333/2006

Raport Badawczy

Research Report

RB/43/2006

Metody oceny i doboru kadry dydaktycznej

M.Bereziński, M.Inkielman,
D.Wagner

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2006

333/2006

Raport Badawczy

Research Report

RB/43/2006

Metody oceny i doboru kadry dydaktycznej

M.Bereziński, M.Inkielman,
D.Wagner

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2006

METODY OCENY I DOBORU KADRY DYDAKTYCZNEJ

Mirosław Bereziński*, Michał Inkielman, Dariusz Wagner*****
*e-mail: Miroslaw.Bereziński@ibspan.waw.pl
** e-mail: Michal.Inkielman@ibspan.waw.pl
***e-mail: Dariusz.Wagner@ibspan.waw.pl

Streszczenie

Ważnym **elementem funkcjonowania i stymulatorem rozwoju systemów edukacyjnych** we wszystkich krajach **jest ocenianie zawodowych kompetencji nauczycieli**. Najczęściej **robią to specjalnie do tego powołane zespoły**, które – po zapoznaniu się z dokumentacją przebiegu i wyników pracy nauczyciela – wyrażają opinię o jego kompetencjach. **Techniką uzyskiwania oceny zbiorowej jest z reguły głosowanie. Ten tryb oceny jest ostro krytykowany przez środowiska nauczycielskie na cały świecie**. Chociaż zwraca się uwagę na jego niewłaściwości i potrzebę obiektywizacji, to jednak **wciąż nie ma koncepcji, w jakim kierunku powinny pójść jego zmiany.**

W pracy szeroko **przedyskutowano wady i zalety dotychczasowych metod oceniania kompetencji zawodowych nauczycieli**. Na tym tle **zaproponowano nową w stosunku do istniejących koncepcję procedury oceniania. Jej istotą jest potraktowanie procesu oceny nauczycieli jako wielokryterialnego procesu decyzyjnego, z którym są związane ryzyko i nieokreśloność.** Przeprowadzono krytyczną dyskusję czynników, które w różnych systemach edukacyjnych są przyjmowane jako cechy dobrego nauczyciela. **Stwierdzono, że czynnikiem wiodącym nie powinna być formalna zgodność dorobku nauczyciela z obowiązującymi przepisami, lecz realne wyniki jego pracy, mierzone przede wszystkim jakością tych absolwentów szkoły**, którzy wyszli spod jego ręki.

Zwrócono uwagę, że stopień wiarygodności oceny zależy w dużej mierze od kompetencji członków zespołu oceniającego i w związku z tym **zaproponowano iteracyjną metodę oceny kompetencji kandydatów do takich zespołów. Przeprowadzono analizę podstawowych metod podejmowania decyzji wieloosobowych pod kątem ich wykorzystania do oceny nauczycieli.** Szczególny **akcent położono na metody oparte na zasadzie porównywania parami, w tym na metodę maksymalnej wartości własnej**. W nawiązaniu do wyników uzyskanych przez autorów w poprzednich latach, stwierdzających istnienie **jednoznacznego związku między relacją porównywania parami a prawdopodobieństwem subiektywnym**, oba te wątki przeplatają się ze sobą. Wszystkie rozważania teoretyczne są wzbogacone przykładami wykorzystania poszczególnych metod do oceny nauczycieli, ilustrującymi równocześnie mechanizm korzystania z tych metod w sferze edukacji.

Ważnym wynikiem pracy jest zwrócenie uwagi, że ze względu na systemową unikatowość każdej placówki edukacyjnej, nie można stworzyć uniwersalnego systemu oceniania. Każda placówka musi mieć własny system, hierarchicznie skoordynowany z systemami innych placówek i zgodny z obowiązującymi normami edukacyjnymi. System ten musi być trwałym i aktywnym elementem całościowego modelu placówki. Przedstawiono koncepcję takiego modelu opartą na analogii funkcjonowania szkoły do funkcjonowania układu fizycznego. Model może być wykorzystany do analizowania ścieżki rozwoju szkoły w kategoriach kapitału ekonomicznego i intelektualnego.

1. Wprowadzenie

Przełom wieków 20. i 21. wpisuje się w historię cywilizacji kolejną próbą ożywienia i urzeczywistnienia modelu społeczeństwa stawiającego w centrum wszystkich wartości osobę ludzką i wiążącego jej rozwój ze szczególną rolą międzyosobowych relacji społecznych. Zwraca się uwagę na charakterystyczną dla 20. wieku dehumanizację życia społecznego i gospodarczego, której głównym powodem było uznanie materializmu za wiodącą zasadę filozoficzną, społeczną, ekonomiczną i polityczną. Obecnie podkreśla się konieczność uznania każdej osoby ludzkiej – jako bytu samoistnego, indywidualnego i rozumnego, zdolnego do działania wolnego, świadomego i odpowiedzialnego – za wartość jedyną w swoim rodzaju i niepodważalną. Żąda się, żeby wszystkie systemy społeczne, gospodarcze i polityczne zaakceptowały fakt, że jedną z głównych właściwości osoby ludzkiej jest jej zdolność do poznania intelektualnego i żeby tworzyły warunki sprzyjające zdobywaniu wiedzy przez człowieka (zob., np., Weizsäcker 1988; Becker 1993; Edvison i Malone, 2001; Kukliński 1995, 2001; Mayor 2001; IPWC 2002). Wyrazem dążenia do uznania powszechności zdobywania wiedzy za czynnik motoryczny rozwoju indywidualnego i społecznego stały się programy budowy społeczeństw wiedzy, zwanych też społeczeństwami informacyjnymi. Chociaż w różnych krajach programy te przybrały różny kształt i są realizowane z różną intensywnością, to jednak mają wiele cech wspólnych. Jedną z nich jest dostosowywanie systemów edukacyjnych do wymogów powstającej cywilizacji informacyjnej .

Reformowanie systemów edukacyjnych jest stałym elementem ich rozwoju, ale prace w tym kierunku zostały wyraźnie zintensyfikowane na przełomie lat pięćdziesiątych i sześćdziesiątych 20. wieku. Charakterystyczną cechą badań teoretycznych i empirycznych nad edukacją, które wtedy prowadzono, było bezpośrednie przenoszenie matematyczno-ekonomicznych modeli systemów i procesów produkcji materialnej na grunt edukacji: kapitał intelektualny człowieka traktowano jako analogon kapitału materialnego. Szybko okazało się, że jest to błędna koncepcja i badania zostały zawieszone. Powrócono do nich dopiero na początku lat osiemdziesiątych 20. wieku, zwracając równocześnie uwagę na niematerialność kapitału intelektualnego. Ten kierunek myślenia stopniowo utrwalał się, ale faktycznie dopiero w ostatnich kilkunastu latach uznano kapitał intelek-

tualny za odrębną kategorię ekonomiczną. Gdy zrozumiano siłę tkwiącą w tym kapitale, zaczęto reformować systemy edukacyjne w taki sposób, by społeczeństwa postindustrialne jak najszybciej przekształciły się w społeczeństwa wiedzy. Te kraje, w których reformy edukacyjne zaczęły się najwcześniej (Stany Zjednoczone, Francja, Niemcy, Szwecja, Norwegia, Hiszpania, Portugalia, Belgia, Holandia i wiele innych) zdołały już zebrać dużo doświadczeń pozytywnych i negatywnych, które wykorzystują do korygowania kierunku biegu reformy i jej zakresu. Jednym z negatywnych doświadczeń jest stwierdzenie, że dokonane w pierwszej fazie reformy rozluźnienie zakresu i dyscypliny nauczania przedmiotów ścisłych, a zwłaszcza matematyki, doprowadziło już po kilkunastu latach do wyraźnego intelektualnego zubożenia społeczeństw, obniżenia ogólnego poziomu wykształcenia i groźnego kryzysu w tych dziedzinach nauki i techniki, które zawsze wymagały i wymagają znajomości matematyki oraz umiejętności jej stosowania. W niemal wszystkich wymienionych krajach doszło do niebezpiecznego rozdźwięku między szkolnictwem niższym i wyższym. Okazało się, że w odniesieniu do coraz większej liczby dyscyplin akademickich kandydaci na studia wykazują coraz głębsze braki merytoryczne – wskutek tego obniżył się też średni poziom absolwentów szkół wyższych. Stało się to sygnałem alarmowym dla rządów i władz oświatowych wielu krajów, aby podjęły trud ponownego krytycznego całościowego spojrzenia na narodowe systemy edukacyjne, wykryły przyczyny ich słabości i podjęły działania przywracające tym systemom potrzebną sprawność i efektywność. W niemal wszystkich wyżej wymienionych krajach zostały w ostatnich latach opracowane specjalne raporty o stanie oświaty i edukacji, a w ślad za nimi – dynamiczne programy naprawy tych dziedzin. Hasłem programowym jest poprawa jakości edukacji. Zwraca się przy tym uwagę na konieczność odejścia od utrwalonego przez tradycję wiązania pojęcia procesu edukacyjnego wyłącznie z czasem, w którym człowiek pobiera naukę w szkołach niższych, średnich i wyższych i spojrzenia na ten proces w kontekście całego życia ludzkiego. Kształcenie ustawiczne – to szeroko rozumiana edukacja trwająca przez całe życie.

Troska rządów i władz oświatowych o naprawę narodowych systemów edukacyjnych znalazła szybki i konstruktywny oddźwięk w kręgach naukowych poszczególnych krajów i na forum międzynarodowym. Wyrazem tego stało się niezwykłe ożywienie w ostatnich dwudziestu pięciu latach badań nad edukacją. Może o tym świadczyć choćby

tylko liczba prac poświęconych kwestiom poprawy jakości systemów edukacyjnych, opublikowanych w tym czasie w mających długą tradycję naukowych czasopismach edukacyjnych tej rangi, co *Educational and Psychological Measurement*[1] (1940), *Educational Research* (1958), *Research in Higher Education* (1959), *Higher Education* (1962), *Journal of Curriculum Studies* (1968), *Studies in Educational Evaluation* (1974), *Journal of Education for Teaching* (1974), *Educational Practice and Theory* (1978), *Journal of Marketing Education* (1978). O wadze jaką przywiązuje się do badań w zakresie kształtowania jakości edukacji świadczy też powołanie do życia w ostatnim ćwierćwieczunowych czasopism, takich jak *Teaching and Teacher Education* (1984), *Educational Research Journal* (1985), *Journal of Personnel Evaluation in Education* (1986), *International Journal of Educational Management* (1986), *Educational Psychology Measure* (1987), *Higher Education Policy* (1987), , *Journal of Higher Education* (1987), *Higher Education Management* (1988), *School Effectiveness and School Improvement* (1989), *Journal of Basic Education* (1990), *International Journal of Selection and Assessment* (1992), *Education Economics* (1992). Ogółem w piśmiennictwie światowym ukazuje się kilkadziesiąt czasopism z dziedziny edukacji. Ich tytuły jednoznacznie informują, w jakich kierunkach biegną badania nad reformowaniem systemów edukacyjnych: psychologia edukacji, pomiar dydaktyczny, poprawa efektywności edukacji, zarządzanie edukacją, polityka edukacyjna, metody oceny jakości placówek edukacyjnych, metody oceny jakości kadry dydaktycznej, metody oceny jakości procesu edukacyjnego itd. A przecież prace z dziedziny edukacji są publikowane również w innych czasopismach specjalistycznych i interdyscyplinarnych, zwłaszcza z zakresu zastosowań matematyki, psychologii, teorii systemów, cybernetyki i informatyki (np. *Computers Operations Research, European Journal of Personality, Psychological Reports, Journal of Psychology, Journal of the American Society for Information Science, Applied Mathematics, Mathematical Psychology, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*).

Hasło budowy społeczeństwa wiedzy jest nagłośnione również w Polsce (zob., np. Kukliński 1995, 2001; Mayor 2001: IPWC 2002; Marciniak 2002). Aby jednak przełożyć je na odpowiedni program trzeba przede wszystkim: (1) ustalić horyzont rozważań i

---

[1] W nawiasie podano rok, od którego ukazuje się czasopismo.

określić strategiczne i cząstkowe cele, które w tym horyzoncie powinny być osiągnięte oraz środki niezbędne do ich zrealizowania, (2) trafnie zdiagnozować obecny stan narodowego systemu edukacji i określić czynniki, które w rozważanym horyzoncie czasu będą determinantami jego rozwoju, (3) zidentyfikować pozytywne oraz negatywne cechy obecnego systemu edukacyjnego, a także wskazać metody zintensyfikowania cech pozytywnych i wyeliminowania negatywnych, (4) skonstruować sieć powiązań przyczynowo-skutkowych wiążących obecny stan systemu z celami strategicznymi, (5) określić zbiór alternatywnych scenariuszy dochodzenia do celów strategicznych, (6) uszeregować te scenariusze w kolejności od najbardziej do najmniej pożądanego w sensie z góry ustalonego kryterium skalarnego lub wektorowego oraz (7) oszacować wielkość ryzyka związanego z ewentualnością wdrożenia poszczególnych scenariuszy. Każda z tych czynności jest sama w sobie złożonym wieloaspektowy, wielokontekstowym i wieloatrybutowym zadaniem decyzyjnym, któremu towarzyszą różne formy ryzyka i nieokreśloności i w którym wielkości ilościowe przeplatają się z jakościowymi. Tego rodzaju zadań nie da się w pełni zmatematyzować. Trzeba je rozwiązywać za pomocą metod matematyczno-heurystycznych. Aspekt heurystyczny jest z reguły uwzględniony przez udział ekspertów w rozwiązywaniu zadania decyzyjnego.

W niniejszej pracy nie rozpatruje się zadania kształtowania całego krajowego systemu edukacyjnego. Jest to wielopoziomowy system hierarchiczny, którego poszczególne poziomy odpowiadają poziomom organizacji naszego szkolnictwa (szkoły podstawowe, gimnazja, licea, szkoły wyższe). Na każdym poziomie ma się do czynienia z siecią szkół odpowiedniego rodzaju (sieć szkół podstawowych, sieć gimnazjów, sieć liceów, sieć szkół wyższych). W każdej ze szkół, bez względu na to, do którego z tych poziomów należy, jest realizowany właściwy danemu poziomowi proces edukacyjny. Zakres merytoryczny tego procesu jest określony w rozporządzeniach ministrów odpowiedzialnych za całokształt edukacji narodowej i ma moc prawną. Rozporządzenia te określają też minimalne wymogi i standardy edukacyjne, które musi spełnić uczeń lub student, aby uzyskać promocję do następnej fazy procesu edukacyjnego (przejście na następny semestr danego roku szkolnego, przejście do następnej klasy, świadectwo ukończenia szkoły podstawowej, gimnazjum lub liceum, uprawniające do podjęcia nauki odpowiednio w gimnazjum, liceum lub szkole wyższej, przejście na następny semestr lub rok studiów).

Stopień spełnienia tych wymogów zależy zarówno od strony pobierającej naukę (uczniowie, studenci), jak i od nauczycieli. Chociaż w procesie edukacyjnym rola każdego z tych podmiotów jest inna, to jednak na jego całościowy obraz wpływają charakterystyki obu stron. W tradycyjnym nauczaniu strona pobierająca naukę była zdecydowanie bierna. Aktywnym elementem był nauczyciel, który przekazywał wiedzę oraz sprawdzał i oceniał stopień jej opanowania. Podstawowym obowiązkiem uczniów i studentów było systematyczne uczestniczenie w zajęciach i uczenie się. Współczesna psychologia edukacyjna zwróciła uwagę na konieczność odejścia od tego schematu (zob., np., Mietzel 2001). Położyła nacisk na konieczność uaktywnienia obu stron. W nowoczesnym procesie edukacyjnym obie one – osoba ucząca się i nauczyciel – są jego współtwórcami i realizatorami. Obie, chociaż w różny sposób, są współodpowiedzialne za jakość procesu edukacyjnego. Rolą nauczyciela nie jest już przekazywanie wiedzy *ex cathedra*, a zadaniem uczącego się nie jest jej bezkrytyczne i bezdyskusyjne przyjmowanie oraz opanowywanie. Uczący się ma prawo mieć wątpliwości. Aby dojść do zrozumienia przedstawianych przez nauczyciela treści ma prawo pytać go w toku zajęć i dociekać prawdy. Ma prawo dostrzegać nieścisłości lub nawet błędy w rozumowaniu nauczyciela, wskazywać je i dochodzić ich źródeł. Obowiązkiem nauczyciela jest świadome wciąganie uczących się w taki dialog, prowokowanie ich do samodzielnego odkrywania prawdy, wyzwalanie w nich motywacji do uczenia się, przełamywanie lęków przed źle rozumianym autorytetem nauczyciela, uaktywnianie ich możliwości intelektualnych, indywidualizacja edukacji, w jak największej mierze zobiektywizowane ocenianie stopnia i jakości opanowania wiedzy teoretycznej oraz umiejętności jej stosowania itd.

Taka koncepcja procesu edukacyjnego leży u podstaw reformowania systemów edukacji we wszystkich krajach, w których się obecnie odbywa – również u nas. Mimo współpartnerstwa w procesie edukacyjnym ucznia i nauczyciela oraz współodpowiedzialności za jakość i wyniki tego procesu, wiodąca rola w jego zorganizowaniu i przeprowadzeniu przypada nauczycielowi. Z tego powodu coraz większą wagę przywiązuje się do jakości kadry dydaktycznej. Zwraca się uwagę, że we wszystkich fazach procesu edukacyjnego nauczyciel powinien być nie tylko autorytetem merytorycznym, ale także moralno-etycznym, że powinien być nie tylko edukatorem lecz i wychowawcą, że powinien mieć odpowiednie przygotowanie pedagogiczne, być otwartym i komunikatywnym,

potrafić nawiązywać dialog z dziećmi i młodzieżą, umieć przyznawać się do popełnionych błędów i omyłek itp. Podkreśla się, że nawet najwybitniejszy znawca danej dziedziny wiedzy może nie mieć predyspozycji do jej przekazywania innym, może być złym nauczycielem, i odwrotnie, osoba stojąca znacznie niżej w formalnej hierarchii naukowej może być wspaniałym dydaktykiem i pedagogiem. Z tego powodu w wielu uczelniach zagranicznych i krajowych zachowały się stanowiska wykładowcy i starszego wykładowcy, a osoby, które je zajmują, cieszą się dużym autorytetem, nierzadko większym z punktu widzenia szkoły i prowadzonego w niej procesu edukacyjnego niż wybitni specjaliści, uhonorowani odpowiednimi stopniami i tytułami naukowymi. Kiedy więc mówi się o wizerunku szkoły na rynku edukacyjnym trzeba pamiętać, że wizerunek ten kształtuje się wewnątrz szkoły i mieć na uwadze wszystkie istotne czynniki wewnętrzne, które w świetle współczesnej psychologii i teorii edukacji wpływają na ten wizerunek. Podstawowym z nich jest jakość kadry dydaktycznej. Aby świadomie kształtować tę jakość trzeba w trybie współbieżnym z biegiem procesu edukacyjnego oceniać kadrę i wykorzystywać zebraną informację do podejmowania takich decyzji, których wdrażanie będzie sprzyjało podnoszeniu jakości procesu edukacyjnego. Z natury tego procesu wynika, że ocena ta musi mieć charakter wielokryterialny, przy czym kryteria oceny są z reguły co najmniej częściowo ze sobą sprzeczne. Nauczyciel może otrzymać bardzo wysoką ocenę z punktu widzenia osiągniętego w danym roku akademickim dorobku naukowego, a równocześnie może otrzymać niską ocenę za efektywność prowadzonych zajęć wyrażoną – na przykład – procentem wystawionych ocen niedostatecznych w stosunku do liczby wszystkich zdających, może otrzymać średnią ocenę jako wykładowca, pedagog i egzaminator ze strony uczniów lub studentów, wysoką ocenę za przestrzeganie dyscypliny organizacyjnej procesu edukacyjnego itp. Ta wielorakość i sprzeczność kryteriów oraz rozmaitość skal i gradacji ocen – nie zawsze dających się wyrazić w liczbach bezwzględnych – czyni z procesu oceny kadry niezwykle złożone i trudne zadanie decyzyjne. Nie ma wątpliwości, że rozwiązywanie tego zadania może i powinno być wspierane metodami teorii podejmowania decyzji wieloatrybutowych. Dotychczas metody te – poza sporadycznie odnotowanymi w światowej literaturze przedmiotu przypadkami – nie były w obszarze edukacji stosowane. Podstawową przyczyną tego stanu rzeczy jest hermetyczność dziedziny edukacji i jej duża bezwładność wobec prób wprowadzania innowacji

zwłaszcza w tak delikatnej materii, jak ocena zawodowa nauczycieli. Nie mniej ważnym powodem są trudności ze zrozumieniem przez środowiska nauczycielskie istoty wieloatrybutowych metod decyzyjnych i opanowaniem trybu ich wykorzystania. Istnieje pilna potrzeba przełożenia idei tych metod na obszar edukacji w sposób jak najbardziej przystępny dla tych środowisk, a także opracowania komputerowego pakietu procedur oceniających wyposażonego w przejrzystą instrukcję jego obsługi, który mogłyby być wykorzystywany przez nauczycieli i organy oceniające jakość kadry nauczycielskiej.

