

## CHAPITRE XII.

*Des Voûtes en arc de cloître.*

353. Si l'on donne deux surfaces cylindriques, de forme et de position, on aura toujours le moyen d'obtenir les projections de leur intersection; mais la forme de ces projections dépendra de celle des surfaces qui s'intercepteront, et de la position de ces mêmes surfaces, l'une par rapport à l'autre. Réciproquement, si l'on donne la position respective des axes de deux surfaces cylindriques, la forme de l'une d'elles et la nature des projections de leur intersection, on pourra toujours déterminer la forme de la seconde surface cylindrique. Ainsi, quand la forme et la position de deux surfaces cylindriques sont déterminées, la nature de leur intersection l'est nécessairement aussi; et quand la nature de l'intersection de deux surfaces cylindriques est donnée, ainsi que la position des axes de ces mêmes surfaces, et la forme de l'une d'elles, la forme de l'autre est une suite nécessaire des premières conditions, et on ne peut plus, en conséquence, la donner arbitrairement.

354. Supposons, maintenant, que le rectangle quelconque ABCD (fig. 263) soit la trace horizontale des faces intérieures des murs d'une salle; que le rectangle parallèle EFGH soit celle des faces extérieures des mêmes murs. Cela posé, imaginons deux berceaux tels que le premier soit établi sur les murs AB et DC, et le second sur les murs AD et BC: si ces deux berceaux s'interceptent de manière que la projection horizontale de leur intersection soit les diagonales AC, DB du rectangle ABCD, et que les naisances soient sur le même plan horizontal, la voûte qui résultera de la rencontre de ces deux berceaux sera ce qu'on appelle une *voûte en arc de cloître*.

Si les diamètres de ces berceaux sont égaux, les ceintres principaux des berceaux le seront aussi; mais si ces diamètres sont inégaux, ces ceintres principaux le seront pareillement. Un seul de ces ceintres principaux peut être donné arbitrairement: l'autre dépend du premier et de la condition que la projection horizontale de l'intersection des deux berceaux doit être les diagonales du rectangle sur lequel la voûte est établie.

Une voûte en arc de cloître peut être établie sur des murs dont la trace

horizontale des faces intérieures formerait un polygone d'un nombre quelconque de côtés, régulier ou irrégulier.

Quel que soit le polygone formé par la trace horizontale des faces intérieures des murs sur lesquels on élève une voûte en arc de cloître, les projections horizontales des arrêtes des douëlles des assises de cette voûte doivent former des polygones semblables, situés les uns dans les autres, et ayant les côtés parallèles, tout comme dans les voûtes plates, ce qui est tout-à-fait indispensable.

PREMIER EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

355. Supposons (fig. 263) que le rectangle ABCD soit la trace horizontale des faces intérieures des murs sur lesquels on veut construire une voûte en arc de cloître; et que la courbe régulière quelconque KLM soit le ceintre principal du berceau établi sur les murs opposés AB, DC. Cela posé, pour tracer l'épure de cette voûte, après avoir divisé le ceintre principal KLM en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs, et après avoir mené les diagonales AC, DB du rectangle ABCD, on abaissera les projections horizontales des arrêtes des douëlles du berceau dont le ceintre principal est KLM, lesquelles projections seront comprises dans les angles opposés au sommet DIC, AIB formés par les diagonales AC, DB; on joindra les points où ces mêmes projections horizontales rencontreront les diagonales AC, DB par des droites qui seront parallèles aux droites AD, BC, et que l'on prolongera indéfiniment au-delà de la droite DC. Les parties de ces dernières droites, comprises dans les angles opposés au sommet AID, BIC, seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles du second berceau. Cela fait, on menera une ligne de terre S'U' parallèle à la droite DC, et au-dessus de cette ligne de terre, on fera les ordonnées ab, cd, ef, tT, ..., respectivement égales aux ordonnées a'b', c'd', e'f', t'L, ..., du ceintre KLM, et par les points S, b, d, f, T, ..., U, on fera passer une courbe SbdT...U, qui sera le ceintre principal du second berceau. Si le premier ceintre KLM est une demi-circonférence de cercle, le second STU sera une demi-ellipse.

Ensuite, par les points b, d, f, etc., qui sont les projections verticales des arrêtes des douëlles du second berceau, on menera des normales à la courbe STU, quelle que soit cette courbe, pour avoir les coupes de ce second berceau, et l'épure sera terminée pour la pratique.

