p^2q^2$ (fig. 280), au moyen de ce panneau, on équarrirait une pierre comme s'il s'agissait d'un mur cylindrique droit, à la plus grande hauteur $M'T^3$ de l'assise en question, laquelle pierre aurait la forme $hikl/k'i'h'$ (fig. 282). Cela fait, on leverait le panneau de tête $A^3SMLTA^5A^4$ (fig. 280), au moyen duquel on tracerait les têtes $fgabcde$, $f'g'a'b'c'd'e'$ (fig. 282) du voussoir, et l'on joindrait les sommets $e, e'; f, f'; b, b'$ au moyen d'une règle flexible, et les sommets $g, g'; a, a'; c, c'; d, d'$ au moyen de cerces levées sur les projections horizontales $S'S^2, I^3I^2, K^3K^2, T'T^2$, etc., des arrêtes auxquelles ces sommets respectifs correspondent, comme il a été dit pour les voussoirs de la première assise, et on prendrait les mêmes précautions que nous avons indiquées.

Si l'on voulait tracer un voussoir de la troisième assise, de celui dont le panneau de projection horizontale est la figure G^3nT^2T' (fig. 280), on équarrirait de même une pierre au moyen de ce panneau de projections horizontale G^3nT^2T' , comme s'il s'agissait d'une pierre d'un mur cylindrique droit, en lui donnant la plus grande hauteur LU^4 de l'assise de voussoirs en question, et on aurait la forme $abcdmlqp$ (fig. 283). Cela fait, on leverait, comme à l'ordinaire, le panneau de tête $TLUU'$ de l'assise dont il s'agirait, au moyen duquel on tracerait les têtes $nehi, ofgk$ (fig. 283) du voussoir que l'on voudrait faire, et il ne resterait plus qu'à joindre les sommets correspondans de ces deux têtes, par une règle flexible, et par des cerces convenablement levées sur la projection horizontale de la voûte. Pour bien appliquer le panneau de tête sur les joints du voussoir, on fera bien de faire les distances ae, bf (fig. 283), égales à la distance L^2U (fig. 280), et les distances ah, bg (fig. 283), égales à la distance L^2L (fig. 280).

Pour bien faire l'extrados de ce voussoir (fig. 283), on levera une cerce creuse TU' (fig. 280) sur la courbe A^5V d'extrados, que l'on fera glisser uniformément sur les arrêtes no, ik , (fig. 283), en ayant soin que le point T (fig. 280), de cette cerce, glisse toujours sur l'arrête ik (fig. 283), à cause du changement de courbure des différens points de la courbe A^5V (fig. 280), pour le cas d'une voûte sphéroïde.

Je m'en rapporte à l'intelligence du lecteur pour ne tailler que ce qui est absolument nécessaire, lorsqu'il fera préparer les voussoirs des voûtes sphériques ou sphéroïdes, au lieu de faire complètement ces pierres comme s'il s'agissait de celles d'un mur cylindrique, ce que l'économie commande, surtout lorsqu'on fait la voûte en pierre dure.

MÉTHODE PARTICULIÈRE POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSSOIRS DES VOUTES SPHÉRIQUES.

372. Comme dans la pratique on n'extradosse presque jamais les voûtes sphériques, et que les voussoirs sont, pour ainsi dire, indépendans des pierres du mur sur lequel la voûte est établie, on peut abrégér le temps et économiser la pierre, en faisant usage de la méthode suivante pour tracer et tailler les voussoirs, méthode fort ingénieuse, et qu'on trouve dans le traité de coupe des pierres de J. B. de la Rüe. Voici en quoi elle consiste :

Après avoir choisi une pierre *abcdefg* (fig. 284) d'une étendue convenable, on dégauchit grossièrement le parement *abcd* de cette pierre; par son milieu comme centre, et d'un rayon arbitraire, on décrit la plus grande circonférence de cercle possible sur ce parement, et ensuite, on creuse une espèce de calotte sphérique, dont la base est la circonférence *mnp* dont nous venons de parler. Pour creuser convenablement cette espèce de calotte, on se sert d'une cerce levée sur le grand cercle de la surface d'intrados de la voûte, que l'on fait pirouetter dans la calotte, de manière qu'elle glisse toujours sur la circonférence de cercle *mnp*, et qu'elle coïncide bien avec la surface de cette calotte. Cela fait, on trace dans cette surface, la forme *hikl* de la douëlle du voussoir qu'on veut tracer, de la manière suivante :

Supposons qu'il s'agisse de tracer le voussoir de la seconde assise dont la projection horizontale de la douëlle est la figure *oprq* (fig. 280). On commencera par chercher la véritable longueur (n°. 171) de la diagonale dont la droite *pq* est la projection horizontale, en prenant cette droite *pq*, et la portant de *N* en *l*, et en joignant ensuite les points *P* et *l* par la droite *Pl* qui sera la longueur demandée. Puis, on levera une cerce sur la projection horizontale *II*² de l'arrête inférieure de la douëlle à tracer; on coupera cette cerce en biseau, de manière qu'elle ait, en quelque sorte, la forme d'une lame de couteau ceintrée. On portera cette cerce dans la surface de la calotte creusée dans la pierre (fig. 284), de manière que le tranchant de la cerce coïncide avec la surface de la calotte, au moyen de laquelle on tracera l'arc de cercle *hi*. On fera cet arc de cercle *hi* égal à *pr* (fig. 280); puis on prendra un rayon égal à la droite *Pl* (fig. 280), et par les points *h* et *i*, comme centres (fig. 284), on décrira des arcs de cercle en *k* et en *l*; avec un rayon égal à la largeur *IK* (fig. 280) de la douëlle à tracer, et par les points *h* et *i*, comme centres (fig. 284), on décrira des arcs de cercle en *l* et *k* qui couperont les premiers aux points *l* et *k*. On levera une cerce sur la