W pracy zajmujemy się tylko problemem oceniania kadry nauczycielskiej, traktowanym jako wieloatrybutowe ilościowo-jakościowe zadanie decyzyjne, któremu towarzyszą ryzyko i nieokreśloność oraz niepełność, niepewność i niedokładność danych, na podstawie których dokonuje się oceny. Istotą podejścia jest związanie metody modelowania matematycznego z modelowaniem heurystycznym, przy czym aspekt heurezy jest reprezentowany przez udział eksperta lub grupy ekspertów w rozwiązywaniu zadania decyzyjnego. Przyjmujemy, że liczba czynników występujących w zadaniu jest skończona i że ich matematycznymi modelami są zmienne deterministyczne lub losowe, przy czym losowość jest rozumiana w sensie klasycznego rachunku prawdopodobieństwa (tzn. zakłada się, że miara losowości jest skończona i addytywna). W przyszłości przewiduje się uogólnienie podejścia na przypadek miary skończonej nieaddytywnej.

Jak wiadomo, na krajowym rynku edukacyjnym istnieją dwa rodzaje szkół wszystkich szczebli: państwowe (publiczne) i niepaństwowe (niepubliczne). Chociaż nie ma to wpływu na ogólną metodologię oceny nauczycieli na poziomach szkół podstawowych, gimnazjów i liceów, to jednak na poziomie szkolnictwa wyższego ma to częściowy wpływ na dobór kryteriów oceny. Wiąże się to z posiadaniem lub nieposiadaniem przez szkołę wyższą uprawnień do nadawania stopni i tytułów naukowych. Trzeba pamiętać, że większość z istniejących obecnie u nas szkół wyższych niepaństwowych nie ma takich uprawnień – szkoły te z reguły zatrudniają pracowników wykształconych w uczelniach państwowych i już posiadających określony stopień lub tytuł naukowy. Główny ciężar kształcenia i promowania doktorów, doktorów habilitowanych oraz profesorów spoczywa na uczelniach państwowych, a także na uprawnionych do tego instytutach naukowo-badawczych. Znamienny jest fakt, że cztery największe wyższe uczelnie techniczne w

Polsce (Politechnika Warszawska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Politechnika Wrocławska i Politechnika Śląska) dostarczają łącznie ponad połowę ogółu kadry naukowo-badawczej kraju (Tadeusiewicz 2003). Z tego względu, rozpatrując kwestie oceny i doboru kadry dydaktycznej uczelni trzeba wyraźnie oddzielić szkoły wyższe państwowe od niepaństwowych. O ile bowiem w pierwszych z nich istnieją niezłe warunki sprzyjające uzyskiwaniu przez nauczycieli awansu naukowego, o tyle w drugich warunki te są znacznie gorsze. Pierwsze z tych szkół ponoszą olbrzymie nakłady na kształcenie kadry, w drugich nakłady te nieporównywalnie mniejsze. Rzutuje to na całościową, wieloatrybutową i wielokontekstową ocenę gospodarności uczelni oraz racjonalności, skuteczności i efektywności realizowanego w niej procesu edukacyjnego. Jeśli więc jednym z kryteriów oceny nauczyciela jest intensywność jego wysiłków w celu uzyskania kolejnego stopnia lub tytułu naukowego, to inną wagę powinno mieć to kryterium w szkołach wyższych państwowych, a inną w niepaństwowych.

2. Ogólny kontekst problemu

Podobnie jak systemy edukacyjne wielu innych krajów, również szkolnictwo polskie jest dotknięte kryzysem. Jako jego przyczyny podaje się zazwyczaj długoletnie niedoinwestowanie oświaty, zaniedbania infrastrukturalne w tej dziedzinie, niedostosowanie programów nauczania do rzeczywistych potrzeb obecnych czasów, upadek autorytetu nauczyciela i szkoły, lekceważenie przez uczniów i studentów obowiązku uczenia się, brak dyscypliny szkolnej i samodyscypliny uczniów i studentów, postawy roszczeniowe młodzieży i ich środowisk rodzinnych itp. Znamiona kryzysu są aż nadto widoczne. Olbrzymia część absolwentów szkół podstawowych wykazuje rażąco niski poziom przygotowania do podjęcia nauki gimnazjach, młodzież kończąca gimnazja jest źle przygotowania do podjęcia nauki w liceach, a absolwenci liceów – do podjęcia nauki w szkołach wyższych. Braki merytoryczne skumulowane w czasie edukacji podstawowej, gimnazjalnej i licealnej ujawniają się aż nadto wyraźnie w chwili rozpoczęcia przez maturzystów studiów w szkole wyższej. Szczególnie widoczne jest to na tych wydziałach politechnicznych i uniwersyteckich, które wymagają od kandydatów posiadania stosownego zasobu wiedzy matematycznej lub fizycznej – technicznych, informatycznych, ekonomicznych, fizycznych. Grozi to zapaścią cywilizacyjną kraju, który w niedalekiej już przyszłości może nie posiadać w tych dziedzinach wystarczająco licznej i dobrze wykształconej własnej kadry specjalistów. Stwierdziwszy brak odpowiedniego przygotowania kandydatów na studia szkoły wyższe podejmują próby zaradzenia temu złu przez organizowanie kursów przygotowawczych, zajęć wyrównawczych, semestrów zerowych i innych form uzupełniania wiedzy i nadrabiania zaległości. Działania te mogą mieć jednak tylko charakter przejściowy i nie mogą jednak zwolnić szkolnictwa niższego z obowiązku właściwego merytorycznego przygotowania młodzieży do kontynuowania nauki w szkołach wyższych.

Kryzys szkolnictwa niższego i wyższego przeżywa od dawna wiele krajów, w tym uważanych za wiodące w rozwoju cywilizacyjnym świata. Warto spojrzeć na przyczyny tego kryzysu z punktu widzenia kraju należącego do najbardziej zaawansowanych w rozwoju nauki, techniki i technologii – Stanów Zjednoczonych. Początki kryzysu szkolnictwa, który uwidocznił się zwłaszcza na poziomie uniwersytetów, dostrzeżono tam już

w latach 70. minionego stulecia. J.A. Perkins, jeden z czołowych ówczesnych pedagogów amerykańskich, rektor Uniwersytetu Cornell w zachodniej części stanu Nowy w latach 1969-1969, wieloletni przewodniczący Międzynarodowej Rady ds. Rozwoju Oświaty (International Council for Educational Development), doradca rządowy w zakresie oświaty, rozbrojenia i pomocy dla zagranicy, autor wielu prac naukowych z dziedziny edukacji, wymienia pięć następujących przyczyn kryzysu uniwersytetów (Perkins 1973, 1974):

- spadek zainteresowania podejmowaniem studiów wyższych, czego efektem jest systematycznie zmniejszająca się z roku na roku liczba kandydatów,
- zbyt małe nakłady finansowe na szkolnictwo,
- irracjonalne żądanie pełnej użyteczności wyników badań naukowych,
- coraz większy brak nowych i nowatorskich inicjatyw oraz priorytetów badawczych,
- rozprzestrzeniający się sceptycyzm społeczny co do sensowności i celowości postulatu powszechnej i ustawicznej edukacji.

Mimo że od sformułowania tej diagnozy minęło już przeszło trzydzieści lat, nie ma wątpliwości, że jest ona wciąż aktualna i to nie tylko w Stanach Zjednoczonych – u nas również. Po okresie gwałtownego zainteresowania młodzieży podejmowaniem studiów wyższych i prawdziwym boomie polskiego szkolnictwa wyższego obserwuje się niebezpieczny spadek liczby kandydatów na studia, zwłaszcza wymagające opanowania w odpowiednim zakresie matematyki i fizyki. Częściowo jest on spowodowany sytuacją demograficzną kraju – wskutek złej polityki demograficznej i rodzinnej prowadzonej w stosunku do poprzednich pokoleń powstała niebezpieczna zapaść demograficzna, w wyniku czego z roku na rok maleje liczba uczniów szkół podstawowych, gimnazjalnych i średnich, a więc i kandydatów na studia wyższe. Są jednak i inne przyczyny kryzysu naszego szkolnictwa wyższego. Gdy bowiem diagnozuje się obecny stan całego narodowego systemu edukacji, to uderza pewien paradoks: z jednej strony szkolnictwo to osiągnęło nieznany dotychczas poziom rozwoju, zwłaszcza w zakresie studiów wyższych, z drugiej zaś coraz częściej i głośniej mówi się o złej jakości nauczania. Coraz wyraźniej artykułuje się opinię, że – ogólnie biorąc – szkolnictwo niższe nie przygotowuje mło-

dzieży do kontynuowania nauki w szkołach wyższych, a poziom studiów w wielu szkołach wyższych jest stosunkowo niski. Zwraca się uwagę na to, że niemal na wszystkich poziomach edukacyjnych szkoły przestały pełnić funkcje wychowawcze. Patrząc jednak na nasz system edukacyjny z innej perspektywy trudno zaprzeczyć, że odnosi on również wspaniałe sukcesy, zwłaszcza na poziomie akademickim: mimo spadku zainteresowania studiami liczba młodzieży studiującej, wyrażona w stosunku do ogółu ludności kraju wzrosła w ostatnich kilkunastu latach do niespotykanej wcześniej skali masowości. Z roku na rok podnosi się też średni poziom wykształcenia absolwentów naszych szkół wyższych. Wielu z nich bez trudu znajduje pracę w renomowanych i wymagających firmach w kraju i za granicą. Skąd zatem bierze się przekonanie o kryzysu naszego systemu edukacyjnego? Jak można wytłumaczyć fakt, że całościowo widziany system edukacyjny kraju, osiągający znaczne sukcesy z jednej strony, okazuje się poważnie niewydolny z drugiej. Nie ulega wątpliwości, że jedną z przyczyn tego stanu rzeczy jest fakt, że systemowe zmiany polityczne, społeczne i gospodarcze, które zaszły w kraju w ostatnich dwóch dziesięcioleciach, zrodziły nadzieje na poprawę naszego systemu edukacyjnego w takim stopniu i w takim tempie, jakim system ten w tak krótkim okresie nie mógł po prostu podołać. Aby spełniać te nadzieje trzeba – zdając sobie sprawę ze wszystkich pozytywnych aspektów naszego szkolnictwa – przede wszystkim wskazać jego słabości, zidentyfikować ich przyczyny i znaleźć sposoby ich usunięcia. Wymaga to przeprowadzenia radykalnego zmian przede wszystkim w samej polityce edukacyjnej państwa, które musi skierować odpowiednio silny strumień środków finansowych na szkolnictwo wszystkich szczebli. Niedostateczne zabezpieczenie finansowe, zwłaszcza szkół wyższych, doprowadziło w wielu przypadkach do przewartościowania celów istnienia szkoły. Coraz częściej słyszy się pogląd, że podstawowym celem szkoły wyższej jest troska o jej trwanie na niezwykle konkurencyjnym rynku edukacyjnym, w związku z czym na pierwszy plan wysuwa się konieczność zdobywania niezbędnych do tego środków. Szkoły prześcigają się więc w walce o zdobycie jak największej liczby kandydatów, często odsuwając ich jakość na dalszy plan. A przecież słaby średni poziom wykształcenia młodzieży podejmującej studia naraża uczelnię na poniesienie dodatkowych kosztów związanych z koniecznością wyrównywania braków wiedzy wyniesionych ze szkoły średniej, spowalnia proces edukacyjny, obniża średnią jakość absolwentów a tym samym osłabia

pozycję szkoły. To prawda, że aby istnieć szkoła musi dysponować określonymi zasobami odpowiednich środków, ale nawet w najbardziej kryzysowej sytuacji ekonomicznej głównym celem szkoły jest realizacja procesu edukacyjnego. Cel ten wynika ze społeczne funkcji szkoły.

Ważną przyczyną kryzysu naszego szkolnictwa jest generalnie słuszne, lecz wciąż jeszcze niewłaściwie rozumiane i niepoprawnie formułowane żądanie użyteczności nauki. Słusznie zwraca się uwagę na to, że szkoły wyższe powinny być nie tylko jednostkami edukacyjnymi, ale i naukowymi. Prowadzenie badań naukowych wymaga odpowiednich nakładów. Ponieważ nakłady te są u nas bardzo ograniczone, więc preferuje się badania wynikające z doraźnych potrzeb praktyki, zaniedbując badania o charakterze podstawowym. Zapomina się, że rozwój badań podstawowych musi wyprzedzać w czasie – i to nieraz bardzo znacznie – rzeczywiste potrzeby sfery praktyki, w tym także praktyki edukacyjnej. U źródeł niepowodzenia naszej reformy edukacyjnej – abstrahując od jej wszelkich mankamentów – leży przede wszystkim to, że jej wprowadzenie nie zostało poprzedzone odpowiednimi badaniami podstawowymi i odpowiednim przygotowaniem środowisk nauczycielskich do jej wdrażania.

W dziedzinie edukacji na te mankamenty nakłada się brak inicjatywy w formułowaniu nowych kierunków oraz priorytetów dydaktycznych i wychowawczych, a także coraz bardziej rozpowszechniający się w społeczeństwie sceptycyzm co do sensu zdobywania wiedzy – w powszechnym odczuciu dochody przeciętnego człowieka z wyższym wykształceniem nie rekompensują czasu i nakładów poświęconych na zdobycie wykształcenia. Pamiętając o specyfice naszych uwarunkowań warto zdawać sobie sprawę, że są to bolączki nie tylko naszego systemu edukacyjnego. Dotykają one, chociaż w innym wymiarze i w innej skali, systemy edukacyjne niemal wszystkich krajów, nawet tych, które cieszą się opinią wiodących i niemal wzorcowych w rozwoju nauki, techniki i technologii.

Każdy system edukacyjny ma do spełnienia dwa podstawowe zadania społeczne: kształcenie i wychowanie. W świadomości społecznej utrwaliło się przekonanie, że najlepszym sprawdzianem jakości tego systemu jest to, czy i w jakim tempie rosną z roku na

rok wartości z góry określonych wskaźników charakteryzujących jego podstawowe atrybuty. Ocena taka jest niewątpliwie konieczna, ale niewystarczająca. O jakości systemu edukacji świadczy bowiem przede wszystkim to, czy odpowiada on społecznym potrzebom teraźniejszości i możliwej do przewidzenia przyszłości. Wydaje się, że nasz system edukacyjny nie do końca spełnia ten właśnie warunek. Do systemu tego należą bowiem nie tylko zinstytucjonalizowane placówki oświatowe (przedszkola, szkoły podstawowe, gimnazja, licea, szkoły wyższe itd.), gdyż dzieci, młodzież i osoby dorosłe uczą się również – a może nawet więcej – poza nimi (rodzina, radio i telewizja, Internnet, prasa, filmy, muzea, biblioteki itd.). W narodowym programie edukacji tym wszystkim instytucjom edukacyjnym musi być nadana właściwa ranga, gdyż człowieka wychowuje i kształci rodzina, społeczeństwo, szkoła i cała kultura. Edukacja nie może więc być procesem spontanicznym, lecz świadomie zaprojektowanym, którego celem jest tworzenie i przekazywanie wiedzy, rozwijanie chęci jej zdobywania i umiejętności stosowania, rozwijanie zdolności i zainteresowań człowieka oraz kształtowanie jego osobowości i systemu wartości.

Społeczeństwo wiedzy, to społeczeństwo ludzi wyedukowanych, a więc wykształconych i wychowanych. Te dwa elementy są nierozerwalnie ze sobą związane – współczesna psychologia doszła do zrozumienia, że edukacja człowieka oznacza jedność jego intelektu, systemu wartości i postępowania, a każde rozdzielenie tych czynników upośledza osobowość człowieka. Nauczyciele i wychowawcy muszą zdawać sobie sprawę, że ważne jest nie tylko to, czego uczą, ale także to, jak uczą i jak postępują. Ważnym czynnikiem wychowawczym dzieci i młodzieży szkolnej oraz akademickiej jest sposób zorganizowania pracy szkoły, zachowanie się nauczycieli, prowadzenie rozmów z dziećmi i młodzieżą i takie postępowanie, które zyska w oczach podopiecznych uznanie i aprobatę i wzbudzi autorytet dla nauczyciela. Te czynniki muszą więc też być brane pod uwagę przy ocenie nauczycieli.

Na wszystkich etapach obecnego szkolnictwa dominuje tryb kształcenia formalnego, którego podstawowym wyróżnikiem jest sztywny rozkład zajęć, nauczanie ustawowo określonych treści wedle sztywno określonego programu i sprawdzanie zakresu oraz stopnia opanowania wiedzy przedmiotowej i umiejętności je stosowania. A przecież od

dawna wiadomo, że nauczanie jest tym bardziej owocne i skuteczne, w im większym stopniu wyrasta z tego, czym interesuje się uczący, niż z tego, co interesuje nauczyciela. Przy okazji reformowania systemów edukacyjnych podejmuje się więc próby zerwania z tym schematem poprzez wprowadzenie nauczania nieformalnego. Jest ono lansowane pod takimi hasłami, jak „kształcenie zintegrowane", „otwarta szkoła", „wolna szkoła". „nauczanie zindywidualizowane" i inne. Jego istotą jest odejście od sztywnego rozkładu zajęć i zastąpienie go zajęciami zorganizowanymi w taki sposób, by uczestnicy zajęć, wedle uznania nauczyciela i pod jego nadzorem oddawali się indywidualnie lub w małych grupach bardzo różnorodnym czynnościom. Program nauczania nie jest ograniczony do planu wyznaczonego przez nauczyciela, ale jest równie szeroki i nieprzewidywalny jak zainteresowania słuchaczy. Taki tryb nauczania stawia nauczycielowi szereg wymogów, których nie stawiał tryb tradycyjny. Nauczyciel nie może prowadzić zajęć w sposób zrutynizowany, musi być do nich każdorazowo wszechstronnie przygotowany. W tradycyjnym systemie edukacji wiedzę traktowano jako treści przedmiotowe, które nauczyciel przekazuje uczniom lub studentom, będących dla nich niekwestionowanym źródłem wiedzy. Z badań pedagogicznych oraz rozmów przeprowadzanych z uczniami i studentami wiadomo, jak trudno jest nauczycielowi przyznać się do popełnionego błędu lub nieznajomości rzeczy, z obawy przed utratą autorytetu. W nauczaniu nieformalnym niknie mit wszechwiedzy nauczyciela. Jego zadaniem staje się bowiem ułatwianie uczniom i studentom samodzielnego zdobywania wiedzy, a nie przekazywanie jej *ex cathedra*. Wiedza staje się dobrem, które uczeń i student wytwarzają sobie i przede wszystkim dla siebie, chociaż z pomocą nauczyciela i pod jego kierunkiem. W edukacji nieformalnej akcent jest więc przeniesiony z nauczania na uczenie się. Jest oczywiste, że taki tryb edukacji wymaga od nauczyciela nieustannego czuwania nad zachowaniem równowagi między tymi czynnościami edukacyjnymi, które są skierowane na rozwój osobowości każdego indywidualnego ucznia lub studenta, a tymi, których celem jest wyrobienie dyspozycji i dyscypliny intelektualnej uczniów i studentów, wdrożenie im określonych umiejętności oraz wyposażenie ich w odpowiedni system wiadomości.