Si maintenant on veut avoir égard à l'extrados, on déterminera celle QPO du premier berceau, et ensuite on aura celle ZYX du second, en prolongeant les ordonnées a'b', c'd', e'f', t'L, etc., du premier berceau, jusqu'à

leurs rencontres en  $b^3$ ,  $d^3$ ,  $f^3$ ,  $P$ , etc., avec la courbe d'extrados  $QPO$ ; et, de même, en prolongeant les ordonnées  $ab$ ,  $cd$ ;  $ef$ ,  $tT$ , etc., du second berceau; puis on fera les ordonnées  $ab^2$ ,  $cd^2$ ,  $ef^2$ ,  $tY$ , etc., respectivement égales aux ordonnées  $a'b^3$ ,  $c'd^3$ ,  $e'f^3$ ,  $t'P$ , etc.; et, au moyen des diagonales  $AC$ ,  $DB$ , on transportera le point  $O$  en  $Z$  et en  $X$ , de manière que les hauteurs  $SZ$  et  $UZ$  soient égales à  $MO$ ; et, par les points  $Z$ ,  $b^2$ ,  $d^2$ ,  $f^2$ ,  $Y$ ,.....,  $X$ , on dessinera une courbe qui sera l'extrados du second berceau.

Si l'on veut avoir les projections horizontales des arrêtes des extrémités des coupes, on observera que celles de ces arrêtes qui sont correspondantes dans les deux berceaux ne sont pas situées dans le même plan horizontal, comme le sont celles des douëlles, de sorte que les projections horizontales de ces arrêtes d'extrémités des coupes ne s'intercepteront plus sur les diagonales  $AC$ ,  $DB$ , à moins que les deux berceaux ne soient parfaitement égaux.

Pour avoir ces projections horizontales, supposons qu'il s'agisse des coupes correspondantes  $dd^4$ , et  $d'b^5$ . On fera de manière que la hauteur  $mb^4$  soit égale à  $m'b^5$ , et par les points  $b^4$  et  $b^5$ , on abaissera respectivement les perpendiculaires  $b^4g'$ ,  $b^5g'$  aux lignes de terre  $S'U'$ ,  $K'M'$ , lesquelles se rencontreront en un point  $g'$  qui sera la projection horizontale d'un point de l'intersection des deux plans de coupe en question; mais le point  $i$  étant la projection horizontale du point où les arrêtes correspondantes des douëlles se rencontrent, est aussi un point de la même projection; donc, la droite  $ig'$  sera la projection horizontale de l'intersection des plans de coupe dont il s'agit. Mais la coupe  $dd^4$  s'élevant au-dessus de la coupe  $d'b^5$ , doit nécessairement intercepter l'extrados  $QPO$ . Pour avoir la projection horizontale  $gg'$  de cette intersection, on fera en sorte que la hauteur  $ub^6$  soit égale à  $vd^4$ ; et par le point  $b^6$  on abaissera une perpendiculaire  $b^6g$ , à la ligne de terre  $K'M'$ , laquelle ira rencontrer la diagonale  $DB$ , et la projection  $gl$  de l'arrête dont la projection verticale est le point  $d^4$ , en un point  $g$ , par lequel et le point  $g'$  on menera la courbe  $gg'$  qui sera la projection demandée. Pour avoir des points intermédiaires de la courbe  $gg'$ , on prendra des points entre les points  $b^4$  et  $d^4$  de la coupe  $dd^4$ , sur lesquels on opérera comme sur le point  $d^4$ . On obtiendra les trois autres courbes semblables  $lp$ ,  $oq$  et  $rs$ , par le même moyen, ce qui complètera la projection horizontale des extrémités des coupes qui nous occupent. En raisonnant de la même manière sur les autres coupes, on aura les projections horizontales de leurs extrémités.

Pour ne rien laisser à désirer sur notre épure, donnons encore la courbe

DI'B d'intersection des surfaces cylindriques d'intrados des berceaux qui, par leur rencontre, donnent lieu à la voûte en arc de cloître. Pour avoir cette courbe, on élèvera des perpendiculaires à la diagonale DB par tous les points où les projections horizontales des arrêtes des douëlles rencontrent cette diagonale; on fera respectivement ces perpendiculaires égales aux ordonnées a'b', c'd', e'f', t'L, etc., du ceintre KLM, et on fera passer une courbe par leurs extrémités, qui sera la courbe DI'B demandée.