projection horizontale $K'K^2$ (fig. 280) de l'arrête supérieure de la douëlle à tracer, que l'on coupera en biseau comme nous l'avons déjà dit pour la cerce de l'arrête inférieure de la même douëlle, et en abandonnant cette cerce dans la surface de la calotte creusée dans la pierre (fig. 284), on tracera, par son moyen, l'arc lk ; on joindra ensuite les points h et l , i et k , en appliquant, de champ, la cerce du grand cercle de la surface sphérique, dans la surface de la calotte creusée dans la pierre, de manière que le plan de cette cerce tende vers le centre de la voûte, et on aura le quadrilatère sphérique $hikl$, qui sera la forme de la douëlle en question. On fera enfin les coupes qui passent par les arrêtes hi , lk de la douëlle, et les joints qui passent par les arrêtes hl , ik , au moyen d'un même biveau $a'Fe'd'c'b'$ (fig. 280) levé, comme on voit, de manière que la branche Fe' , qui est en ligne droite, tende au centre du grand cercle de la voûte, et que l'autre branche Fa' soit une cerce coïncidante avec ce grand cercle. On aura soin, en appliquant ce biveau sur la pierre, de diriger la branche en ligne droite, de manière qu'elle tende vers le centre de la voûte, et la branche ceintrée, de manière qu'elle soit normale aux arrêtes de la douëlle, et qu'elle coïncide bien avec cette douëlle.

AUTRE MÉTHODE PARTICULIÈRE POUR TRACER ET TAILLER LES VOUSOIRS DES VOUTES SPHÉRIQUES.

373. Quand le rayon d'une voûte sphérique est considérable, les douëlles de cette voûte ont assez peu de courbure pour que, sans erreur sensible dans la pratique, on puisse les regarder comme planes, et alors, on peut tracer les voussoirs par la méthode du père Derand, c'est-à-dire, par panneaux de douëlle. Mais si le rayon de la voûte n'avait que trois ou quatre mètres (9 à 12 pieds), cette méthode ne serait plus assez exacte. Voici comment il faut concevoir ces panneaux de douëlles. Si le rayon de la voûte est considérable, les arcs FI , IK , KG' , etc. (fig. 280), que comprennent, sur le grand cercle de la voûte, les largeurs des douëlles, différeront peu des cordes qui soutendent ces mêmes arcs, et alors on pourra regarder la douëlle de chaque assise de la voûte comme la surface d'un cône tronqué dont le sommet serait sur la verticale HG indéfinie qui passe par le centre et le sommet de la voûte, et les panneaux de douëlle ne seraient, en conséquence, que des portions des développemens des surfaces de ces troncs de cônes, qui sont des surfaces réglées, et par conséquent développables.

Pour avoir ces panneaux de douëlle, par le point où la corde FI prolongée rencontre la verticale HG aussi prolongée, on décrira les arcs de cercle

Fh, Ii, indéfiniment; on fera l'arc Ii égal à la longueur qu'on voudra donner au voussoir, et par le point g et le point i on mènera la droite ih, et la figure FhiI sera le panneau des douëlles de la première assise. Pour avoir le panneau des douëlles de la seconde assise, on prolongera la corde IK jusqu'à sa rencontre en d, avec la verticale HG, et par le point d, comme centre, on décrira les arcs de cercle Ie, Kf indéfiniment; on fera l'arc Kf égal à la longueur que l'on voudra donner au voussoir, et par les points d et f on mènera la droite fe, et la figure IefK sera le panneau des douëlles de la seconde assise. En suivant cette marche, on aura les panneaux des douëlles de toutes les assises de la voûte.

L'usage de ces panneaux est très-facile : on creuse une calotte sphérique dans le parement d'une pierre, comme nous l'avons dit au numéro précédent; on applique dans cette calotte le panneau de douëlle de l'assise qu'on veut faire, au moyen duquel on trace la forme hikl (fig. 284) de la douëlle du voussoir qu'on veut tailler, et ensuite on fait les coupes et les joints au moyen du biveau a'Fe'd'c'b' (fig. 280), comme il a été dit plus haut.

CHAPITRE XV.

Des Voûtes en niche.

374. Les voûtes en niche ne sont autres que des demi-voûtes sphériques ou sphéroïdes. Ces sortes de voûtes peuvent se trouver dans deux circonstances principales : c'est-à-dire, 1°. qu'elles peuvent être situées aux extrémités d'un berceau qui aurait le même ceintre principal, et qui s'accorderait avec la voûte en niche de manière à ne former, ensemble, qu'une seule voûte; 2°. qu'elles peuvent être pratiquées dans un mur quelconque pour former une niche ordinaire, plus ou moins grande. Dans la première circonstance, la voûte en niche prend le nom de *cul-de-four*, et dans la seconde elle prend seulement celui de *niche*.

Nous distinguerons trois espèces de culs-de-four, et trois espèces de niches; 1°. les culs-de-four et les niches sphériques; 2°. les culs-de-four et les niches sphéroïdes; et 3°. les culs-de-four et les niches ellipsoïdes.

Les culs-de-four doivent toujours être appareillés par assises horizontales