Poważnym mankamentem tradycyjnego systemu edukacji jest klasyfikowanie uczniów i studentów na zdolnych, średnio zdolnych i niezdolnych. Jest oczywiste, że ludzie są uzdolnieni rozmaicie i w różnych dziedzinach, przy czym w jednej i tej samej

dziedzinie natężenie ich uzdolnień jest różne. Nie wynika jednak z tego, że – na przykład – matematykę lub informatykę mogą studiować tylko ci absolwenci szkół średnich, których uznano za uzdolnionych matematyczne lub informatyczne. Każdemu krajowi są bowiem potrzebni nie tylko wybitni matematycy i informatycy, ale także specjaliści o wykształceniu matematycznym lub informatycznym, którzy dysponując mniejszą wiedzą merytoryczną niż ich wybitni koledzy, posiądą nierzadko unikatową umiejętność jej stosowania w obszarach swojej działalności zawodowej. O tym muszą pamiętać nauczyciele i wychowawcy, którzy – najczęściej w oparciu o wyniki nauki – próbują oceniać i klasyfikować uczniów i studentów. Niewłaściwie umotywowana bądź źle interpretowana klasyfikacja staje się czynnikiem hamującym rozwój osobowościowy i intelektualny uczniów i studentów. Każda wystawiana im ocena jest w jakimś stopniu obciążona subiektywizmem oceniającego, który decyduje, czy uczeń lub student zaliczy dany semestr lub rok nauki, czy też nie, czy może uczestniczyć w zajęciach kółka przedmiotowego, czy można mu udostępnić takie lub inne możliwości rozwoju itd. I na ogół są to decyzje niepodważalne. Uczniowie i studenci na ogół je akceptują, jeżeli w ich odczuciu nauczyciel jest wymagający, ale sprawiedliwy. Praktyka edukacyjna uczy, że z protestem uczniów i studentów spotykają się najczęściej oceny wystawiane przez nauczycieli mających nierzadko dużą wiedzę fachową, ale nie mających przygotowania pedagogicznego. Uważa się, że to właśnie ta grupa nauczycieli jest w dużym stopniu odpowiedzialna za odrzucenie wielu nierozpoznanych przez nich uzdolnień jako nieprzydatne. W drugiej połowie 20. wieku wielkim światowym autorytetem w dziedzinie edukacji była D. Ravitch, ówczesna profesor Wydziału Pedagogicznego Uniwersytetu Columbia w Stanach Zjednoczonych. Wypowiadając się w ramach toczonej wtedy debaty nad przyszłością szkolnictwa amerykańskiego stwierdziła: „Literatura pedagogiczna roi się od recept i metod, jakimi szkoły powinny zaspokajać potrzeby indywidualne i społeczne. Jednakże podstawowym celem szkoły jest zachęta i opieka nad każdym uczniem w rozwoju jego inteligencji, talentów, zainteresowań i zdolności. Szkoła zajmuje się także wieloma innymi sprawami – zapewnia posiłki, usługi społeczne, psychologiczne, opiekę zdrowotną i poradnictwo zawodowe. Ale niezależnie od efektywności powyższych funkcji szkołę należy osądzać przede wszystkim pod kątem spełniania głównych zadań, do których została powołana. (...) Mimo różnic wobec poszczególnych problemów nauczania po-

wszechnie się uważa, że wykształcenie jest niezbędne dla osiągnięcia takich celów społecznych, jak przygotowanie młodej generacji do myślącego uczestnictwa w życiu kraju, zapewnienie każdemu człowiekowi uczestnictwa w kulturze, wyostrzenie wrażliwości intelektualnej i estetycznej, rozbudzenie gotowości do podejmowania kolejnych decyzji w sprawach nauki, pracy i zawodu, wdrożenie poczucia integralności i odpowiedzialności za innych, nauczenie dzieci, jak kierować i jak by kierować i jak być kierowanym, zapoznanie młodych ludzi z największymi osiągnięciami każdej dziedziny, zachęcając ich równocześnie do maksymalnego spożytkowania własnego potencjału. Jeśli są to powszechnie akceptowane cele szkolnictwa, a moim zdaniem są, to żaden z nich nie powinien być zdany na łaskę przypadku. Program nauki powinien być tak opracowany, aby każdy uczeń miał maksymalne możliwości rozwoju zainteresowań, inteligencji, talentu i rozumowania. Każdy musi umieć kształtować i formułować własne opinie" (Ravitch 1981).

Ten pogląd, odniesiony przez jego autorkę bezpośrednio do szkolnictwa niższego, w pełni był i jest prawdziwy także do szkolnictwa wyższego, nie tylko amerykańskiego. W ostatniej dekadzie 20 w. wiele krajów, między innymi Polska, rozpoczęły reformowanie swoich systemów edukacyjnych, wzorując się w dużej mierze na reformie szkolnictwa amerykańskiego. Korzystając z dobrych doświadczeń tej reformy nie można zapominać płynących z niej złych doświadczeniach, których jest niemało, a których i u nas nie udało się uniknąć. Zamiast kopiować systemy edukacyjne innych krajów, trzeba sięgnąć do wzorców rodzimych, często już zapomnianych i – korzystając z pozytywnych oraz negatywnych doświadczeń edukacyjnych innych krajów – stworzyć własny program edukacji narodowej, uwzględniający specyfikę naszych uwarunkowań historycznych, społecznych, politycznych i kulturalnych oraz wielkie polskie tradycje w dziedzinie edukacji i wychowania.

3. Ogólne zasady oceny jakości nauczycieli

3.1. Czynniki charakteryzujące dobrego nauczyciela

W literaturze przedmiotu zwraca się uwagę na to, że na każdym poziomie edukacji dobrze kształcić i wychowywać może tylko dobry nauczyciel i podejmuje się próby sformułowania katalogu cech, których posiadanie przez nauczyciela nadawałoby mu taką kwalifikację. W pierwszym rzędzie wymienia się wykształcenie i doświadczenie pedagogiczne, empatię, dostępność i umiejętność komunikatywnego przedstawiania treści zajęć. Mówi się, że ważna jest także wysokość zarobków nauczyciela, jego zaangażowanie w proces edukacyjny, umiejętność ustawicznego poszerzania, pogłębiania i uaktualniania swojej wiedzy poprzez samoszkolenie, prowadzenie działalności publikacyjnej oraz uczestnictwo w kursach doskonalenia zawodowego, seminariach, konferencjach naukowych itp. Przypomina się, że kolejne pokolenia dzieci i młodzieży mają taką wiedzę oraz kulturę osobistą i społeczną – a potem rodzinną, zawodową, obywatelską i narodową – jakie są im wpojone przez starszą generację. Podkreśla się, że w kreowaniu rozwoju jednostek i społeczeństw rola szkoły oraz nauczyciela zawsze była, jest i będzie pierwszoplanowa i że na każdym poziomie edukacji niższej i wyższej szkoła powinna uczyć i wychowywać. Zwraca się uwagę, że proces ten mogą prowadzić tylko osoby mające powołanie i zamiłowanie do pracy nauczycielskiej, odpowiednie wykształcenie kierunkowe i wszechstronne przygotowanie pedagogiczne. Coraz częściej jednak podkreśla się, że samo posiadanie tych cech przez nauczyciela nie wystarcza – kształceniem i wychowywaniem powinni zajmować się tylko najlepsi nauczyciele i pedagodzy, ludzie moralni i etyczni.

Są to prawdy znane, ale wymagające ciągłego przypominania. I dobrze, że się je przypomina, bo kryzys systemów edukacyjnych, który ogarnął niemal wszystkie kraje, zwłaszcza wysoko rozwinięte, jest związany przede wszystkim z kryzysem zawodu nauczycielskiego i autorytetu nauczyciela. Tematowi temu poświęca się od dawna dużo uwagi. Nabrał on jednak szczególnego znaczenia na przełomie wieków 20. i 21. Jest to związane z odchodzeniem od koncepcji cywilizacji postprzemysłowej i kreowaniem cywilizacji informacyjnej. W wymiarze poszczególnych krajów i regionów mówi się o two-

rzeniu społeczeństwa wiedzy, a podstawowym środkiem wspomagającym realizację tego celu jest poprawianie jakości narodowych systemów edukacyjnych (zob., np., Barr i Tagg 1995; Elmore 1995; Schalock i Myton 2000; Calhoun 2002).

Badanie jakości systemów edukacyjnych jest obszarem bardzo zaniedbanym. Jednym z powodów tego stanu rzeczy jest fakt, że są to systemy ergatyczne, tzn. systemy, których istotnym i nieodłącznym elementem jest człowiek. Człowiek tworzy szkołę, organizuje proces edukacyjny, aktywnie uczestniczy w nim jako podmiot uczący (nauczyciel) lub uczący się (uczeń, student itp.). Na jakość procesu edukacyjnego rzutuje przede wszystkim jakość nauczyciela. Jak jednak ocenić, jakim ktoś jest nauczycielem? Poszukiwania odpowiedzi na to pytanie mają długą historię, dobrze udokumentowaną w literaturze z zakresu edukacji (zob., np., Avent 1931; Kennard 1939; Hellfritzch 1945; LaDuce 1945; Barr, Eustice i Noe 1955; Long 1957; Feldman 1976; Soar, Medley i Coker 1983; Borich 1986; JCSEE 1988; Lombard i Bunting 1989; Reid 1999; Darling-Hammond 2000; Peterson 2000; Dewar 2002). Kluczowe znaczenie ma praca Aventa (1931), który – na podstawie ankiety przeprowadzonej wśród bardzo szerokiego grona nauczycieli akademickich w Stanach Zjednoczonych – sformułował listę 25. cech, jakie powinien posiadać dobry nauczyciel. Stwierdził, że dobry nauczyciel przede wszystkim powinien być człowiekiem przystępnym, pełnym godności i entuzjazmu, sprawiedliwym, nastawionym optymistycznie, wykształconym i mającym ogólną wiedzę, otwartym, przyjaznym, życzliwym, sympatycznym, mądrze tolerancyjnym, powinien mieć miłą powierzchowność, być grzecznym, mieć dobre maniery, dążyć do stałej poprawy procesu edukacyjnego, umieć dostosowywać się do zaistniałych sytuacji, orientować się w wewnętrznych sprawach szkoły i jej relacjach z otoczeniem itd. Te i podobne im cechy były w następnych dziesięcioleciach przedmiotem wielu dalszych badań, dyskusji i podsumowań (zob., np., Feldman 1976; White 1987; Tate 1993; Dewar 2002). Chodziło przede wszystkim o zbadanie wpływu każdej z cech na jakość procesu edukacyjnego oraz zidentyfikowanie tych, które najpełniej charakteryzują kompetencje zawodowe nauczyciela. W szczególności Feldman (1976) dokonał przeglądu wyników około 70. takich prac i doszedł do wniosku, że cechami takimi są:

- umiejętność stymulowania przez nauczyciela zainteresowania uczniów lub studentów przedmiotem,
- jasność i zrozumiałość przedstawiania nauczanych treści,
- gruntowna znajomość przedmiotu,
- dobre przygotowanie merytoryczne i pedagogiczne oraz umiejętność dobrego organizowania zajęć,
- entuzjazm zawodowy,
- przyjazne nastawienie w stosunku do uczniów lub studentów,
- dostępność i empatia,
- otwartość na opinie innych.

Tate (1993) potwierdził i uzasadnił, że są to podstawowe cechy, które powinien posiadać każdy nauczyciel, bez względu na to, czy jest zatrudniony w szkole podstawowej, średniej czy wyższej. Dewar (2002) podtrzymał tę opinię wskazując jednocześnie, że wiodącą rolę wśród tych cech grają dostępność i empatia nauczyciela oraz umiejętność nawiązywania przez niego komunikacji z uczniami lub studentami. Zwrócił przy tym uwagę, że o ile zapewnienie dostępności jest przede wszystkim sprawą organizacyjną, to empatia nauczyciela, czyli umiejętność jego uczuciowego utożsamiania się z innymi i wywoływania w sobie uczuć, które oni przeżywają, jest cechą osobowościową. Autorytetem dla uczniów i studentów może stać się tylko nauczyciel kształtujący w sobie tę cechę i umiejący z niej mądrze korzystać. McAlpine i Feston (2000) stwierdzają wręcz, że nauczycielem nie powinien być człowiek, który izoluje się od społeczności uczniowskiej lub studenckiej i nie potrafi zespolić się z nią. Aby osiągnąć to zespolenie nauczyciel musi jak najczęściej przebywać wśród swoich podopiecznych, musi z nimi rozmawiać, przeżywać ich radości i kłopoty, korzystać z doświadczeń życiowych ich pokolenia i dzielić się doświadczeniami pokolenia własnego. Miejscem kontaktów nauczyciela z uczniami i studentami nie może być tylko klasa, sala wykładowa, laboratorium lub korytarz szkolny, powinien czasem spotkań – tylko czas prowadzenia zajęć, konsultacji i egzaminów. Nauczyciel powinien spotykać się z uczniami w stołówce, w kawiarni, w świetlicy, na zajęciach rekreacyjnych itd. Wspaniałymi współczesnymi środkami wzajemnej komunikacji nauczyciela i uczniów oraz studentów są poczta elektroniczna, telefonia komórkowa i

Internet – powinny być one szeroko wykorzystywane przez obie strony, zwłaszcza w sprawach związanych z zajęciami merytorycznymi. Wszystko to ma służyć kształceniu i wychowywaniu nowego pokolenia. Mogą to robić tylko dobrzy nauczyciele. Dewar (2002) określa dobrego nauczyciela jako takiego, dzięki któremu uczniowie rzeczywiście uczą się tego, co jest zawarte w strukturalnych celach edukacji i który realizuje te cele bez nadludzkiego wysiłku zarówno ze swojej strony, jak i ze strony uczniów. Podkreśla przy tym, że dobrze pomyślany proces edukacyjny zaczyna się od jasnego i jednoznacznego sformułowania przez nauczyciela szczegółowych celów procesu i zamiarów nauczyciela. Zamiary – to ogólne stwierdzenia dotyczące efektu procesu edukacyjnego, a cele – to stwierdzenia mówiące, jak te zamiary zrealizować. To, czy i w jakiej mierze cele i zamiary zajęć edukacyjnych (lekcji, wykładu, ćwiczeń, seminarium itp.) będą osiągnięte zależy przede wszystkim od nauczyciela. Na przykład, jeśli treści lekcji lub wykładu są podawane uczestnikom zajęć w sposób oschły i autorytatywny, to nie wzbudzą ich zainteresowania. Uczestnik zajęć musi być w nie wciągnięty, musi aktywnie w nich uczestniczyć. Jednym z wyrazów tego jest zadawanie pytań prowadzącemu, dostrzeganie i zgłaszanie popełnianych przez niego omyłek, pytanie o możliwości innych podejść do omawianego zagadnienia itp. Skuteczność zajęć zależy w dużej mierze od środków dydaktycznych, jakimi posługuje się nauczyciel. Są przedmioty i rodzaje zajęć, na których można i powinno się korzystać z rzutników pisma, rzutników slajdów, prezentacji komputerowych itp. Są jednak i takie, na których korzystanie z nich przynosi więcej szkody niż pożytku. Na przykład, ilustrowanie treści zajęć z planowania przestrzennego odpowiednimi schematami, mapami, zdjęciami krajobrazu itp. jest niezwykle cenne i owocne, natomiast bardzo rozpowszechnione prowadzenie wykładu z dowolnego działu matematyki poprzez odczytywanie treści wcześniej przygotowanych transparentów lub slajdów jest metodycznym błędem.

Dewar (2002) podziela opinię innych badaczy, że aby osiągnąć dojrzałość i perfekcję zawodową nauczyciel musi być oceniany w sposób ciągły i mieć stałe wsparcie ze strony władz szkoły. W drastycznych sytuacjach ocenianie ma pomóc wyeliminować z grona nauczycieli osoby, które nie nadają się do tego zawodu. W większości przypadków ma jednak być środkiem aktywizowania nauczycieli do ustawicznego podnoszenia ich kwalifikacji merytorycznych, dydaktycznych i pedagogicznych. Dewar zwraca też uwagę na

niebezpieczeństwa społeczne wynikające z niewłaściwego przewartościowywania celów szkoły, którego wyrazem jest, między innymi, uznawanie zdobywania funduszy niezbędnych dla istnienia i funkcjonowania szkoły za cel główny szkoły, a procesu edukacyjnego za cel wtórny.

Zagadnienie oceny zawodowych kompetencji nauczycieli musi być rozpatrywane z równocześnie z wielu punktów widzenia, częściowo sprzecznych ze sobą. Jeden z nich jest związany z koniecznością obsadzania kluczowych stanowisk nauczycielskich osobami, które rokują, że ostateczne wyniki procesu edukacyjnego osiągną z góry określony poziom, a może go nawet przekroczą. W związku z tym rodzi się pytanie: na podstawie jakich cech można sądzić, że jeden nauczyciel osiągnie lepsze końcowe wyniki w danym cyklu edukacyjnym niż drugi? Jak rozstrzygnąć, które z ich cech osobowościowych (umysłowość, pracowitość, wiek, płeć, poziom etyczny itp.) bądź zawodowych (status w zawodzie nauczyciela, wykształcenie, dotychczasowe doświadczenie edukacyjne itp.) o tym decydują. Jedne z tych cech dają się skwantyfikować i wyrazić w sposób numeryczny, inne muszą być opisane słownie. Dotychczasowe procedury oceny opierały się przede wszystkim na cechach kwantyfikowalnych. Pozwalało to bowiem wykorzystywać do predykcji efektywności pracy nauczyciela metody i techniki opracowane na gruncie psychometrii (Lins 1946; Cronbach i Leser 1965; Mietzel 2001).

Po latach zafascynowania metodami psychometrycznymi przyszła refleksja. Okazało się bowiem, że predykcje efektywności pracy nauczycieli robione tymi metodami na ogół nie sprawdzają się. Stało się to impulsem do rozpoczęcia poszukiwania nowych metod, uwzględniających ilościowo-jakościowy charakter kompetencji nauczycielskich. Niestety, badania te są wciąż jeszcze w stadium początkowym. W oparciu o literaturę przedmiotu można wyrazić pogląd, że powodem tego stanu rzeczy jest zbyt słabe wykorzystanie w badaniach nad edukacją metodologii takich dziedzin, jak teoria informacji, cybernetyka, analiza systemowa, synergetyka, teoria podejmowania decyzji wieloatrybutowych. Dziedziny te każą patrzeć na szkołę i na prowadzony w niej proces edukacyjny jako na obiekty systemowe. Z systemowego punktu widzenia proces edukacyjny trzeba analizować na co najmniej dwóch wzajemnie dopełniających się poziomach: mikroskopowym i makroskopowym. Przedmiotem analizy mikroskopowej jest jeden nauczyciel.

Przedmiotem analizy makroskopowej jest zbiorowość nauczycieli traktowana jako jedna systemowa całość. W pierwszym przypadku zasadniczym celem analizy jest określenie zależności między czynnikami charakteryzującymi kompetencje konkretnego nauczyciela a wynikami jego pracy. W drugim przypadku chodzi o znalezienie analogicznych zależności, ale charakteryzujących całą zbiorowość nauczycieli w sensie średnim. Wyniki analizy mikroskopowej mogą być wykorzystywane do oceny kompetencji tego nauczyciela, którego dotyczą. Wyniki analizy makroskopowej mogą być wykorzystane do oceny jakości prowadzenia procesu edukacyjnego w całej szkole. Trzeba pamiętać, że wartości makroskopowe mają zawsze charakter średnich statystycznych: są obliczone na podstawie danych dotyczących indywidualnych nauczycieli, ale nie charakteryzują żadnego z nich, lecz zbiorowość nauczycieli jako całość. Przypisywanie poszczególnym nauczycielom cech właściwych badanej zbiorowości nauczycieli, traktowanej jako populacja statystyczna, jest poważnym błędem metodologicznym i prowadzi do wynaturzenia procesu oceny.

Istotą analizy mikroskopowej i makroskopowej jest identyfikacja zależności między kompetencjami zawodowymi i doświadczeniem nauczyciela lub grupy nauczycieli, a jakością uczniów lub studentów osiągniętą na koniec określonego stadium edukacji (semestru, roku, szkoły). W przypadku mikroskopowym analiza ta jest niezwykle trudna, a otrzymane dotychczas wyniki z reguły mają charakter hipotetyczny. Stwierdzono jednak – a wynik ten został wielokrotnie empirycznie potwierdzony – że stopień korelacji między stosowanymi obecnie miernikami poziomu wiedzy nauczyciela a osiągnięciami jego uczniów jest bardzo słaby (Schalock 1979; Druva i Anderson 1983; Soar, Medley i Coker 1983; Goldhaber i Brewer 1996). Stwierdzono też, że istnieje umiarkowana korelacja między doświadczeniem nauczyciela w nauczaniu przedmiotu zgodnego z jego wykształceniem, a osiągnięciami uczniów (Soar, Medley i Coker 1983). W szczególności okazało się, w oparciu o analizę wyników masowo przeprowadzonych testów, że istnieje silna zależność korelacyjna między poziomem wiedzy matematycznej uczniów, a kompetencjami ich nauczyciela do nauczania matematyki (Monk 1994; Goldhaber i Brewer 1996). Ważnym wynikiem jest też stwierdzenie, że ma miejsce silna korelacja między doświadczeniem nauczyciela w nauczaniu danego przedmiotu a wynikami uczniów zaniedbanych w nauce, którzy najczęściej pochodzą z rodzin ubogich – im większe do-

świadczenie ma nauczyciel, tym lepsze są wyniki tych uczniów (Murnane i Phillips 1981).