On tracera les pierres par équarrissement en se servant, comme à l'ordinaire, d'un panneau de projection horizontale, et des panneaux de tête qu'on levera sur les ceintres principaux de la voûte. Il faudra observer que les voussoirs d'intersection aient deux branches, comme on le voit dans la figure 264, qui représente un de ces voussoirs pour la première assise; d'ailleurs on observera que les voussoirs d'une assise fassent de bonnes liaisons avec les assises adjacentes. Je n'explique pas en détail la manière de tracer et de tailler ces voussoirs, parce qu'il me semble que le lecteur ne saurait rencontrer de difficulté sur ce sujet.

#### SECOND EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

356. Si les côtés contigus AB, AD (fig. 263) du rectangle ABCD différaient beaucoup entre eux, les largeurs des douëlles Sb, bd, etc., prises sur le ceintre principal STU, seraient trop grandes relativement à celles prises sur l'autre ceintre KLM, et, de plus, le ceintre STU déduit de l'autre KLM, serait trop surbaissé, ce qui produirait un mauvais effet. Pour parer à ces deux inconvéniens (fig. 265), on divisera la largeur DC de la salle, en deux parties égales par une droite A'D', qu'on prolongera indéfiniment vers M. On fera D'I et A'K égales à D'D, moitié de DC, ou égales à A'A qui est égal à D'D; par les points I et K et les sommets D et C, A et B du rectangle ABCD on menera les droites DI, IC, AK et KB, lesquelles seront les projections horizontales des intersections des demi-berceaux élevés sur les droites DC, AB, avec un berceau établi sur les murs AD et BC. On remarquera que le berceau élevé sur les droites AD, BC; se prolongera uniformément, comme un simple berceau, entre les points I et K, de sorte que la clef abcd sera très-allongée. On remarquera aussi que le ceintre principal des pans de voûtes dont les projections horizontales sont comprises dans les triangles DIC, AKB, est le même que celui LMN du berceau établi sur les murs AD, BC. D'ailleurs la figure 265 explique assez, d'après ce qui précède sur les voûtes en arc de cloître, comment on doit tracer l'épure de cet exemple.

## TROISIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

357. Si l'on trouvait (fig. 265) que cette forme de voûte en arc de cloître fût trop nue, on pourrait y former des espèces de compartimens au moyen d'arcs-doubleaux, dont les traces horizontales seraient QRST, UVXY, et dont les projections horizontales seraient comprises entre les droites SZ', RI, et XK, VZ, de manière que les parties en arcs de cloître se trouveraient pour ainsi dire encadrées et séparées de la partie du milieu qui n'est qu'un berceau ordinaire. Le ceintre principal de ces arcs doubleaux serait la courbe OP, équidistante au ceintre principal LMN.

Ce que nous disons là, explique tacitement ce que nous entendons par *arc-doubleau*; on voit en effet qu'un arc-doubleau n'est autre chose qu'une voûte en berceau, qui forme une espèce de bandeau en saillie sur la surface de la voûte principale. Le ceintre principal d'un arc-doubleau doit toujours être parallèle au ceintre principal de la voûte principale dont il fait partie.

## QUATRIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

358. Si l'on avait une grande et belle salle voûtée en arc de cloître, et qu'on voulût mettre un tableau de peinture au sommet de la voûte, ou recevoir le jour par en haut, on diviserait les diagonales AC, BD du rectangle ABCD (fig. 266), qui est la trace horizontale des faces intérieures des murs, en trois parties égales aux points a etc, d et b; par ces points a, b, c, et d, on menerait les droites ab, bc, cd et da, et le rectangle abcd serait ou la forme et la grandeur du tableau, ou celles du vide par lequel on tirerait le jour. Si l'on voulait encadrer ce rectangle, on prendrait l'épaisseur du cadre dans ce rectangle abcd lui-même, pour que les sommets extérieurs a, b, c et d du cadre se trouvassent sur les diagonales AC, DB, qui sont, comme nous l'avons dit plus haut, les projections horizontales des intersections des berceaux.