Istnieje również garść wyników dotyczących analiz procesu edukacyjnego na poziomie makroskopowym. Coleman (1996) zastosował metodę regresji wielorakiej do zbadania statystycznej zależności między wynikami osiąganymi przez dużą populację uczniów a następującymi czynnikami charakteryzującymi osobę nauczyciela: lata pracy nauczyciela, osiągnięty status zawodowy, pochodzenie etniczne, bogactwo języka, wykształcenie rodziców, skłonność nauczyciela do pracy z uczniami wywodzącymi się z warstw ubogich, status ekonomiczny nauczyciela w okresie, gdy sam był uczniem. Stwierdził, że korelacja wyników edukacji z każdą z tych cech, przy założeniu, że wszystkie pozostałe są stałe, jest bardzo słaba. Hanushek (1971, 1996, 1997) uogólnił ten wynik pokazując, że korelacja między wynikami edukacji a wszystkimi tymi czynnikami łącznie wziętymi jest też niezwykle słaba. Podobnych prac jest wiele, ale wszystkie one mają jedynie charakter przyczynkowy. Ich myślą wiodącą jest przekonanie autorów, że z procesu oceny nauczycieli można wyeliminować czynnik subiektywizmu poprzez matematyzację tego procesu. Jest to pogląd błędny. Subiektywność jest bowiem inherentną właściwością procesu oceny, zaś obiektywność metod matematycznych ma charakter względny. O obiektywności podejścia matematycznego można mówić tylko w ramach subiektywnie przyjętych założeń, a więc uważanie, że zastosowanie metod matematycznych zobiektywizuje proces oceny jest iluzją. Istnieje więc potrzeba opracowania nowej metodologii oceny nauczycieli, opartej nie na dążeniu do wyeliminowania z tego procesu czynnika subiektywizmu, bo jest to niemożliwe, ale na uwzględnieniu jego rzeczywistej roli w tym procesie. Nie może to być bowiem proces mechaniczny, gdyż jego istotą jest to, że ludzie oceniają ludzi. Jakość wykonania tego procesu będzie zawsze zależała od etyczno-moralnej postawy tych, którzy go prowadzą, od przestrzegania przez nich określonych systemów wartości i norm postępowania. Dla ustalenia takich norm konieczna jest identyfikacja głównych charakterystyk jakości zawodowej nauczycieli. Prace w tym kierunku są prowadzone w niemal wszystkich krajach. Niestety, najczęściej są one naśladownictwem prac wykonanych dla potrzeb szkolnictwa amerykańskiego. Pozbawia to je waloru praktycznej użyteczności, ponieważ system szkolny każdego kraju ma swoją własną specyfikę wynikającą z jego historycznych, społecznych, cywilizacyjnych i kulturowych

uwarunkowań oraz własnych tradycji edukacyjnych, które muszą być wzięte pod uwagę przy opracowywaniu systemu oceny szkolnictwa tego kraju, a więc i systemu oceny nauczycieli.

Specyfika szkolnictwa poszczególnych krajów nie neguje faktu, że istnieją pewne charakterystyczne dla zawodu nauczycielskiego cechy, które muszą znaleźć odbicie w każdym systemie standardów oceny nauczycieli. Przyjmuje się, że standardy te powinny obejmować trzy obszary: (1) stronę merytoryczną i formalną procesu edukacyjnego, (2) etykę edukacji – w tym nie tylko etykę osób ocenianych, ale także oceniających oraz (3) prawa i obowiązki nauczycieli (zob., np., Danielson 1996; Danielson i McGreal 2000; Peterson 2000; Peterson, Kelly i Caskey 2002). W wielu krajach przyjęto ten podział, sformułowano listy atrybutów jakie powinien posiadać dobry nauczyciel i opracowano systemy oceny nauczycieli. W systemach tych operuje się w nich pojęciami standardów, kompetencji, praw, obowiązków, norm, cech osobowościowych itp. i próbuje się za ich pomocą naszkicować model dobrego nauczyciela. Z tym abstrakcyjnym wzorcem, traktowanym jako punkt odniesienia, porównuje się zawodowe kompetencje ocenianych nauczycieli. Ten tryb oceny nauczycieli jest jednak tylko z pozoru logiczny, etyczny i sprawiedliwy. Nie można bowiem sformułować w pełni obiektywnego i wyczerpującego katalogu cech, których posiadanie gwarantowałoby dobrą jakość zawodową nauczyciela. Każda konkretna lista cech dobrego nauczyciela jest skażona subiektywizmem, a często i tendencyjnością jej autorów. Systemy oceniania tworzone w oparciu o takie listy nie są wcale obiektywne – wyniki ocen uzyskanych za ich pomocą mogą być iluzoryczne. Rzeczywiste charakterystyki dobrego nauczyciela są wzajemnie ze sobą powiązane i zależą w dużej mierze od warunków jego pracy. Jeden i ten sam nauczyciel może w różnych warunkach osiągać istotnie różne wyniki edukacyjne i otrzymać diametralnie różne oceny. Zamiast tworzyć nierealne sylwetki idealnego nauczyciela trzeba raczej ograniczyć się w ocenach do kilku nie budzących wątpliwości cech podstawowych i nie traktować braku którejkolwiek z pozostałych jako mankamentu. Można być bowiem bardzo dobrym nauczycielem jakiegoś przedmiotu i osiągać wspaniałe wyniki edukacyjne, a nie mieć talentu wychowawczego. Można też być wspaniałym wychowawcą, a nie mieć umiejętności jasnego i lotnego tłumaczenia treści nauczanego przedmiotu. Można wspaniale wykładać, a nie umieć nawiązać merytorycznego kontaktu z uczniem lub studentem

podczas egzaminu. Można wreszcie być wspaniałym dydaktykiem, a nie mieć zdolności organizatorskich. Są to fakty znane od tak dawna, jak głęboko sięga historia edukacji. Dominujące obecnie w świecie kierunki badań nad oceną zawodowej jakości nauczycieli świadczą jednakże o tym, że są to fakty na tyle zapomniane, że ponownemu odkryciu któregokolwiek z nich przypisuje się nierzadko wielką rangę naukową. Przykładem może uznanie za odkrywczy wyniku mówiącego o istnieniu silnej korelacji między wiedzą matematyczną nauczyciela, a wiedzą matematyczną jego uczniów. Dla stwierdzenia tego faktu nie potrzeba stosowania metod statystycznych – wystarczy dobrze zapoznać się z historią i psychologią edukacji oraz pedagogiką.

Nie można skonstruować takiego systemu oceny nauczycieli, który zwolni osoby oceniające od osobistej i zespołowej odpowiedzialności za podjętą decyzję. Nie należy dążyć do pełnej matematyzacji procesu oceny – a pod hasłem źle rozumianej potrzeby normatywności kierunek ten cieszy się obecnie dużym wzięciem – bo jest to proces niematematyzowalny. Można natomiast i trzeba wykorzystywać w tym procesie metody matematyczne jako środki wspomagające pracę zespołów oceniających, ale musi to być robione z rozwagą, umiarem i znajomością rzeczy.

3.2. Podstawowe sposoby oceny zawodowej jakości nauczycieli

W badaniach nad metodami oceny jakości nauczycieli wciąż dominuje dążenie do wyrażania ocen w kategoriach czysto ilościowych. Jest to wygodne, ale niepoprawne. Faktycznie bowiem zdecydowana większość atrybutów charakteryzujących jakość nauczyciela ma sens jakościowy. Powszechnie stosowane w szkolnictwie systemy ilościowe nie spełniają więc swojej roli. W większości z nich stosuje się wyłącznie wskaźniki charakteryzujące zachowania się nauczyciela w różnych kontekstach edukacyjnych, zupełnie jednak pomijając jego osiągnięcia edukacyjne, a więc wyniki prowadzonego przez niego procesu edukacyjnego. W tle tego podejścia leży ukryte założenie, że osiągnięcia te są zawsze w pełni zgodne z obowiązującymi standardami. Jest to założenie niepoprawne, wynikające z niewłaściwej interpretacji statystycznego prawa wielkich liczb. Prawdą jest bowiem, że jeżeli rozpatruje się dostatecznie liczną zbiorowość nauczycieli, to – w sensie średnim – wynik pracy edukacyjnej nauczyciela spełnia wymagania wynikające ze standardów nauczania. Ale z tego wynika, że stwierdzenie to jest prawdziwe w

odniesieniu do każdego nauczyciela z tej zbiorowości. O średnich cechach zbiorowości nauczycieli można sądzić na podstawie ocen poszczególnych nauczycieli, ale przenoszenie średnich cech tej zbiorowości na każdego z jej członków jest błędem. Ocena nauczycieli musi być procesem w pełni zindywidualizowanym, tak jak indywidualne są ścieżki rozwoju zawodowego każdego z nich. Wszelka uniformizacja tych ścieżek jest szkodliwa i wcześniej czy później negatywnie odbija się zarówno na wynikach procesu edukacyjnego, jak i na jakości zawodowej nauczyciela. Nauczyciele zaczynają bowiem mniej troszczyć się o jakość nauczania i dobro uczniów oraz studentów, a bardziej stawiają na sprostanie formalnym wymogom, od spełnienia których zależy ich awans zawodowy – niestety zbyt często utożsamiany z rozwojem zawodowym nauczyciela. Jeżeli intencją oceniania ma być prawdziwa pomoc nauczycielom w ich rozwoju zawodowym, a przez to i w pokonywaniu kolejnych stopni awansu zawodowego, to pierwsze miejsce w tym procesie musi zająć ocena rzeczywistych wyników procesu edukacyjnego prowadzonego przez danego nauczyciela. Oczywiście, o wynikach tych nie można sądzić – a przynajmniej nie można sądzić wyłącznie – w oparciu o oceny wystawiane uczniom lub studentom przez nauczyciela. Zdarza się bowiem, że nauczyciele zawyżają oceny kierując się źle rozumianym dobrem ucznia, bądź przedkładając na dobro ucznia interes własny lub interes szkoły. Zdarza się też, że nauczyciele nie mający przygotowania pedagogicznego zaniżają oceny, ponieważ są niekomunikatywni, zbyt formalnie traktują sprawdziany wiedzy (kartkówki, klasówki, kolokwia, egzaminy), nie potrafią nawiązać kontaktu z uczniem lub studentem i sprawdzić rzeczywistego stanu jego wiedzy. Krzywdzą tym jednego lub drugiego i obniżają prestiż szkoły. O ograniczonej miarodajności ocen wystawianych uczniom przez nauczycieli, zwłaszcza na koniec poszczególnych etapów edukacji w szkolnictwie niższym, świadczy chociażby rozbieżność między ocenami uczniów na świadectwach ukończenia szkoły podstawowej, gimnazjum i liceum, a rzeczywistym stanem ich wiedzy przedmiotowej, stwierdzanym w chwili podejmowania studiów wyższych. Szczególnie rażąco ujawnia się to w odniesieniu do przedmiotów ścisłych, zwłaszcza matematyki. Jest to zjawisko powszechne, obserwowane w niemal wszystkich krajach. Ostro je krytykując i wskazując jego przyczyny Paulos nazwał je współczesnym analfabetyzmem matematycznym (Paulos 1989), którym w dużej mierze są objęte nawet osoby uważane lub uważające się za należące do elit intelektualnych.

Drugą wadą dotychczasowych metod oceny jakości zawodowej nauczycieli jest dokonywanie tych ocen w sposób zaoczny, bez bezpośredniego udziału osoby zainteresowanej. Z formalnego punktu widzenia może to wydawać się słuszne, lecz faktycznie jest nieetyczne i niesprawiedliwe. Bardzo często bowiem w składach zespołów oceniających znajdują się osoby nie znające specyfiki specjalności danego nauczyciela, a więc nie potrafiące ocenić jego osiągnięć edukacyjnych. Poza tym, opinie członków zespołu oceniającego o poszczególnych aspektach jakości zawodowej nauczyciela mają zawsze charakter subiektywny, a ta subiektywność kumuluje się i znajduje odbicie w zbiorowej ocenie, która może być zbyt pozytywna lub zbyt negatywna dla osoby ocenianej – zwłaszcza jeśli proces oceny ma strukturę hierarchiczną. Przykładów takich sytuacji jest wiele i są one opisane literaturze (zob,. np., McNeal i Poplam 1973; Wood i Pohland 1979; Gitlin i Smyth 1989). Skłaniają one do sformułowania wniosku, że ponieważ dotychczasowe doświadczenie uczy, iż na wynik oceny zawodowej nauczyciela wpływa w dużej mierze subiektywne nastawienie członków zespołu oceniającego, więc w skład komisji oceniającej powinny wchodzić wyłącznie osoby wysoce etyczne, umiejące zdobyć się na bezstronność i znające dziedzinę pracy nauczyciela, którego sprawa jest rozpatrywana. Zanim powoła się więc kogoś na członka komisji oceniającej trzeba wpierw ocenić, czy ma on niezbędne do tego kompetencje. Ocenianie nauczycieli nie może być bowiem czynnością mechaniczną, wykonywaną w sposób formalny na podstawie przedłożonej komisji dokumentacji.

Dotychczasowe próby zastosowania metod analizy korelacyjnej i regresyjnej do identyfikacji czynników, które mogłyby być uznane za determinanty zawodowej jakości nauczyciela, przyniosły mierne rezultaty. Ocenianie na ich podstawie kompetencji zawodowych nauczyciela byłoby bardzo iluzoryczne. Wydaje się, że trzeba zmienić kierunek badań. Wskazówką do jego wyboru jest fakt, że czynniki charakteryzujące proces edukacyjny i występujące w nim podmioty są w większości wielkościami jakościowym, nie dającymi się skwantyfikować. Praktyka edukacyjna dowodzi, że (1) im większe doświadczenie edukacyjne ma nauczyciel, tym lepsze wyniki osiągają jego uczniowie, przy czym (2) znacznie lepsze wyniki osiągają wychowankowie tych nauczycieli, których kompetencje są regularnie kontrolowane. Zasadniczym błędem mnożących się obecnie

systemów oceniania jest uznanie, że osiągnięcie przez nauczyciela określonego stopnia awansu zawodowego jest równoznaczne ze zdobyciem przez niego na trwałe określonych kompetencji i umiejętności dydaktycznych. Powszechne doświadczenie pokazuje, że bardzo szybko, a także bardzo często te kompetencje i umiejętności przeradzają się w rutynę, przez co proces edukacyjny staje się mniej wydolny. Ważnym czynnikiem, który powinien być brany pod uwagę przy ocenie zawodowej jakości nauczycieli powinno więc być udokumentowane aktywne uczestnictwo w różnych formach kształcenia ustawicznego, takich jak studia podyplomowe – niekoniecznie kwalifikacyjne, kursy doskonalenia zawodowego, konferencje, seminaria i warsztaty, posiadanie publikacji itp.

Te fakty wskazują, że proces oceny zawodowej jakości nauczycieli musi nabrać charakteru systemowego. Trzeba uzmysłowić sobie, że w gruncie rzeczy jest to złożony, hierarchicznie zorganizowany, wieloatrybutowy i wielokontekstowy, ilościowo-jakościowy proces decyzyjny, którego znamieniem jest niekompletność, nieprecyzyjność, niepewność i nie zawsze duża wiarygodność danych. Jest to proces realizowany w warunkach wielorakiego ryzyka i nieokreśloności przyszłości, przy czym matematycznymi modelami występujących w nim wielkości są zmienne ilościowe bądź jakościowe, deterministyczne bądź stochastyczne (tj. probabilistyczno-statystyczne), przy czym chodzą w grę przede wszystkim trzy podstawowe rodzaje stochastyczności: addytywna, podaddytywna i nadaddytywna.

3.3. Okresowość czy ciągłość procesu oceny nauczycieli

W teorii i praktyce edukacji utrwaliło się przekonanie o potrzebie i wystarczalności okresowej oceny zawodowych kompetencji nauczycieli. W różnych systemach edukacyjnych przyjmuje się różną długość tego cyklu. Z reguły nie przekracza ona pięciu lat. Podkreśla się, że wyniki ocen okresowych skłaniają nauczycieli do uzupełniania i doskonalenia kwalifikacji zawodowych – w ten sposób realizuje się zasada sprzężenia zwrotnego między procesem edukacyjnym a jego wynikami (Iwanicki 1990; ACSMI 1992; Valentine 1992; Hutchison 1995; Levia 1995; Smith 1995; Smyth 1996; Mo, Corners i McCormick 1998; Yeh 2003).

Ważny elementem procedury oceniania jakości zawodowej nauczyciela jest opinia o

sposobie prowadzenia przez niego zajęć, formułowana przez wizytatora lub wizytatorów. Korzystając z niej trzeba pamiętać, że wizytacja obejmuje zazwyczaj jedną lub dwie godziny zajęć dydaktycznych. Praktyka uczy, że w trakcie zapowiedzianej wizytacji ani nauczyciel, ani uczniowie lub studenci nie zachowują się w sposób całkiem naturalny. Świadomość, że są obserwowani, bywa dla nich stresogenna. Nierzadko zdarza się, że klasa lub grupa studencka jest przez nauczyciela przygotowana na wypadek wizytacji. Tak więc opinia o nauczycielu, jaką sobie wyrobi wizytator, nawet jeśli jest w pełni obiektywna, może być z gruntu fałszywa. Negatywną stroną opiniowania jakości nauczyciela przez wizytatora jest możliwość stronniczości, spowodowana niechęcią do nauczyciela. Zdarza się, że nauczyciel przerasta wiedzą i umiejętnościami dydaktycznymi wizytatora, który powodowany kompleksem niższości świadomie zaniża jego ocenę. Zdarza się też, że niekompetentny wizytator woli ocenić nauczyciela wysoko, niż narazić się na ujawnienie swojej niewiedzy. Mówiąc więc o ocenie zawodowej jakości nauczycieli trzeba tym procesem objąć również ich ocenę jako rzeczywistych lub potencjalnych członków zespołów oceniających.

Przedmiotem silnych kontrowersji jest dylemat, czy ocena nauczycieli powinna odbywać się okresowo, czy w sposób ciągły. Obie koncepcje mają swoich zwolenników i przeciwników. Jedni uważają, że ocena prowadzona w sposób ciągły stresuje nauczyciela, skłania go do przywiązywania większej uwagi do formalnej poprawności procesu edukacyjnego niż do jego wartości merytorycznej, że jest wyrazem braku zaufania do nauczyciela itp. Drudzy twierdzą, że nauczyciel poddawany ocenom okresowym może przygotować się do oceny i wypaść znakomicie, z czego wcale nie wynika, że w okresie między ocenami dobrze wykonuje swoje zadania. Historia edukacji – a zwłaszcza obserwacje celowo i świadomie prowadzone w ostatnich dziesięcioleciach – pokazują, że znacznie lepsze wyniki uzyskują nauczyciele, poddawani ocenie ciągłej niż ci, których zawodową jakość sprawdza się okresowo. Ten tryb sprawdzania jakości nauczycieli chroni ich przed rutyną, mobilizuje ich do systematycznego przygotowywania się do zajęć i ustawicznego podnoszenia kwalifikacji, a uczniów lub studentów do regularnego uczenia się i aktywnego uczestniczenia w zajęciach. Pozwala też na bieżąco wspomagać nauczyciela w pokonywaniu trudności oraz usuwaniu dostrzeżonych braków merytorycznych i dydaktycznych.

Skłaniamy się też ku temu poglądowi: proces oceny zawodowych kompetencji nauczycieli powinien przebiegać w sposób ciągły. Zajęcia powinny być wizytowane często, ale w sposób niezapowiedziany i nieformalny. Rozwój zawodowy nauczyciela na każdym szczeblu edukacji powinien być monitorowany, a zauważone mankamenty powinny być bezzwłocznie i w sposób życzliwy komunikowane nauczycielowi. Nie chodzi bowiem o ocenę jakości nauczyciela dla samej oceny. Celem oceny jest wskazanie nauczycielowi sposobów podnoszenia jego wiedzy merytorycznej oraz doskonalenia umiejętności dydaktycznych i pedagogicznych – a wszystko po to, by mógł on lepiej niż dotychczas realizować proces edukacyjny. Podstawowym i ostatecznym miernikiem zawodowej jakości nauczyciela jest poziom wiedzy uczniów lub studentów, wyniesionej z prowadzonych przez niego zajęć.

3.4. Ocena nauczycieli przez uczniów lub studentów

Głównymi aktorami procesu edukacyjnego są dwie strony: nauczyciele oraz uczniowie lub studenci. Chociaż prawa, obowiązki, ograniczenia i partykularne cele każdego z nich w tym procesie są różne, to jednak podstawowy efekt procesu edukacyjnego zależy od postawy, wzajemnego stosunku oraz zaangażowania jednych i drugich. Z tego wynika, że przy ocenianiu jakości zawodowej nauczyciela powinny liczyć się nie tylko głosy członków zespołu oceniającego, ale także opinia społeczności uczniowskiej lub studenckiej. Tylko uczniowie mogą ocenić, czy nauczyciel jest komunikatywny czy też nie, czy przedstawia treści, których uczy, w sposób jasny i zrozumiały, czy potrafi przyznać się do popełnienia omyłki, czy dopuszcza dyskusję, czy skłania uczestników zajęć do samodzielnej refleksji nad poruszanym tematem, czy jest wymagający i bezstronny w ocenianiu ich wiedzy i umiejętności, czy potrafi zrozumieć ucznia lub studenta i wczuć się w jego sytuację, czy jest dostępny itd. Tych cech nie można jednoznacznie skwantyfikować, więc muszą wyrażone przez uczestników zajęć w sposób jakościowy, na przykład jako odpowiedzi na pytania przedstawione w formie ankiety.

Do opinii o nauczycielu przedstawionych przez uczniów lub studentów trzeba jednak podchodzić z dużą ostrożnością. Trzeba przede wszystkim pewność, że nie jest ona tendencyjna. Często bowiem zdarza się, że nauczyciel wymagający jest przez uczestników

zajęć źle oceniany, natomiast nauczyciel mniej wymagający cieszy się ich uznaniem. Bywa, że nauczyciel otwarty i przyjazny dla uczniów lub studentów, lecz zachowujący w stosunku do nich niezbędny dystans, jest przez nich znacznie gorzej oceniany, niż nauczyciel, który żyje z nimi na stopie niemal koleżeńskiej. Ocena nauczyciela przez środowisko uczniowskie lub studenckie może więc być z gruntu fałszywa – trzeba więc traktować ja z odpowiednią rezerwą (Glass 1989; Peterson, Kelly i Caskey 2002).

3.5. Podstawowe koncepcje nauczania

Istotnym czynnikiem oceny zawodowych kompetencji nauczyciela jest sposób (technika) prowadzenia przez niego zajęć. Dwiema skrajnymi koncepcjami prowadzenia procesu edukacyjnego są: (1) nauczanie, w którym głównym aktorem jest nauczyciel, oraz (2) nauczanie, w którym rola ta przypada uczniom lub studentom. Pierwsze z nich jest nazywane podejściem tradycyjnym lub klasycznym, drugie kojarzy się ze współczesnymi formami edukacji. Oba podejścia różnią się od siebie w sposób zasadniczy – patrz tablica 3.1. Każde z nich ma określone wady i zalety. W dzisiejszym szkolnictwie żadne z nich nie występuje w formie czystej. Przeważa styl mieszany, w którym najlepsze elementy nauczania tradycyjnego są skojarzone z podejściem nowoczesnym, opartym na koncepcji indywidualizacji nauczania oraz wspólnego aktywnego uczestnictwa uczniów lub studentów i nauczycieli w zdobywaniu wiedzy, wspólnego także wspólnego oceniania wyników nauczania.

Dotychczasowe doświadczenie edukacyjne, ujawniając szereg wymagających usunięcia mankamentów dotyczących techniki prowadzenia zajęć, świadczy jednak o zdecydowanej przewadze mieszanego stylu nauczania nad pozostałymi. Wymaga on jednak od nauczyciela odejścia od zrutynizowanego, podawczego trybu prowadzenia zajęć i przygotowywania oraz prowadzenia ich w taki sposób, by wszyscy uczestnicy brali w nich aktywny udział współpracując ze sobą, a nie rywalizując. W tak prowadzonych zajęciach rola nauczyciela istotnie się zmienia: przestaje on już być dla uczniów lub studentów niepodważalnym autorytetem naukowym oraz nieomylnym i niekwestionowanym źródłem wiedzy, lecz wspólnie z nimi uczestniczy w trakcie zajęć w jej odkrywaniu. Może popełniać błędy i omyłki, ale powinien umieć przyznać się do nich. Przestaje pełnić

wobec uczniów i studentów funkcję mentora, a staje się raczej inicjatorem, instruktorem i organizatorem zajęć.

Tablica 3.1

Dwie koncepcja nauczania i ich podstawowe cechy

Główny aktor procesu edukacyjnego	
Nauczyciel	Uczeń lub student
Wiedza jest przekazywana uczniom lub studentom przez nauczyciela w sposób podawczy.	Pod kierunkiem nauczyciela uczniowie lub studenci sami dokonują odkryć i tworzą wiedzę.
Nacisk jest położony na zdobywanie wiedzy, często poza kontekstem, w którym będzie stosowana.	Nacisk je położony na stosowanie wiedzy, aby uczulić uczestników zajęć na problemy, z którymi spotkają się poza szkołą.
Zadaniem nauczyciela jest przekazanie wiedzy i ocena stopnia jej opanowania.	Zadaniem nauczyciela jest pobudzenie uczestników zajęć do samodzielnego zdobywania wiedzy – stopień jej opanowania jest oceniany wspólnie przez uczestnika zajęć i nauczyciela.
Ocenia się wyniki procesu edukacyjnego.	Ocena kompetencji nauczyciela i wyników prowadzonego przez niego procesu edukacyjnego jest sposobem diagnozowania problemów edukacyjnych,
Nauczanie i ocena jego wyników są od siebie oddzielone – uczeń uczy się, a oceny dokonuje nauczyciel.	Nauczanie i ocena jego wyników przeplatają się ze sobą. Ocena jest wypadkową samooceny ucznia i opinii nauczyciela.
W uczeniu się dominuje indywidualizm i rywalizacja.	W uczeniu się dominuje czynnik kooperacji współpracy.
Uczniowie i studenci są nauczani.	Nauczyciele i uczniowie lub studenci uczą się wspólnie.

4. Model szkoły w skali makro

4.1. Uwagi wstępne

Ocena jakości nauczycieli i programowanie ścieżek ich zawodowego rozwoju nie mogą być prowadzone w oderwaniu od oceny jakości organizacji, funkcjonowania i rozwoju szkoły. Nawet najlepsza kadra dydaktyczna niewiele zdziała, jeśli szwankuje organizacja szkoły i prowadzonego w niej procesu edukacyjnego, bądź też jeżeli proces rozwoju szkoły jest niewłaściwie kształtowany i realizowany. Są to fakty znane od dawna, stanowią bowiem jedynie konkretyzację praw ogólnej teorii rozwoju systemów o celowym działaniu w odniesieniu do sfery edukacji. Konieczne jest więc podjęcie badań nad modelowaniem szkoły jako systemu o celowym działaniu, w którym jest realizowany proces edukacyjny. Podstawowe znaczenie dla kształtowania tego procesu przez władze szkoły – a podstawowym czynnikiem kształtowania jakości szkoły jest zawodowa jakość nauczycieli – ma posiadanie makroskopowego modelu szkoły. Niestety, badania w tym kierunku są bardzo zaniedbane. Jest to poważna luka, istotnie ograniczająca możliwość indywidualizacji i obiektywizacji ocen jakości nauczycieli oraz wytyczania linii ich rozwoju zawodowego. W tym rozdziale przedstawimy propozycję takiego modelu.

4.2. Szkoła i proces edukacyjny a ekonomika edukacji

W ostatniej dekadzie 20. wieku rozwinęła się nowa dziedzina naukowa związana z edukacją – ekonomika edukacji. Jest to dziedzina interdyscyplinarna. Najogólniej mówiąc zajmuje się ona zastosowaniem metod ekonomii do badania, jakie czynniki są determinantami rozwoju edukacji, jaki jest wpływ edukacji na jednostki, grupy społeczne, społeczeństwa, narody i na poziom ich życia, w jaki sposób można poprawić jakość, skuteczność, powszechność, sprawiedliwość edukacji oraz jak przygotowywać, promować i przeprowadzać reformy edukacyjne. Ważnym polem zainteresowań ekonomiki edukacji jest identyfikacja – na poziomie makroekonomicznym – interakcji zachodzących między systemami edukacyjnymi a rynkami pracy. Szczególny akcent kładzie przy tym na rozwój metod przygotowywania i oceny projektów edukacyjnych, metod ich analizy ekonomicznej, metod finansowania szkolnictwa państwowego i prywatnego, metod decentralizacji zarządzania szkolnictwem. Ekonomika edukacji obejmuje badaniem wszystkie

poziomy edukacji dzieci, młodzieży i dorosłych, oba sektory szkolnictwa – państwowy i prywatny, oraz wszystkie rodzaje szkół.

Do chwili powstania ekonomiki edukacji badania ekonomicznych aspektów procesów edukacyjnych były prowadzone w ramach tradycyjnej ekonomii (zob., np., Becker 1993). Szczególne ich nasilenie przypadało – jak już wspominaliśmy – na lata pięćdziesiąte i sześćdziesiąte 20. wieku. Ich znamieniem było traktowanie szkoły jako przedsiębiorstwa produkcyjnego, w którym – podobnie jak w innych przedsiębiorstwach produkcyjnych – istnieją dwa rodzaje czynników produkcji: kapitał i siła robocza. Funkcję procesu produkcyjnego spełniał proces edukacyjny, a kadra nauczycieli i wychowawców stanowiła siłę roboczą. Zadaniem takiego przedsiębiorstwa edukacyjnego było przetworzenie w określonym czasie strumienia uczniów rozpoczynających naukę w szkole w strumień absolwentów, spełniających określone standardy wiedzy i umiejętności. Działalność szkoły, w tym jakość procesu edukacyjnego i jakość prowadzącej ten proces kadry były opisywane w czysto ilościowych kategoriach ekonomicznych (funkcja produkcji, wskaźniki efektywności itp.). Pracownicy naukowo-dydaktyczni byli uważani za siłę roboczą, która jest wydatkowana na przekształcenie w toku procesu edukacyjnego strumienia osób przyjętych do szkoły w strumień absolwentów. Podejście to utrwaliło się w ekonomice edukacji, chociaż z wielu punktów widzenia jest niepoprawne. Po pierwsze dlatego, że – w odróżnieniu od przedsiębiorstw produkujących dobra materialne – podmiotem i przedmiotem procesu edukacyjnego jest człowiek, a wytworem tego procesu jest ten sam człowiek, ale już bardziej dojrzały, wzbogacony osobowościowo i wyposażony w odpowiedni ładunek wiedzy i umiejętności. Jeżeli więc szukać analogii między procesem edukacyjnym i procesami produkcji, to należałoby patrzeć na szkołę jako na jednostkę produkcji materialnej, której wytworem jest dobro niematerialne w postaci usługi edukacyjnej. Po drugie, błędem jest traktowanie pracy nauczycielskiej jako czystego odpowiednika pracy ludzi zatrudnionych w produkcji dóbr materialnych. W pracy edukacyjnej, bardziej niż w innych zawodach, angażuje się nie tylko siła fizyczna, ale cała osoba i osobowość nauczyciela. Nauczyciel wkłada wprawdzie w proces edukacyjny pewien wysiłek fizyczny, ale nie ten wysiłek jest najważniejszy. Podstawowe znaczenie dla jakości procesu edukacyjnego ma osobowość nauczyciela, jego postawa etyczno-moralna, jego kapitał intelektualny oraz kompetencje merytoryczno-dydaktyczne. Dla

dobra uczniów lub studentów nauczyciel angażuje w proces edukacyjny całą swoją wiedzę i umiejętności dydaktyczne. Utożsamianie pracy fizycznej z pracą intelektualną, bądź też spotykane próby przeliczania na jednostki pracy fizycznej wysiłku umysłowego wkładanego przez nauczyciela w proces edukacyjny jest też niepoprawnością metodologiczną. Podobnych mankamentów wynikających z bezpośredniego, a zarazem bezkrytycznego przenoszenia modeli produkcji materialnej na grunt edukacji jest wiele. Nie będziemy ich analizować, bowiem już te dwa, które wskazaliśmy, podważają zasadność takiego postępowania.

Skoro tradycyjne podejście do modelowania szkoły jako systemu produkcyjnego jest metodologicznie niepoprawne, to powstaje pytanie, czy w ogóle taka analogia jest uzasadniona. Aby na nie odpowiedzieć trzeba spojrzeć na szkołę z systemowego punktu widzenia. Jest ona układem pewnych elementów (urządzeń infrastrukturalnych, zaplecza administracyjno-socjalnego, uczniów lub studentów, nauczycieli, programów nauczania, lat nauki, semestrów, oddziałów, grup edukacyjnych, kierunków i specjalności, ścieżek edukacyjnych itd.), które są ze sobą wzajemnie powiązane tworząc niezwykle złożony system o wielu różnorodnych sprzężeniach zwrotnych. Ideą wiążącą te elementy są zasady organizacji i funkcjonowania procesu edukacyjnego, których spełnienie nadaje temu układowi cechę systemowości oraz celowości. Dzięki tym zasadom między elementami szkoły jako systemu zachodzą określone stosunki porządkujące,. Mają one charakter związków koniecznych wynikających z logiki procesu edukacyjnego. Konieczność oznacza, że zmiana któregokolwiek z systemowych elementów szkoły oraz zakresu i trybu prowadzenia procesu edukacyjnego musiałaby pociągnąć za sobą zmianę pozostałych. Na przykład, zmiana czasowego planu zajęć z jednego przedmiotu musi pociągnąć za sobą zmianę rozkładu innych zajęć. Zmiana zakresu nauczania matematyki musi spowodować zmiany w sposobie nauczaniu co najmniej tych przedmiotów, które bazują na wiedzy matematycznej. Wprowadzaniu komputera do klas i sal wykładowych jako narzędzia dydaktycznego i zastępowaniu tradycyjnego sposobu prowadzenia lekcji lub wykładu (tablica i kreda lub pisak) prezentacjami komputerowymi musi towarzyszyć opanowanie przez uczniów, studentów i nauczycieli w niezbędnym do tego stopniu wiedzy oraz umiejętności z zakresu techniki komputerowej i technologii informacyjnej.

Każda szkoła jest niepowtarzalną jednostką edukacyjną. Ta unikatowość wynika przede wszystkim z faktu, że szkoła nie jest ani systemem technicznym, ani ekonomicznym, lecz przede wszystkim społecznym. Osobowości uczniów i nauczycieli są jedyne w swoim rodzaju. Sukcesy edukacyjne szkoły zależą głównie od stosunków międzyludzkich panujących w szkole, od osobistej i społecznej kultury uczniów lub studentów oraz nauczycieli, od stosunku uczniów i studentów do nauki oraz wiedzy merytorycznej i dydaktycznych umiejętności nauczycieli. Wbrew stanowisku wielu ekonomistów, którzy w przeszłości podejmowali próby opisywania organizacji i funkcjonowania szkoły oraz wykonywanego w niej procesu edukacyjnego w kategoriach kwantyfikowalnych zmiennych ekonomicznych, w większości są to cechy nie dające się wyrazić ilościowo. Niestety mit o możliwości czysto ilościowego opisu procesów edukacyjnych jest bardzo głęboko zakorzeniony. Efektem tego jest przekonanie, że wiedzę i umiejętności przedmiotowe oraz ogólne ucznia, studenta lub nauczyciela można w pełni wyrazić za pomocą określonego ilościowego systemu oceniania. Co gorsza, dominuje przekonanie, że jest to metoda obiektywna. Mnożą się więc systemy ocen punktowych, wedle których kategoryzuje się uczniów, studentów i nauczycieli – skłania to ich do szukania sposobów zwiększenia swojej puli punktowej, a nie wzrostu wiedzy. Bardzo dobry nauczyciel i zasłużony wychowawca wielu pokoleń młodzieży może w tym systemie otrzymać ocenę mierną, podczas gdy nauczyciel przeciętny, ale mający – na przykład – kontakty ułatwiające mu udział w rozmaitych gremiach nauczycielskich, opublikowanie jakiejś pracy itp. może być oceniony znacznie gorzej. To samo odnosi się do uczniów i studentów. Rozpowszechnione sprawdzanie ich wiedzy i umiejętności metodą testową lub metodą przyznawania określonej liczby punktów za każdą poprawnie wykonaną czynność elementarną (np. poprawne dodanie dwóch liczb do siebie, wypisanie poprawnego wzoru na pole rombu itp.) nie spełnia swojej roli. Doświadczenie uczy, że uczeń lub student może – na przykład – zaliczyć test sprawdzający opanowanie przez niego elementarnych metod rozwiązywania układów równań liniowych, wykonując poprawnie wiele czynności elementarnych, a faktycznie nie radząc sobie z rozwiązywaniem tych układów.

Każdy sposób sprawdzania i oceniania wiedzy i umiejętności zarówno uczniów i studentów, jak też nauczycieli musi mieć charakter systemowy. Wszystkie inne metody są natury rzeczy mało wiarygodne i niemiarodajne. Trzeba więc zrewidować postulaty leżą-

ce u podstaw modelowania systemów edukacyjnych, w tym procedur oceniania. W szczególności trzeba oprzeć te procedury nie na liczbie punktów za takie lub inne aspekty działalności nauczycielskiej, lecz na obiektywnych wynikach procesu edukacyjnego, realizowanego pod kierunkiem nauczyciela. Podstawowym wynikiem powinna być (abstrahując na razie od sposobu jej wyrażenia) pewna wielkość charakteryzująca ładunek wiedzy zdobytej przez ucznia lub studenta w danym okresie czasu pod kierunkiem nauczyciela, czyli stan ich kapitału intelektualnego. To z kolei wymaga posiadania systemowego modelu szkoły i realizowanego w niej procesu dydaktyczno-wychowawczego. Szkoła musi być widziana w aspekcie dynamiki jej funkcjonowania i rozwoju. Dynamika funkcjonowania wiąże się przede wszystkim z procesem kształcenia i wychowywania uczniów lub studentów w szkole. Koncepcja modelowania tej dynamiki jest przedstawiona w pracach Berezińskiego (2002a, 2002b, 2003), Berezińskiego, Inkielmana i Wagnera (2004, 2005a, 2005b) oraz Berezińskiego i Wagnera (2003). W tym rozdziale skupiamy się przede wszystkim na sformułowaniu koncepcji modelowania szkoły na poziomie makroskopowym.

4.3. Ogólna struktura procesu rozwoju szkoły

Szkoła jako system jest układem odpowiednich obiektów wraz z zachodzącymi między nimi relacjami oraz własnościami obiektów i relacji. Jest systemem zbyt złożonym, by mogła być przedmiotem bezpośredniego modelowania. W związku z tym jej model makroskopowy musi być świadomie uproszczony przez pominięcie tych elementów, cech i aspektów, które z punktu widzenia makroanalizy mają charakter drugorzędny. Aby zidentyfikować elementy istotne zauważmy, że każda szkoła jest elementem nadrzędnej w stosunku do niej sieci szkół danego rodzaju, sieć szkół jest elementem całego systemu edukacji narodowej, ten zaś jest elementem systemu społeczno-gospodarczego kraju itd. Ta część każdego z nadsystemów szkoły, która pozostaje po wyłączeniu z niego tej szkoły, stanowi jej zewnętrze zwane otoczeniem. Między szkołą i otoczeniem zachodzą liczne i różnorodne oddziaływania. Można je analizować z różnych punktów widzenia. Jednym z nich jest spojrzenie na szkołę jako na układ fizyczny i wyrażenie jej wzajemnych relacji z otoczeniem w kategoriach podstawowych wielkości fizycznych.

W świetle fizyki szkoła jest układem materialnym, na który otoczenie świadomie i celowo oddziałuje za pomocą dwóch wysoce zagregowanych strumieni: strumienia środków uzbrojenia technicznego i finansowego (budynki szkolne, wyposażenie klas, sal wykładowych, pracowni i laboratoriów, pomoce dydaktyczne, zaopatrzenie w wodę i energię, zasoby pieniężne itd.) oraz strumienia energii organizacyjnej, doprowadzanej przez udział człowieka w procesie edukacyjnym – człowiek wykorzystuje środki uzbrojenia techniczno-finansowego, programuje sposób ich użycia i steruje całą działalnością szkoły. Te dwa strumienie wysoko zorganizowanej materii i energii reprezentują siły działające na szkołę jako na system. Po wejściu do tego systemu wzajemnie sprzęgają się i wzajemnie wzmacniające wywołując zjawisko dodatniej synergii. Bez ich istnienia szkoła nie mogłaby realizować procesu edukacyjnego.