Voici, maintenant, comment il faut entendre ces berceaux: d'abord, si l'on veut mettre un tableau de peinture dans le rectangle abcd, l'intérieur de ce rectangle sera en voûte plate, et les autres parties de la voûte dont les projections horizontales sont les trapèzes DdcC, CcbB, Bb aA et AadD, seront formées par des demi-berceaux qui se rencontreront de manière à former une voûte en arc de cloître. Pour avoir le ceintre principal de chaque demi-berceau dont les projections horizontales sont

les trapèzes  $DdcC$ ,  $AabB$ , on prendra une ligne de terre  $HE$  parallèle à  $AD$ , et on prolongera les droites  $CD$ ,  $cd$ ,  $ba$  et  $BA$  vers cette ligne de terre, par les points  $I$  et  $K$ , comme centres, et avec les rayons égaux  $IH$ ,  $KE$ ; on décrira les quarts de cercles  $HG$ ,  $EF$ , qui seront les ceintres demandés. On joindra les points  $G$  et  $F$  par la droite  $GF$ , qui sera la projection verticale de l'intrados de la partie plane dont la projection horizontale est le rectangle  $abcd$ ; puis on fera un extradados comme on le voit indiqué dans l'épure, et on aura une section faite, dans le milieu de la voûte, par un plan vertical perpendiculaire à la trace  $AB$ . On déterminera les ceintres  $LM$ ,  $QP$  au moyen du ceintre  $EF$ , comme nous avons trouvé le ceintre  $STU$  au moyen du ceintre  $KLM$  (fig. 263). On menera ensuite l'horizontale  $MP$ , qui sera la seconde projection verticale de la voûte plate du milieu. Cela fait, on divisera le contour  $HGFE$  en autant de parties égales qu'on voudra avoir d'assises de voussoirs, et on achevera l'épure comme pour une voûte en arc de cloître ordinaire.

Si l'on voulait laisser vide le rectangle  $abcd$ , on construirait la dernière assise  $efghabcd$ , en forme de plates-bandes, pour contenir les voussoirs de cette dernière assise, qui pourrait être dérangée sans cette précaution, précaution qui n'est pourtant pas indispensable. Les sommiers des quatre plates-bandes qui formeront cette dernière assise, seront placés aux angles d'intersection  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ , et auront deux branches comme les autres voussoirs d'intersection de la voûte, pour que les coupes de ces sommiers ne s'engagent pas l'une dans l'autre, et qu'il reste, au contraire, un certain évidemment vers leurs extrémités sur l'extrados de la voûte.

## CINQUIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

359. Supposons (fig. 267) que le quadrilatère quelconque  $ABCD$  soit la trace horizontale des faces intérieures des murs d'une salle irrégulière, et qu'on veuille faire une voûte en arc de cloître dans cette salle.

Pour parvenir à faire la voûte la moins irrégulière possible, on divisera les quatre côtés du quadrilatère  $ABCD$ , chacun en deux parties égales aux points  $E$ ,  $G$ ,  $F$  et  $H$ ; on joindra les milieux des côtés opposés par les droites  $EF$ ,  $GH$ , qui se couperont en un point  $I$ , par lequel on menera les droites  $IA$ ,  $IB$ ,  $IC$  et  $ID$  aux sommets du quadrilatère, lesquelles seront les projections horizontales des intersections des pans de berceaux qui doivent former la voûte en question; ces pans de berceaux auront pour projections horizontales 1°. celui qui prendra naissance sur la droite

AB, le triangle AIB; 2°. celui qui prendra naissance sur la droite BC, le triangle BIC; 3°. celui qui prendra naissance sur la droite CD, le triangle CID, et 4°. celui qui prendra naissance sur la droite AD, le triangle AID. Maintenant pour avoir les ceintres principaux de ces pans de berceaux, par le point I on abaissera les perpendiculaires IK, IL, IM et IN respectivement sur les quatre côtés du quadrilatère ABCD; on choisira la plus courte de ces perpendiculaires, celle IK, par exemple, sur laquelle, comme rayon, et du point I comme centre, on décrira le quart de cercle KO, que l'on divisera en autant de parties égales que l'on voudra avoir de voussoirs dans ce demi-berceau, en observant une demi-largeur de douëlle SO vers le sommet O, qui sera la demi-clef. Ensuite, par les points de division de l'arc KO, on abaissera des perpendiculaires à la droite KI, ou, ce qui est la même chose, des parallèles à la droite BC, que l'on terminera de part et d'autre aux droites BI, CI, et ces parallèles à BC seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles du demi-berceau, dont le triangle BIC est la projection horizontale; par les points où les parallèles à BC, dont nous venons de parler, rencontrent les droites BI, CI, on menera des parallèles aux droites BA, CD, et par les points où ces nouvelles droites vont rencontrer respectivement les droites AI, DI, on menera de nouvelles droites qui seront parallèles à AD, et on aura les projections horizontales des arrêtes des douëlles des assises de la voûte en question. On obtiendra les ceintres principaux NR, MQ et LP des trois derniers pans de berceaux, au moyen du quart de cercle KO, comme nous avons obtenu le ceintre STU d'après le ceintre KLM (fig. 263). Si l'on voulait avoir les courbes d'intersections des berceaux, on les obtiendrait de la manière que nous avons expliquée sur la figure 263. On observera qu'ici les quatre courbes d'intersection sont différentes de forme.