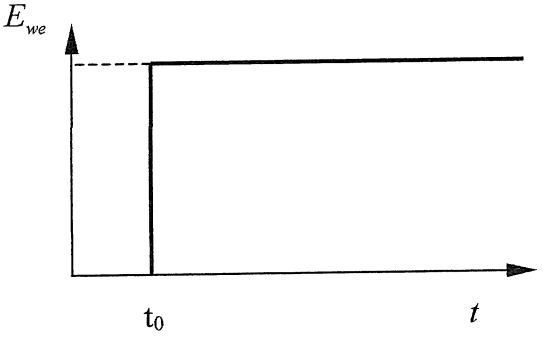
Rozwój szkoły jest procesem wielostronnym i wielokierunkowym, a jego składowymi jest jej rozwój inwestycyjny, modernizacyjny, projektowanie i wdrażanie nowych technologii edukacyjnych itd. Podstawowe własności tego procesu są takie same, jak własności rozwoju innych systemów o celowym działaniu. Jeżeli spojrzymy na szkołę z fizycznego punktu widzenia, to najogólniejszy jej opis na poziomie makroskopowym otrzymuje się, jeśli scharakteryzuje się jej interakcje z otoczeniem oraz zachodzący w niej proces edukacyjny za pomocą dwóch podstawowych wielkości fizycznych, tj. materii i energii. W ujęciu systemowym własności te na wejściu szkoły jako układu fizycznego opisuje się za pomocą funkcji skokowej (Director i Rohrer 1972; Cannon 1973; Findeisen 1974; Takahashi, Rabins i Auslander 1976; Pointon i Elwell 1978)

$$u(t)=\begin{cases} E_{we} & dla \quad t \geq t_0 , \\ 0 & dla \quad t < t_0, \end{cases} \tag{4.1}$$

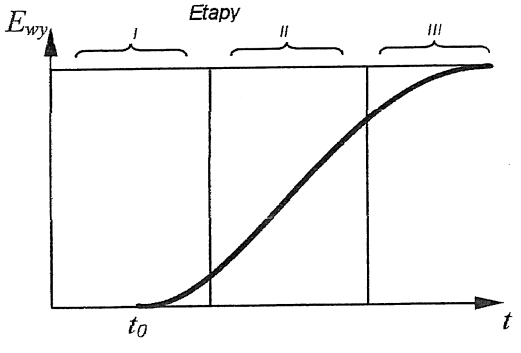
która określa zmiany intensywności strumienia energii wpływającej do systemu począwszy od chwili $t=t_0$ (rys. 4.1). Wprowadzona do systemu energia E_{we} podlega określonym przekształceniom związanym z realizacją celu systemu – w przypadku szkoły jest to edukacja prowadzona zgodnie z obowiązującymi normami prawnymi i standardami edukacyjnymi. Po zakończeniu cyklu edukacyjnego na wyjściu szkoły pojawia się strumień absolwentów. Jego modelem fizycznym jest strumień efektywnie przekształconej energii

E_{wy}. Modelem jego zmian nie jest już jednak krzywa skokowa (rys. 4.2), lecz tzw. krzywa rozwoju (rys. 4.3)[2].

Rys. 4.1. Szkoła jako system



Rys. 4.2. Funkcja skokowa



Rys. 4.3. Krzywa rozwoju

---

[2] W prostych przypadkach problem można opisać równaniem różniczkowym postaci: $\frac{dy}{dt} = ky(b-y)$, gdzie $y \in (0,b)$, $k > 0$. Względna szybkość wzrostu jest wprost proporcjonalna do czynnika $y - b$. Rozwiązaniem tego równania jest krzywa logistyczna: $y = \frac{b}{1 + a\exp(-kbt)}$.

W strukturze krzywej rozwoju wyróżnia się trzy podstawowe fazy, charakteryzujące się różną intensywnością przetwarzania energii. Są to:

1. Faza inicjacji – w fazie tej system wchłania stosunkowo małą ilość energii, ale charakteryzuje się dużą intensywnością jej przetwarzania. W tym czasie prowadzi się przede wszystkim prace koncepcyjne, badawcze, projektowe i przygotowawcze dla realizacji danego celu. Przemiany zachodzące w tej fazie opisuje się zazwyczaj za pomocą funkcji wykładniczej.

2. Faza propagacji – jest to faza zasadniczej realizacji wyznaczonego celu, która wiąże się z wchłanianiem dużej ilości energii oraz rytmiką jej przekształcania. Przemiany zachodzące w tej fazie mają charakter monotoniczny. Można je aproksymować za pomocą funkcji liniowej.

3. Faza nasycenia – odpowiada ona okresowi, w którym ustala się poziom energetyczny przekształceń zachodzących w systemie, związanych z realizacją celu systemu. Fazie tej odpowiada krzywa zbliżająca się asymptotycznie do stanu ustalonego E_{wy}. Asymptotyczność osiągania celu jest zapowiedzią, że żadne rozwiązanie nie jest rozwiązaniem doskonałym i z tego powodu trzeba rozpocząć przygotowania do rozpoczęcia nowego cyklu rozwojowego. Każde dwa kolejne cykle rozwojowe systemu są oddzielone tzw. okresem przejściowym, w którym prowadzi się prace mające na celu w miarę płynne przeprowadzenie systemu z końcowego stanu poprzedniego cyklu rozwoju w początkowy stan cyklu następnego. Istotą przemian zachodzących w systemie w okresie przejściowym jest jakościowa zmiana systemu, która ma zawsze charakter strukturalny.

Każdy system, w którym zostaje wymuszony proces rozwoju cechuje inercja, będąca przejawem oporu stawianego przezeń wszelkim próbom dokonania w nim jakichkolwiek zmian. Systemy edukacyjne nie stanowią tu wyjątku. Opór środowisk nauczycielskich wobec reform systemu edukacji jest powszechnie znany i właściwy wszystkim systemom edukacyjnym (zob., np., Perkins 1973; Elmore 1995; Hanushek 1996, 1997; Wood i Pohland 1979).

Charakterystyczną właściwością procesu rozwoju szkoły jest cykliczność, przy czym w każdy cyklu występują fazy inicjacji, propagacji i nasycenia. Strumień różnych rodzajów energii wprowadzanej do szkoły jest przekształcany w trakcie procesu edukacyjnego w strumień energii wyprowadzanej z niej w różnych formach, przede wszystkim jednak w formie energii intelektualnej. Towarzyszą temu oczywiście określone straty energetyczne, których przyczyną są procesy zachodzące zarówno w samym systemie, jak i interakcje szkoły z otoczeniem.

4.4. Koncepcja dynamicznego makromodelu szkoły

Złożoność i współzależność zjawisk oraz działań towarzyszących realizacji procesu edukacyjnego z procesem rozwoju szkoły, a także wzajemne oddziaływania szkoły i otoczenia nasuwają ideę skonstruowania modelu, którego celem byłoby syntetyczne uchwycenie makroprocesów zachodzących w tym systemie. Teoretycznych podstaw do zrealizowania tej koncepcji dostarczają przede wszystkim fizyczna i matematyczna teoria systemów (zob., np., Kulikowski 1970; Director i Rohrer 1972; Cannon 1973; Findeisen 1974; Szücs 1974; Douglas 1976; Pointon i Elwell 1978; Takahashi, Rabins i Auslander 1976). Jak wiadomo, model systemu można otrzymać dwiema metodami: metodą analityczną (tj. w oparciu o prawa fizyczne) lub doświadczalną (tj. poprzez eksperyment identyfikacyjny). Wybieramy pierwszą z nich, a więc koncentrujemy się na opisie właściwości szkoły jako obiektu dynamicznego za pomocą równania stanu i równania wyjść. Jeżeli przyjmiemy, że szkoła jest obiektem stacjonarnym o stałych skupionych, to równania te mają postać

$$\dot{x} = f(x,u), \tag{4.2}$$

$$y = g(x,u), \tag{4.3}$$

gdzie x jest wektorem współrzędnych stanu, u – wektorem wielkości wejściowych, y – wektorem wielkości wyjściowych. Do równania (4.2) należy dołączyć warunki początkowe $x(t_0)$, a do całego układu ewentualne ograniczenia nierównościowe na współrzędne stanu x oraz na wielkości wyjściowe u. Jeżeli są znane warunek początkowy

$x(t_0)$, aktualny stan szkoły oraz aktualna i przyszła wartość wektora wielkości wejściowych $u(t)$, gdzie $t \geq t_0$, to można jednoznacznie wyznaczyć aktualną i przyszłą wartość wektora wielkości wyjściowych $y(t)$. Przy takim sformułowaniu modelu szkoły można przewidywać jej stan w dowolnej chwili $t \geq t_0$.

Aby móc przeanalizować możliwe sposoby zachowania się szkoły jako systemu trzeba wprowadzić pewne uproszczenia. Przyjęliśmy już, że jest ona układem o parametrach skupionych i stałych w czasie. Założymy też, że zależności wyrażające związki przyczynowo-skutkowe między zmiennymi są liniowe. Te założenia są z dużym powodzeniem przyjmowane w analizie dynamicznej układów fizycznych i w pełni wystarczają dla rozwiązania wielu problemów rzeczywistych (zob., np., Cannon 1973; Douglas 1974). W tym przypadku układ (4.2)-(4.3) przyjmuje postać:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{4.4}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \tag{4.5}$$

gdzie A, B, C, D – macierze niezależne od czasu.

Istnieje zasadnicza różnica między wykorzystaniem modelu (4.4)-(4.5) do sterowania ze sprzężeniem zwrotnym w układach technicznych lub ekonomicznych, a użyciem go do sterowania szkołą. W układach technicznych sterowanie odbywa się na ogół automatycznie, bez interwencji człowieka. W przypadku szkoły proces sterowania jest realizowany bezpośrednio przez człowieka, który wykorzystuje do tego posiadane informacje o jej stanie. Co więcej, ponieważ rozwój szkoły jest procesem ciągłym, więc zachodzi konieczność etapowania tego procesu i dążenia do osiągania optimum względnego na każdym etapie. Jest to działanie prospektywne i stanowi istotę kształtowania rozwoju szkoły. Korzystając ze wspomagania tego procesu modelem matematycznym nie wolno zapominać, że każdy model matematyczny ma charakter przybliżony. Posiadanie go jest jednak konieczne, ponieważ umożliwia dokładniejsze określenie oraz badanie struktury organizacyjnej i funkcjonalnej szkoły i prowadzonego w niej procesu edukacyjnego, lepsze poznanie wzajemnych współzależności między zdarzeniami i zjawiskami właściwymi życiu szkoły i poprawę ich koordynacji, a także – co jest szczególnie ważne – formuło-

wanie ogólnych prawidłowości rządzących rozwojem szkoły.

Szkoła jest systemem dynamicznym. Jak wiadomo, podstawowym efektem fizycznym obserwowanym na wyjściu każdego systemu dynamicznego jest ilość ruchu lub energia kinetyczna ruchu[3] (zob., np., Director i Rohrer 1972; Findeisen 1974; Douglas 1976; Takahashi i Rabins 1976; Pointon i Elwell 1978), wytwarzane przez system w jednostce czasu. Będziemy rozpatrywać ruch szkoły jako systemu w jej przestrzeni stanów. Ilość ruchu – to iloczyn masy systemu i jego prędkości w przestrzeni stanów. Miarą masy być liczba uczniów lub studentów odbywających naukę w szkole.

Aby zinterpretować te pojęcia w kategoriach ekonomiki edukacji zauważmy, że przekształcenie energii wprowadzanej do systemu edukacyjnego w energię ruchu E_r jest zorganizowanym procesem decyzyjnym i wymaga określonego czasu, przy czym w realnych warunkach procesowi temu zawsze towarzyszą określone straty energetyczne.

Szkoła i jej systemowe otoczenie są oddzielone od siebie za pomocą abstrakcyjnej granicy. Zakładamy, że współpraca tych dwóch obiektów odbywa się na zasadzie obustronnego przechodzenia przez tę granicę strumieni wysoko zorganizowanej energii. Stwierdzenie to nie wystarcza jednak do skonstruowania modelu tej współpracy. Konieczne staje się określenie granic systemowych szkoły w taki sposób, żeby móc dokładnie zlokalizować punkty jej energetycznego współdziałania z otoczeniem. Punkty te nazywa się wrotami energetycznymi systemu (Paynter 1961; Takahashi, Rabins i Auslander 1976). Tak więc wrota energetyczne szkoły jako systemu to takie punkty, przez które można przenosić oddziaływania między nią a jej otoczeniem. Każde wrota energetyczne przenoszą energię tylko jednego rodzaju. Ponieważ przyjęliśmy, że szkoła jest zasilana z zewnątrz dwoma strumieniami energetycznymi (strumień uzbrojenia technicznego i finansowego oraz strumień energii organizacyjnej), więc trzeba wyróżnić dwa wejścia zasilające, czyli dwa wrota energetyczne. Oddziaływanie szkoły na otoczenie odbywa się za pomocą jednego wyjścia, charakteryzującego się efektywnie otrzymaną w jednostce czasu energią ruchu. Elementami wewnętrznymi szkoły są kumulatory służące do gromadzenia i przechowywania energii oraz przetworniki służące do jej przetwarzania. Aby

[3] Ilość ruchu jest również nazywana pędem (zob., np. Cannon 1973).

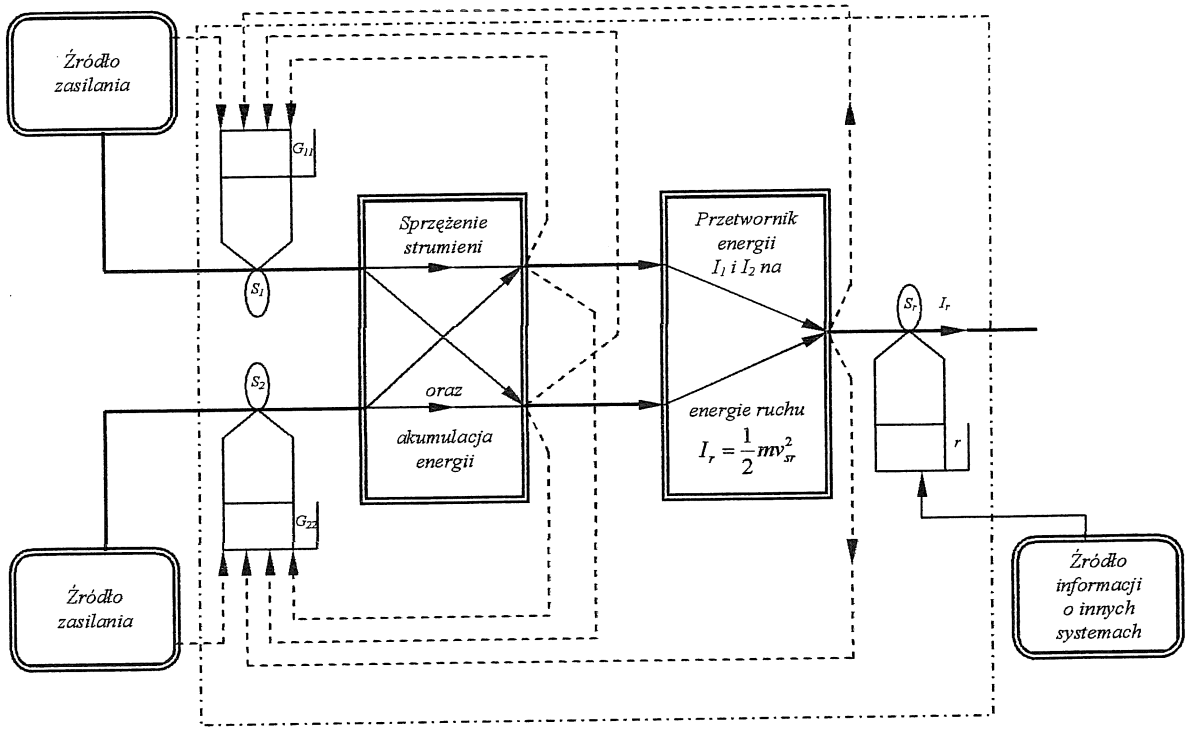
zapewnić ciągłość pracy szkoły przyjmujemy, że wewnątrz tego systemu zachodzą sprzężenia między jego wyjściem a wejściami oraz kumulatorami energii. Sprzężenia mają charakter informacyjny, a proces decyzyjny, gwarantujący otrzymanie niezbędnego poziomu energii na wyjściu systemu, jest realizowany przez władze szkoły (rys. 4.4).

Ten energetyczno-informacyjny model szkoły odwzorowuje ciągły proces przepływu przez nią oraz świadomego i celowego przetwarzania w niej dla realizowania procesu edukacyjnego (a więc dla wytworzenia potencjału intelektualnego) dwóch zagregowanych strumieni energii. Wielkością obserwowaną na wyjściu systemu jest energia ruchu, wyrażająca dynamikę pracy szkoły.

Rozpatrzmy przestrzeń wszystkich możliwych stanów edukacyjnych ucznia lub studenta. Niech t_i będzie rokiem rozpoczęcia nauki w szkole, t_j – normatywnym rokiem jej zakończenia, s_i – stanem wiedzy ucznia lub studenta w chwili t_i, zaś s_j – stanem jego wiedzy w chwili t_j. Podstawowym zadaniem szkoły jest racjonalne przeprowadzenie ucznia lub studenta m_k przez proces edukacyjny w danym okresie czasu, czyli przeprowadzenie go z punktu odpowiadającego stanowi s_i w punkt odpowiadający stanowi s_j (tj. na odległość l_{ij}) w czasie $\Delta t_{ij} = t_j - t_i$. Poziom energetyczny zagregowanego strumienia energii na wyjściu szkoły w chwili t jest sumą wszystkich n mas m_k, które reprezentują uczniów lub studentów poddawanych procesowi edukacyjnemu w chwili t, tzn.

$$E_r = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} m_k v_k^2, \tag{4.6}$$

gdzie $v_k = \frac{l_{ij}}{\Delta t_{ij}}$. Niech $v_{śr}$ będzie średnią intensywnością przeprowadzania całkowitej masy uczniów lub studentów m przez proces edukacyjny, liczoną od chwili rozpoczęcia nauki w szkole do chwili jej zakończenia.



Rys. 4.4. Schemat struktury modelu szkoły

Zachodzi więc związek

$$E_r = \frac{1}{2} m v_{śr}^2 . \tag{4.7}$$

Zauważmy, że przy obliczaniu średniej intensywności procesu edukacyjnego $v_{śr}$ bierze się pod uwagę całkowity rzeczywisty czas przebywania każdego z uczniów lub studentów m_k w szkole. Tylko przy tak obliczonej intensywności można mówić o dynamice ruchu oraz o ilości ruchu w danej chwili t, obserwowanej na wyjściu szkoły. Ta ilość ruchu jest podstawowy miernikiem potencjału edukacyjnego szkoły.

Średni czas edukacji w szkole zasadniczo nie powinien trwać dłużej niż to określają odpowiednie normy. Z różnych powodów czas ten często ulega skróceniu (dobrowolna rezygnacja, wydalenie ze szkoły ponadgimnazjalnej lub wyższej) bądź wydłużeniu (urlop dziekański, powtarzanie klasy lub roku studiów). Niech r będzie średnim rzeczywistym czasem trwania nauki w szkole. Można przyjąć, że przekraczanie tego czasu jest nieracjonalne i nieekonomiczne, zwłaszcza w porównaniu z innymi szkołami tego samego typu. Wprowadzając zatem do modelu szkoły parametr r można eliminować te indywidualne procesy edukacyjne, które z punktu widzenia szkoły są ekonomicznie nieracjonalne.

Rekapitulując można więc powiedzieć, że dynamikę szkoły jako systemu edukacyjnego określa ilość ruchu

$$D_1 = mv , \tag{4.8}$$

bądź moment ilości ruchu

$$D_2 = mvr . \tag{4.9}$$

Z zależności (4.8) i (4.9) wynika, że szkoła – przy tym samym poziomie potencjału energetycznego (wyposażenia infrastrukturalnego i finansowego, środków dydaktycznych i kapitału intelektualnego kadry)– może zmieniać liczbę i jakość absolwentów odpowiednio dostosowując intensywność procesu edukacyjnego.