En se servant des panneaux de projection horizontale et de tête, on ne rencontrera aucune difficulté pour tracer et tailler les voussoirs de cette espèce de voûte en arc de cloître.

S'il s'agissait de faire une voûte en arc de cloître sur un polygone irrégulier d'un nombre quelconque de côtés, on choisirait le point I le plus possible au milieu du polygone, et ensuite, on opérerait comme dans l'exemple que nous venons d'expliquer.

#### SIXIÈME EXEMPLE DE VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

360. Supposons (fig. 268) que le carré ABCD soit la trace horizontale des faces intérieures des murs d'une salle carrée, et qu'on se propose de

faire une voûte en arc de cloître, en observant, au milieu, une partie en voûte plate, dont la forme soit celle de l'octogone régulier  $abcdefgh$ .

Après avoir mené une ligne de terre  $EH$  parallèle à  $AD$ , on prolongera les droites  $BA$ ,  $fg$ ,  $cb$ , et  $CD$  indéfiniment vers cette ligne de terre  $EH$ ; par les points  $K$  et  $I$  comme centres, et avec les rayons égaux  $KH$ ,  $IE$ , on décrira les quarts de cercle  $HG$ ,  $EF$ , et on menera la droite  $GF$  qui sera la projection verticale de la partie plane de la voûte proposée. On fera ensuite un extradós comme à l'ordinaire, et d'abord on obtiendra les projections horizontales des arrêtes des douëlles des voussoirs, comme s'il ne s'agissait que d'une voûte en arc de cloître ordinaire; puis, par les sommets  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ , du carré  $ABCD$ , et par ceux  $h$ ,  $g$ ,  $f$ ,  $e$ ,  $d$ ,  $c$ ,  $b$  et  $a$  de l'octogone  $abcdefgh$ , on menera les droites  $Ah$ ,  $Ag$ ;  $Bf$ ,  $Be$ ;  $Cd$ ,  $Cc$ ;  $Db$ ,  $Da$ , lesquelles seront les projections horizontales des intersections avec la voûte primitive, d'une suite de plans verticaux élevés sur ces mêmes droites. Si maintenant on conçoit cette suite d'intersections dans la voûte primitive, et qu'on les prenne deux à deux pour directrices de surfaces cylindriques engendrées par des droites horizontales, on aura des espèces de pans coupés cylindriques aux quatre angles de la voûte primitive, qui prendront naissance aux sommets  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  du carré  $ABCD$ , et qui se termineront aux côtés  $hg$ ,  $fe$ ,  $dc$  et  $ab$  de l'octogone  $abcdefgh$ . Si, maintenant, par les points où les projections horizontales des arrêtes des douëlles de la voûte primitive rencontrent les droites  $Ah$ ,  $Ag$ ,  $Bf$ ,  $Be$ , etc., on mène des droites, ces dernières droites seront les projections horizontales des arrêtes des douëlles situées dans les pans coupés, et l'épure sera terminée, à l'exception de la partie de cette épure qui est relative à la partie plane du milieu, que l'on achevera comme il a été dit pour la voûte plate (fig. 245), au n°. 348. Quant au ceintre principal  $Db'e'B$  des pans coupés, on l'obtiendra comme il a été dit plus haut pour les autres exemples de voûtes du même genre, au moyen du ceintre  $HGFE$ , en prenant la diagonale  $DB$  pour axe de la courbe.

On observera que les courbes  $HRQ$ ,  $ENP$  sont les projections verticales des intersections dont les droites  $Ah$  et  $Da$  sont les projections horizontales.

L'inspection de la figure 269, qui représente un voussoir de la première assise à l'endroit d'un pan coupé, me paraît suffisante pour faire concevoir la forme de ces voussoirs, et la manière de les tracer par équarissement.