4.5. Fizyczny analog szkoły

Oznaczmy strumień uzbrojenia technicznego i finansowego przez I_1, a strumień organizacji przez I_2. W poszukiwaniu analogii między funkcjonowaniem szkoły a funkcjonowania innych układów fizycznych można porównać przepływy tych strumieni do przepływu ciepła lub ładunku elektrycznego. Ogólnie biorąc (zob., np., Gumiński 1983), w termodynamice każdy proces przepływu energii opisuje się zależnością

$$I_i = G_i \operatorname{grad} X_i, \qquad (i = 1,2,...,n), \tag{4.10}$$

gdzie: n – liczba rodzajów energii, I_i - ilość energii rodzaju i wpływającej do systemu, X_i – poziom energii rodzaju i kumulowanej w systemie, $\operatorname{grad} X_i$ – gradient skumulowanej energii rodzaju i, G_i – współczynnik przewodności, R_i – współczynnik oporu. Ponieważ

$$G_i = \frac{1}{R_i}, \qquad (i = 1,2,...,n), \tag{4.11}$$

więc

$$I_i = \frac{1}{R_i} \operatorname{grad} X_i, \qquad (i = 1,2,...,n). \tag{4.12}$$

Zarówno strumień I_1 energii uzbrojenia technicznego i finansowego, jak i strumień energii organizacyjnej I_2, zasilające szkołę, są agregatami wielu strumieni cząstkowych. Jeżeli składowe strumienia I_1 oznaczymy przez I_{1i}, a składowe strumienia I_2 przez I_{2i} i przyjmiemy, że pierwszy ma k składowych, a drugi m, to

$$I_1 = \sum_{i=1}^{k} I_{1i}, \tag{4.13}$$

$$I_2 = \sum_{i=1}^{k} I_{2i}. \tag{4.14}$$

Jeżeli przez G_{1i} oznaczymy współczynnik przewodności i-tego rodzaju uzbrojenia tech-

niczo-finansowego, a przez G_{2i} współczynnik przewodności i-tego rodzaju działalności organizacyjnej, to – biorąc pod uwagę zależność (4.10) – otrzymamy

$$I_1 = \sum_{i=1}^{k} I_{1i} \operatorname{grad} X_{1i}, \tag{4.15}$$

$$I_2 = \sum_{i=1}^{k} I_{2i} \operatorname{grad} X_{2i}. \tag{4.16}$$

Niech X_1, G_{11} oraz X_2, G_{22} będą wartościami średnimi wielkości X_{1i}, G_{1i} oraz X_{2i}, G_{2i}. Ostatecznie więc strumienie zasilające szkołę określa się zależnościami

$$I_1 = G_{11} \operatorname{grad} X_1, \tag{4.17}$$

$$I_2 = G_{22} \operatorname{grad} X_2. \tag{4.18}$$

Równoczesne wprowadzenie tych strumieni do szkoły wywołuje powstanie określonych efektów krzyżowych, które wpływają na wzmocnienie efektu wzajemnie sprzężonego współdziałania tych strumieni. Niech współczynnik G_{12} charakteryzuje oddziaływanie strumienia I_1 na strumień I_2, zaś współczynnik G_{21} oddziaływanie strumienia I_2 na I_1. Po uwzględnieniu obu tych efektów synergetycznych układ (4.17)-(4.18) przyjmie postać

$$I_1 = G_{11} \operatorname{grad} X_1 + G_{12} \operatorname{grad} X_2, \tag{4.19}$$

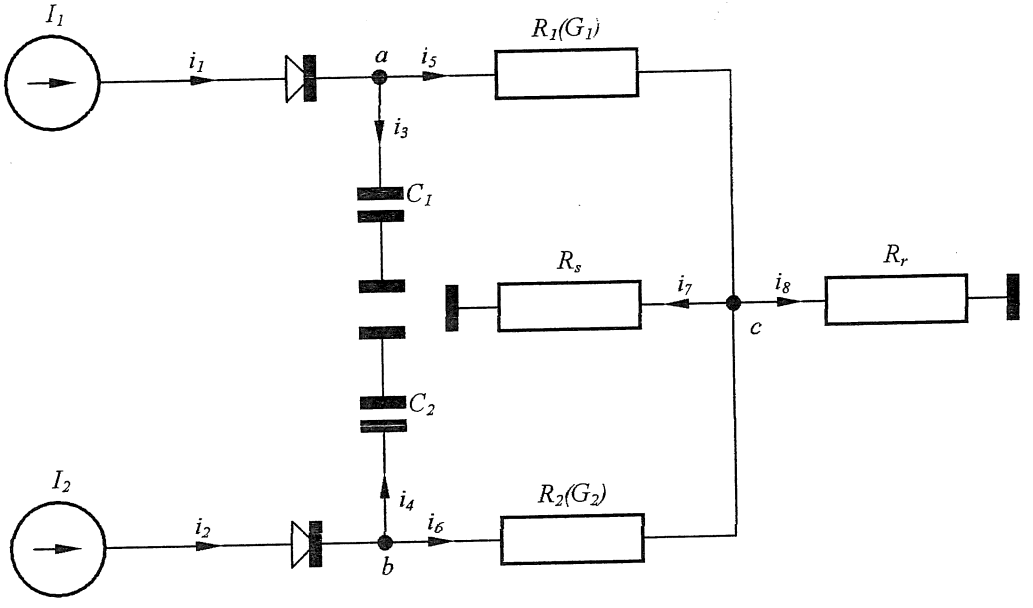
$$I_2 = G_{21} \operatorname{grad} X_1 + G_{22} \operatorname{grad} X_2. \tag{4.20}$$

Równania te określają prawa przepływu przez szkołę strumienia uzbrojenia technicznego i finansowego oraz strumienia energii organizacyjnej, z uwzględnieniem zachodzących między nimi efektów krzyżowych.

4.6. Matematyczny model makroskopowy szkoły

Wyrażony powyżej w kategoriach energetycznych model szkoły i jej współdziałania z otoczeniem wykorzystamy do skonstruowania modelu matematycznego. Aby to zrobić posłużymy się analogią do układu elektrycznego, którego schemat strukturalny jest przedstawiony na rys. 4.3. Na wejściu tego układu występują dwa strumienie zasilające:

$I_1(t)$ i $I_2(t)$. Pierwszy z nich wzdłuż drogi swojego przepływu charakteryzuje się współczynnikiem przewodności G_1 lub rezystancji R_1 przed wejściem do odpowiedniego kumulatora energii, którym jest kondensator o pojemności C_1. Drugi charakteryzuje się współczynnikiem przewodności G_{21} lub rezystancji R_2 przed wejściem do kumulatora, którym jest kondensator o pojemności C_2. Schemat tego układu jest przedstawiony na rys. 4.5.



Rys. 4.5. Schemat elektryczny modelu szkoły

Struktura układu umożliwia przepływ strumieni energii $I_1(t)$ i $I_2(t)$ odpowiednio do kumulatorów C_1 i C_2, co wyraża założone efekty krzyżowe. Przekształcanie energii odbywa się w przetwornikach, którymi w naszym modelu są rezystory.

W układzie zostały wyróżnione trzy charakterystyczne węzły: *a*, *b* i *c*. W węźle *c* następuje rozpływ energii: jej podstawowa część jest kierowana na rezystor R_r, w którym przepływająca energia jest przekształcana na energię ruchu, a reszta podlega rozpro-

szeniu na rezystorze R_s, tj. wewnątrz systemu. Jeżeli uwzględnić fakt, że parametry G_{ij} są odwrotnościami odpowiednich rezystancji, $G_{ij} = \frac{1}{R_{ij}}$, oraz potraktować kumulatory energii jako kondensatory, to otrzymuje się pełną analogię do układu elektrycznego. W ten sposób analizę szkoły sprowadziliśmy do analizy odpowiadającego jej układu elektrycznego. Jest to podejście znane i stosowane w automatyce (zob., np., Panter 1961; Takahashi, Rabins i Auslander 1976)

Jako zmienne stanu przyjmiemy napięcia prądu X_1 i X_2 powstające na kondensatorach C_1 i C_2. Będą one stanowiły główną informację o poziomie rezerw istniejących w systemie – na podstawie informacyjnych sprzężeń zwrotnych będą podejmowane decyzje dotyczące wielkości strumieni prądów I_1 i I_2 oraz decyzje dotyczące wielkości współczynników przewodności w tej części, która zależy od decydenta.

Na podstawie prawa równowagi (suma wszystkich prądów wpływających do węzła i wypływających z niego musi być zawsze równa zeru) określamy równania ruchu dla węzłów *a*, *b* i *c*. Otrzymujemy kolejno:

- dla węzła *a*: $i_1 - i_3 - i_5 = 0$, (4.21)
- dla węzła *b*: $i_2 - i_4 - i_6 = 0$, (4.22)
- dla węzła *c*: $i_5 + i_6 - i_7 - i_8 = 0$. (4.23)

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$$i_1 = I_1, \quad X_1 = V_a,$$

$$i_2 = I_2, \quad X_2 = V_b,$$

$$i_3 = C_1 \frac{dV_a}{dt} = C_1 \dot{X}_1,$$

$$i_4 = C_2 \frac{dV_b}{dt} = C_1 \dot{X}_2,$$

$$i_5 = \frac{V_a - V_c}{R_1} = \frac{X_1 - V_c}{R_1},$$

$$i_6 = \frac{V_b - V_c}{R_2} = \frac{X_2 - V_c}{R_2},$$

$$i_7 = \frac{V_c}{R_s},$$

$$i_8 = \frac{V_c}{R_r}.$$

Po uwzględnieniu tych oznaczeń w równaniach równowagi (4.21), (4.22) i (4.23) otrzymamy

$$I_1 - C_1 \frac{dX_1}{dt} - \frac{X_1}{R_1} - \frac{V_c}{R_1} = 0, \tag{4.24}$$

$$I_2 - C_2 \frac{dX_2}{dt} - \frac{X_2}{R_2} - \frac{V_c}{R_2} = 0, \tag{4.25}$$

$$V_c\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_s}\right) = \frac{X_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}. \tag{4.26}$$

Ponieważ $G_1 = \frac{1}{R_1}$, $G_2 = \frac{1}{R_2}$, więc równaniu (4.26) można nadać postać

$$V_c(G_1 + G_2 + G_r + G_s) = G_1 X_1 + G_2 X_2. \tag{4.27}$$

Stąd wynika, że

$$V_c = \frac{G_1 X_1 + G_2 X_2}{G_1 + G_2 + G_r + G_s}. \tag{4.28}$$

Jeżeli przyjmiemy, że $G_0 = G_1 + G_2 + G_r + G_s$, to

$$V_c = \frac{G_1}{G_0} X_1 + \frac{G_2}{G_0} X_2. \tag{4.29}$$

Wprowadźmy współczynniki $\alpha_1 = \frac{G_1}{G_0}$ oraz $\alpha_2 = \frac{G_2}{G_0}$, określające względny udział prze-

przewodności G_1 i G_2 w przewodności całkowitej. Dostajemy

$$V_c = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 . \tag{4.30}$$

Po uwzględnieniu tej zależności w równaniach (4.24) oraz (4.25) i wykonaniu niezbędnych przekształceń otrzymamy taki układ dwóch równań różniczkowych pierwszego rzędu, opisujący dynamikę szkoły:

$$\frac{dX_1}{dt} = (\alpha_1 - 1)\frac{1}{C_1 R_1} X_1 + \alpha_2 \frac{1}{C_1 R_1} + \frac{I_1}{C_1}, \tag{4.31}$$

$$\frac{dX_2}{dt} = \alpha_2 \frac{1}{C_2 R_2} X_1 + (\alpha_2 - 1)\frac{1}{C_2 R_2} + \frac{I_2}{C_2}. \tag{4.32}$$

Jeśli zmienne stanu X_1 i X_2 są znane, to równanie (4.30) pozwala określić potencjał systemu V_r na wyjściu. Wprowadźmy oznaczenia:

$$a_{11} = (\alpha_1 - 1)\frac{1}{C_1 R_1},$$

$$a_{12} = \alpha_1 \frac{1}{C_1 R_1},$$

$$a_{21} = \alpha_2 \frac{1}{C_2 R_2},$$

$$a_{22} = (\alpha_2 - 1)\frac{1}{C_2 R_2},$$

$$b_1 = \frac{1}{C_1}$$

$$b_2 = \frac{1}{C_2}.$$

Po uwzględnieniu ich w układzie równań (4.31)-(4.32) nadamy mu postać:

$$\frac{dX_1}{dt} = a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + b_1 I_1, \tag{4.33}$$

$$\frac{dX_2}{dt} = a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + b_2 I_2 . \tag{4.34}$$

Jest to układ dwóch równań różniczkowych liniowych zwyczajnych o stałych współczynnikach, niejednorodny. W notacji wektorowej układ ten wygląda tak

$$\frac{d\overline{X}}{dt} = \overline{A}\overline{X} + \overline{B}\overline{I}, \tag{4.35}$$

gdzie $\overline{X} = (X_1, X_2)^T$ jest wektorem stanu, $\overline{I} = (I_1, I_2)^T$ jest wektorem sterowań, $\overline{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ jest macierzą współczynników, $\overline{B} = (b_1, b_2{}^T)$, T - symbol transpozycji.

Równanie macierzowe (4.35) opisuje dynamikę zmian stanu szkoły. Istotne znaczenie praktyczne ma poznanie praw rządzących tą dynamiką. Jak wiadomo (zob., np., Douglas 1976; Pelczar i Szarski 1987), aby przeanalizować dynamiczne własności rozwiązań układu niejednorodnego trzeba najprzód znaleźć rozwiązania układu jednorodnego, tj. dla $I_1 = I_2 = 0$, a następnie zbadać reakcję systemu na wymuszenie z charakterystyką określoną według funkcji skokowej (4.1). Rozpatrzmy więc równanie jednorodne

$$\frac{d\overline{X}}{dt} = \overline{A}\overline{X}. \tag{4.36}$$

Jego równaniem charakterystycznym jest

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \pi & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{4.37}$$

czyli

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0. \tag{4.38}$$

Pierwiastkami charakterystycznymi są liczby

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\left[(a_{11} + a_{12}) + \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}\right] \tag{4.39}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\left[(a_{11} + a_{12}) - \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}\right] \tag{4.40}$$

Z fizycznej interpretacji współczynników wynika, że $C_1 \geq 0$, $C_2 \geq 0$, $G_1 \geq 0$ i $G_2 \geq 0$. W konsekwencji otrzymuje się, że $\alpha_1, \alpha_2 \in [0,1]$. Wobec tego $a_{11} \leq 0$, $a_{12} \geq 0$, $a_{21} \geq 0$, $a_{22} \leq 0$. Z nierówności tych wynika, że wyrażenie podpierwiastkowe w formułach (4.39) i (4.40) jest zawsze dodatnie. Znaczy to, że rozpatrywany układ jest tłumiony podkrytycznie.

Z matematycznego punktu widzenia układ (4.31)-(4.32) jest równoważny następującemu równaniu różniczkowemu drugiego rzędu[4]

$$\tau^2 \frac{d^2y}{dt^2} + 2\gamma\tau\frac{dy}{dt} + y = f(t) \tag{4.41}$$

gdzie τ – stała czasowa, γ – współczynnik tłumienia. Transmitancję tego równania określa zależność

$$H(s) = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\gamma\tau s + 1} \tag{4.42}$$

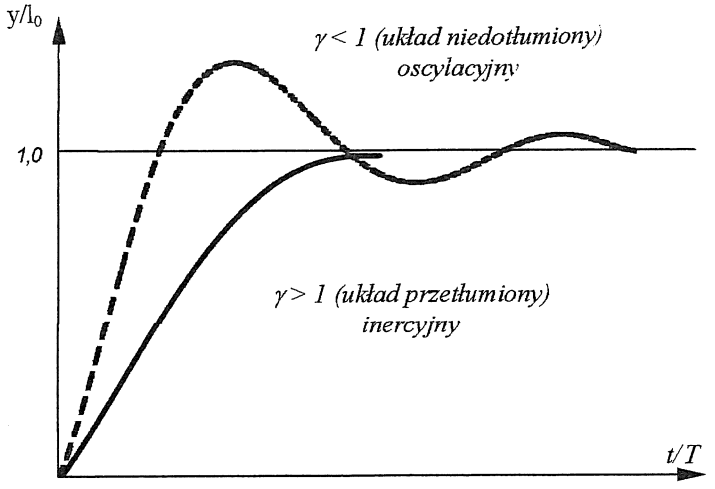
czyli

$$H(s) = \frac{1}{\tau^2\left(s + \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\tau}\right)\left(s + \frac{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\tau}\right)}. \tag{4.43}$$

W przypadku dynamicznego modelu szkoły istnieje, jak już wykazaliśmy (por. (4.39) i (4.40)), układ tłumiony podkrytycznie, a więc układ, którego współczynnik tłumienia $\gamma > 1$. Wykres odpowiedzi układu drugiego rzędu na wymuszenie skokowe jest przedstawiony na rys. 4.6.

---

[4] Mówiąc dokładniej, przypadek ten odpowiada szeregowemu połączeniu dwóch układów inercjalnych pierwszego rzędu (Douglas 1976).



Rys. 4.6. Wykres odpowiedzi układu drugiego rzędu na wymuszenie skokowe

Przedstawiony teoretyczny model dynamiki szkoły jest wysoce zagregowany. Z tego powodu trudno byłoby określić liczbowe wartości parametrów a_{ij} i dlatego nie można skwantyfikować charakterystyk dynamicznych szkoły. Taki model rozwoju szkoły jest analitycznie opisany za pomocą następującej zależności

$$y = I_0\left(1-\frac{1}{\tau_1-\tau_2}\right)\left(\tau_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right), \tag{4.44}$$

gdzie

$$\tau_1 = -\frac{1}{\lambda_1} = \frac{\tau}{\gamma-\sqrt{\gamma^2-1}}, \tag{4.45}$$

$$\tau_2 = -\frac{1}{\lambda_2} = \frac{\tau}{\gamma+\sqrt{\gamma^2-1}}, \tag{4.46}$$

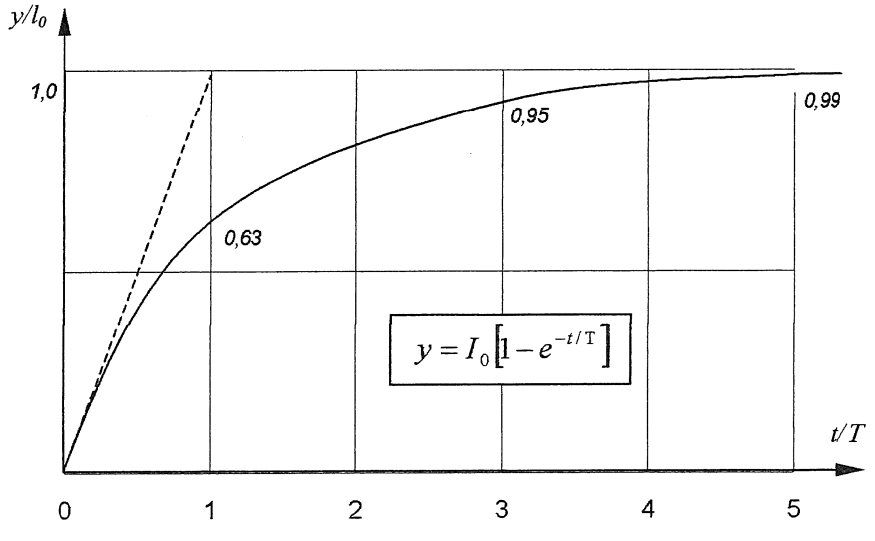
wyrażą odpowiedź układu na wymuszenie skokowe o amplitudzie I_0 (Douglas 1976). Z zależności (4.44) wynika, że stan energetyczny systemu jest określony przez poziom zasilania I_0, a stopień bezwładności systemu jest określony za pomocą parametrów τ_1 i τ_2. Sterowanie szkołą i wykonywanym w niej procesem edukacyjnym w makroskali sprowadza się więc do utrzymywania właściwego poziomu zasilania I_1 i I_2 oraz dążeniu do optymalizacji parametrów τ_1 i τ_2. W interpretacji energetycznej krzywa opisana

równaniem (4.44), a przedstawiona na rys. 4.6, jest krzywą wzrostu rozpatrywanego systemu.

Układ drugiego rzędu tłumiony podkrytycznie (brak oscylacji) stanowi kombinację liniową dwóch układów liniowych inercyjnych pierwszego rzędu, przy czym układ liniowy pierwszego rzędu ma bardzo przejrzystą interpretację stałej czasowej τ. Jeżeli rozpatrzymy analog elektryczny układu pierwszego rzędu, złożonego z kondensatora o pojemności C_1 i rezystora o rezystancji R_1, to równanie równowagi (4.31) przyjmie postać

$$\frac{dX_1}{dt} = \frac{1}{C_1 R_1} X_1 + \frac{I_1}{C_1}. \tag{4.47}$$

Kładąc $I_1 = 0$ i oznaczając $\tau_1 = C_1 R_1$ otrzymuje się znaną prostą interpretację stałej czasowej, przedstawionej na rys. 4.7 (Director i Rohrer 1976). Jest to mianowicie czas potrzebny na przekształcenie – zgodnie z założonym celem – około 63% energii wprowadzonej skokowo do układu. Praktycznie po okresie 3τ system przekształca 95% energii, a po okresie 5τ – około 99% energii wprowadzanej skokowo. Stała czasowa opisuje więc inercję systemu.



Rys. 4.7. Wykres odpowiedzi układu pierwszego rzędu na wymuszenie skokowe

Analizując procesy rozwoju szkoły, na przykład w zakresie rozwoju inwestycyjnego, gdzie zaplanowane środki inwestycyjne są przetwarzane z pełnym efektem inwestycyjnym praktycznie w cyklu równym długości cyklu edukacyjnego w danej szkole, można mówić, że stała czasowa systemu w zakresie inwestycyjnego rozwoju wynosi przeciętnie kilka miesięcy.

4.7. Uwagi końcowe

Jak już powiedzieliśmy, istotne znaczenie dla indywidualnej i zbiorowej oceny nauczycieli nowo angażowanych lub już zatrudnionych w szkole ma posiadanie makroskopowego dynamicznego modelu organizacji, funkcjonowania i rozwoju szkoły. Trzeba przy tym pamiętać, że w świetle fizyki oraz teorii systemów szkoła jest systemem niejednorodnym, tzn. składającym się zarówno z elementów realnych (klasy uczniów, grupy studenckie itp.), jak i idealnych (np. proces edukacyjny, standardy nauczania itp.). Jako system dynamiczny, jest w stanie zmieniać się i wykonywać swoje zadania. Ponieważ zadania te nie powstają w sposób żywiołowy, lecz są z góry planowane i dobrze określone, więc szkoła jest systemem o działaniu o celowym. Podstawowym celem jest jak najlepsze w danych warunkach wykonywanie procesu edukacyjnego. Jakość tego procesu jest głównym wyróżnikiem jakości szkoły i zależy przede wszystkim od jakości kadry nauczycielskiej. Im lepsza jest kadra, tym bardziej intensywnie jest prowadzony proces edukacyjny i tym lepszy poziom wiedzy oraz umiejętności jej stosowania osiągają uczniowie lub studenci, tzn. tym większa jest wytworzona szkołę ilość ruchu (pęd). Założona przez władze szkoły trajektoria, na której w danym horyzoncie czasowym powinien utrzymywać się stan placówki, stawia każdemu z nauczycieli określone wymagania. Jednym z kryteriów oceny nauczyciela powinien więc być stopień spełnienia tych wymagań.

5. Zespołowa ocena nauczycieli

5.1. Uwagi wstępne

Ocena nauczycieli jest zadaniem odpowiedzialnym i powinna być przeprowadzana w sposób w jak największej mierze obiektywny. Jednym ze sposobów obiektywizacji decyzji wieńczących ten proces jest wykonywanie go nie przez pojedyncze osoby, lecz przez wieloosobowe zespoły oceniające. W skład takich zespołów powinni wchodzić różni specjaliści, pozwoli to bowiem przeprowadzić ocenę nauczyciela z wielu punktów widzenia równocześnie, nadając jej aspekt systemowości i interdyscyplinarności. Ponieważ oceny formułowane przez poszczególnych członków zespołu na ogół różnią się między sobą, więc zespół musi przyjąć pewną zasadę, pozwalającą ustalić ocenę ostateczną, wyrażającą opinię całego zespołu. Tradycyjnie stosuje się zasadę głosowania, chociaż wyników głosowania – nawet tajnego – nie można uważać za w pełni bezstronne i obiektywne. Z reguły jest ono bowiem poprzedzone dyskusją, w toku której członkowie zespołu jawnie wyrażają swoje opinie o osobie ocenianej, co bez wątpienia wpływa na ich ostateczne zachowanie się podczas głosowania. Jest faktem znanym, że autorytatywnie wyrażana, a nie zawsze do końca słuszna opinia jednego członka lub grupy członków zespołu potrafi wpłynąć na zmianę zdania pozostałych członków. Z metody głosowania trzeba więc korzystać niezwykle rozważnie, zwłaszcza gdy przedmiotem oceny są ludzie. Trzeba także szukać innych zasad formułowania oceny zespołowej. Panuje przekonanie, że każdy członek zespołu oceniającego powinien formułować swoją opinię w pełni niezależnie od pozostałych, a potem – ze zbioru tych indywidualnych ocen – powinno się w sposób obiektywny wydedukować ocenę wyrażającą opinię zespołu jako całości. Ta wypadkowa ocena powinna być przedstawiona każdemu członkowi zespołu i poddana głosowaniu, ale bez przeprowadzania dyskusji na jej temat między członkami zespołu. Istotą koncepcji zespołowego oceniania jest więc posiadanie jak najlepszej w danych warunkach metody, której użycie pozwoliłoby sformułować ocenę zespołową na podstawie zbioru niezależnych subiektywnych ocen podanych przez poszczególnych członków zespołu. W naturalny sposób nasuwa się możliwość wykorzystania metod teorii podejmowania wieloatrybutowych decyzji, w której idea systemowości i interdyscyplinarności jest sprzęgnięta z koncepcją modelowania matematycznego, podejście ilościowe – z jakościowym, a aspekty probabilistyczno-statystyczne nie są traktowane jako przeciwień-

stwo, lecz jako dopełnienie i forma przejawiania się czynnika konieczności. Korzystanie z tych metod nie może być sprowadzone do mechanicznego posługiwania się określonymi procedurami logicznymi lub matematycznymi. Muszą być one stosowane w sposób zrozumiały i nie czysto formalny, zwłaszcza gdy przedmiotem oceny są ludzie, i tym bardziej, że każde postępowanie oceniające nauczyciela ma charakter unikatowy. Sprawiedliwa w sensie formalnym ocena nauczyciela może być z gruntu krzywdząca, jeżeli zespół oceniający nie weźmie pod uwagę istotnych czynników pozamerytorycznych, które nie są bezpośrednio odwzorowane w standardowym trybie realizacji postępowania oceniającego. W przypadku oceny nauczycieli musi więc być zachowany szeroki margines swobody działania zespołu oceniającego. W świetle tego wymogu istotnego znaczenia nabiera postawa etyczna członków zespołu.

5.2. Ogólna liczba możliwych uszeregowań

Zakładamy, że ocenie podlega grupa n nauczycieli. Grupę te należy uszeregować w kolejności od nauczyciela najlepszego do najgorszego w sensie jednej lub wielu z góry określonych cech, nazywanych też atrybutami. Jest oczywiste, że takie uszeregowanie jest elementem skończonego zbioru wszystkich możliwych uszeregowań członków rozpatrywanej grupy. Możliwe są dwie sytuacje: (1) każdy z nauczycieli otrzymał inną ocenę lub (2) istnieją nauczyciele, których oceny są takie same. W pierwszej można też powiedzieć, że w grupie nie ma nauczycieli równoważnych sobie w sensie przyjętych atrybutów oceny, w drugim – że są. Wiadomo, że pierwszej sytuacji liczba wszystkich możliwych uszeregowań nauczycieli wynosi $n!$ W drugiej sytuacji jest nieco inaczej – nauczycielom uznanym za równoważnych sobie w sensie rozpatrywanych atrybutów są przypisane takie same rangi, równe średniej arytmetycznej numerów pozycji zajmowanych przez nich w prawidłowym uszeregowaniu. Wartości rang, jakie można przypisać grupie n nauczycieli tworzą więc ciąg 1, 1.5, 2, 2.5, ..., $\frac{2n-1}{2}$, n. W tym przypadku liczba różnych wartości rang wynosi $2n-1$.

Ocena grupy nauczycieli może być dokonywana jednoosobowo lub wieloosobowo. W każdej konkretnej sytuacji ostatecznym wynikiem oceny musi być dokładnie jedno spośród określonej, skończonej i zazwyczaj dużej liczby możliwych uszeregowań. Rzecz

w tym, żeby w danych uwarunkowaniach było ono w jak największym stopniu obiektywne.

Przykład

Rozpatrzmy czteroosobową grupę nauczycieli k_1, k_2, k_3, k_4. Ponieważ $n = 4$, więc zbiorem wszystkich możliwych wartości rang, które mogą być przyporządkowane poszczególnym nauczycielom, jest {1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4}. W czterech środkowych kolumnach tablicy 5.1 są przedstawione wszystkie niemalejące ciągi rang, które mogą być przyporządkowane rozpatrywanej grupie nauczycieli. Ciągów tych jest osiem. Każdemu z nich odpowiada określona liczba uszeregowań nauczycieli. Liczba ta zależy od tego, czy w ciągu rang występują grupy takich samych elementów, czy też nie. Ilości uszeregowań odpowiadających poszczególnych ciągom rang są podane w ostatniej kolumnie tablicy 5.3. Suma tych liczb wyraża ogólną ilość takich uszeregowań grupy czterech nauczycieli, którym odpowiadają niemalejące ciągi rang.

Tablica 5.1

Wszystkie niemalejące ciągi rang dla $n = 4$

Uszeregowanie U_k	Nauczyciele				Liczba różnych uszeregowań
	k_1	k_2	k_3	k_4	
	Rangi				
U_1	1	2	3	4	$4! = 24$
U_2	1	2.5	2.5	4	$\frac{4!}{2!} = 12$
U_3	1	2	3.5	3.5	$\frac{4!}{2!} = 12$
U_4	1	3	3	3	$\frac{4!}{3!} = 4$
U_5	1.5	1.5	3	4	$\frac{4!}{2!} = 12$
U_6	1.5	1.5	3.5	3.5	$\frac{4!}{2!\cdot 2!} = 6$
U_7	2	2	2	4	$\frac{4!}{3!} = 4$
U_8	2.5	2.5	2.5	2.5	$\frac{4!}{4!} = 1$
Liczba wszystkich różnych uszeregowań					75

■

Wchodzą w grę różne matematyczne reprezentacje uszeregowań. Jedną z nich jest struktura uszeregowania. Aby określić to pojęcie zauważmy, że każdemu z uszeregowań odpowiada dokładnie jeden niemalejący ciąg rang. Między kolejnymi sąsiednimi elementami ciągu rang zachodzi więc relacja lepszości (za jej symbol przyjmiemy $\succ$) lub równoważności (jej symbolem będzie $\sim$). Wobec tego, n-elementowemu niemalejącemu ciągowi rang odpowiada $(n-1)$-elementowy ciąg znaków lepszości lub równoważności. Ten ciąg znaków będziemy nazywać strukturą uszeregowania. Struktura uszeregowania jednoznacznie określa ciąg rang. Liczba różnych struktur ciągu n-elementowego jest równa liczbie wszystkich możliwych binarnych ciągów $(n-1)$-elementowych i wynosi 2^{n-1}.

Przykład

Rozpatrzmy czteroosobową grupę nauczycieli k_1, k_2, k_3, k_4, którą ocenia się pod względem posiadania kompetencji do nauczania matematyki. Przypuśćmy, że uznano, iż (1) najwyższe kwalifikacje ma nauczyciel k_3, (2) nauczyciele k_1 i k_2 mają jednakowe kwalifikacje, ale gorsze niż k_3, zaś (3) najgorsze kwalifikacje ma nauczyciel k_4. Ocenie tej odpowiada uszeregowanie $U: k_3 \succ k_2 \sim k_1 \succ k_4$, a temu uszeregowaniu ciąg rang r_3, r_2, r_1, r_4 spełniających warunki: $r_3 < r_2 = r_1 < r_4$. Struktura uszeregowania U jest więc określona za pomocą ciągu znaków $(\succ, \sim, \succ)$. ■

Ciąg rang można również scharakteryzować za pomocą wektora $(n_1, n_2, ..., n_l)$ takiego, że $n_1 + n_2 + ... + n_l = n$, $l \leq n$, $n_i \geq 0$ $(i = 1,2,...,l)$, gdzie n_1 – liczba osób, którym została przypisana ranga najwyższa, n_2 – liczba osób, którym została przypisana ranga bezpośrednio niższa, itd. Na przykład, drugiemu ciągowi rang z tablicy 5.1 odpowiada wektor (1,2,1), a piątemu wektor (2,1,1).

Każdej strukturze odpowiada tyle możliwych uszeregowań, na ile sposobów można podzielić populację złożoną z n elementów na l uporządkowanych podpopulacji, z których pierwsza zawiera n_1 elementów, druga – n_2 elementów, itd. Niech $P(n_1, n_2, ..., n_l)$ oznacza liczbę tych uszeregowań. Z kombinatoryki wiadomo (zob., np., Lipski i Marek 1986) wiadomo, że

$$P(n_1,n_2,\ldots,n_l)=\binom{n}{n_1\ n_2\ \ldots n_l}=\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_l!}. \tag{5.1}$$

Oznaczmy przez $(n_{1,i},n_{2,i},\ldots,n_{l_i,i})$ wektor odpowiadający i-tej strukturze uporządkowania. Jeżeli ogólną liczbę możliwych uszeregowań n elementów oznaczymy przez $\mu(n)$, to

$$\mu(n)=\sum_{i=1}^{2^{n-1}}\frac{n!}{n_{1,i}!n_{2,i}!\ldots n_{l_i,i}!}. \tag{5.2}$$

Z formuły tej można jednak bezpośrednio korzystać w zasadzie tylko wtedy, gdy liczność grupy nauczycieli jest stosunkowo mała $(n=2,3,4)$. W miarę dalszego wzrostu liczności ocenianej grupy, liczba składników tej formuły rośnie niezwykle szybko (zob. tablica 5.2). W przypadku grupy pięcioosobowej jest ich 16, a w przypadku grupy dziesięcioosobowej – aż 512. A przecież w praktyce ma się bardzo często do czynienia z grupami, których liczebność jest dużo większa. Skłania to do poszukiwania innych metod obliczania ogólnej liczby możliwych uporządkowań.

Tablica 5.2

Ogólna liczba uporządkowań dla wybranych wartości n

n	2	3	4	5	6
2^{n-1}	2	4	8	16	32
$\mu(n)$	3	13	75	541	4683

Jedną z nich jest skorzystanie ze wzoru na n-tą potęgę wielomianu. W ogólnym przypadku wyraża się ona wzorem

$$(a_1+a_2+\ldots+a_l)^n=\sum_{\substack{k_1+k_2+\ldots+k_l=n\\ l\le n,\ k_i\ge 0}}P(k_1,k_2,\ldots,k_l)a_1^{k_1}a_2^{k_2}\cdot\ldots\cdot a_l^{k_l}, \tag{5.3}$$

gdzie suma jest rozciągnięta na wszystkie całkowite, nieujemne, możliwe $k_1,k_2,\ldots,k_l$ takie, że $k_1+k_2+\ldots+k_l=n$. W szczególnym przypadku, gdy $a_1=a_2=\ldots=a_l=1$,

otrzymujemy

$$l^n = \sum_{\substack{k_1+k_2+\ldots+k_l=n \\ l\le n,\, k_i\ge 0}} P(k_1,k_2,\ldots,k_l)\,. \tag{5.4}$$

Z formuły tej wynika, że jeżeli w rozbiciu $k_1,k_2,\ldots,k_l$ którakolwiek z wartości k_i $(i=1,2,\ldots,l)$ jest równa zeru, to suma (5.4) jest równa $(l-1)^n$. Sytuacja taka może zajść na $C_l^1=\binom{l}{1}$ sposobów.

Rozpatrzmy teraz sytuację, gdy $k_i=0$ i $k_j=0$, przy czym $i\neq j$. Sytuacja taka może zajść na $C_l^2=\binom{l}{2}$ sposobów. W tym przypadku suma (5.4) przyjmuje wartość $(l-2)^n$. Kontynuując to rozumowanie otrzymamy wartości sumy (5.4) dla rozbić, które zawierają trzy, cztery itd. elementy zerowe. Korzystając z kombinatorycznej zasady włączania–wyłączania (zob., np., Lipski i Marek 1986) otrzymamy też, że ogólna liczba uszeregowań n nauczycieli, w których niektórym nauczycielom mogą być przypisane takie same rangi (np. w przypadku jednakowych kompetencji do nauczania danego przedmiotu), odpowiadających rozbiciom $k_1,k_2,\ldots,k_l$ takim, że $k_1+k_2+\ldots+k_l=n$, k_i– dodatnie i całkowite, wynosi

$$\mu(n)=l^n-C_l^1(l-1)^n+C_l^2(l-2)^n-\ldots+(-1)^{l-1}C_l^{l-1}\,. \tag{5.5}$$

Mamy więc

$$\mu(n)=\sum_{l=1}^{n}\sum_{i=0}^{l-1}(-1)^i C_l^i(l-i)^n\,. \tag{5.6}$$

Ważną zaletą formuły (5.6) jest to, że dla skorzystania z niej nie trzeba znać wszystkich możliwych struktur uporządkowania rozpatrywanych n elementów.

Załóżmy, że oceny nauczycieli dokonuje zespół liczący m osób. Wielkość $\mu(n)$ określa ogólną liczbę alternatywnych uszeregowań zbioru n nauczycieli. Każdy z człon-

ków zespołu oceniającego wybiera spośród tych uszeregowań dokładnie jedno. W efekcie jako podstawowy wynik pracy zespołu otrzymuje się zbiór m uporządkowań $U_1, U_2, \ldots, U_m$. Zbiór ten można przedstawić w postaci wektora mn-wymiarowego, którego kolejnymi składowymi są uszeregowania nauczycieli zaproponowane przez poszczególnych członków zespołu. Ponieważ każda z osób oceniających ma $\mu(n)$ możliwości wyboru uszeregowania, więc wszystkich możliwych takich wektorów jest $\underbrace{\mu(n)\cdot\mu(n)\cdot\ldots\cdot\mu(n)}_{m} = [\mu(n)]^m$. Uznajmy te wszystkie wektory uszeregowań, w których jako jedna ze składowych występuje jedno i to samo uszeregowanie, ale wybrane przez różnych członków zespołu, za równoważne. Przy tym założeniu otrzymujemy, że ogólna liczba różnych alternatywnych uszeregowań wynosi

$$C(n,m) = C^m_{\mu(n)+m-1} = \binom{\mu(n)+m-1}{m} = \frac{[\mu(n)+m-1]!}{m![\mu(n)-1]!}. \tag{5.7}$$

Korzystając ze wzoru Stirlinga $x! \sim (2\pi)^{1/2} x^{x+\frac{1}{2}} e^{-x}$ otrzymamy po wykonaniu stosownych przekształceń następującą formułę przybliżoną

$$C(n,m) \sim 0.564189 \sqrt{\frac{\mu(n)+m-1}{m[\mu(n)-1]}} \left(1+\frac{m}{\mu(n)-1}\right)^{\mu(n)} \left(1+\frac{\mu(n)-1}{m}\right)^{m}. \tag{5.8}$$

Należy z niej korzystać, gdy liczba ocenianych osób jest duża. W praktyce daje ona dobre przybliżenie już dla $n > 5$.

Przykład

Przypuśćmy, że czteroosobowy zespół ocenia pięciu nauczycieli. W tym przypadku $n = 5, m = 4$. Ponieważ $\mu(5) = 541$ (zob. tablica 5.2), więc łączna liczba możliwych wektorów uszeregowań $[\mu(5)]^4 = 85\,662\,167\,761$, zaś ogólna liczba różnych alternatyw wynosi $C(5,4) = \frac{(541+4-1)!}{4!540!} = 3\,608\,976\,376$. ■

Już ten prosty przykład pokazuje, że określanie najlepszego wektora uporządkowań nawet kilkuosobowej grupy nauczycieli metodą przeglądu zbioru wszystkich alternatyw

nie wchodzi w grę z uwagi na liczność tego zbioru. Konieczne jest szukanie innych, bardziej konstruktywnych metod.

5.3. Metody Bordy, Kendalla i Condorceta znajdowania uszeregowania zespołowego

Zacznijmy od prostego przykładu. Czterech nauczycieli jest ocenianych przez zespół pięcioosobowy. Każdy członek zespołu, pracując niezależnie od pozostałych, przypisał każdemu nauczycielowi taką rangę, jaką w swoim mniemaniu uznał za obiektywną i skonstruował zgodne z tymi rangami uszeregowanie. Mamy więc cztery uszeregowania U_1, U_2, U_3, U_4 odwzorowujące subiektywne opinie poszczególnych członków zespołu o grupie nauczycieli. Na podstawie tych uszeregowań zespół – jako jedno ciało decyzyjne – musi utworzyć takie uszeregowanie, które będzie jak najlepiej syntetyzowało opinie wszystkich członków zespołu i będzie wyrażało opinię zespołu jako całości.

Tablica 5.3

Wyniki oceny i szeregowania nauczycieli (brak ocen równoważnych)

Numer członka zespołu oceniającego	Ciąg rang				Uszeregowanie nauczycieli
	k_1	k_2	k_3	k_4	
1	1	3	2	4	$U_1 : k_1 \succ k_3 \succ k_2 \succ k_4$
2	1	2	4	3	$U_2 : k_1 \succ k_2 \succ k_4 \succ k_3$
3	3	1	2	4	$U_3 : k_2 \succ k_3 \succ k_1 \succ k_4$
4	4	1	3	2	$U_4 : k_2 \succ k_4 \succ k_3 \succ k_1$
5	1	2	3	4	$U_5 : k_1 \succ k_2 \succ k_3 \succ k_4$
Suma rang	10	9	14	17	
Ranga średnia	2	1.8	2.8	3.4	

Jedną z historycznie pierwszych koncepcji konstruowania uszeregowania zespołowego na podstawie zbioru opinii indywidualnych podaje zasada Bordy (Borda 1781). Jeżeli przedmiotem szeregowania jest grupa nauczycieli, to zasada ta stwierdza, że pierwsze miejsce w uszeregowaniu zespołowym powinien zająć nauczyciel, któremu odpowiada najmniejsza suma rang, drugie ten, któremu odpowiada druga z kolei najmniejsza suma rang itd.. Rangi te są przedstawione w przedostatnim wierszu tablicy 5.3. Ponieważ najmniejszą sumę rang ma nauczyciel k_2, drugą z kolei najmniejszą nauczyciel k_1, trzecią –

nauczyciel k_3, a czwartą – nauczyciel k_4, więc ostateczne uszeregowanie nauczycieli wygląda tak: $U: k_2 \succ k_1 \succ k_3 \succ k_4$. Nie jest to żadne z uszeregowań podanych przez członków zespołu, lecz uszeregowanie nowe, przedstawiające ocenę zespołową.

Podobna metoda została zaproponowana przez Kendalla ponad półtora wieku później niż praca Bordy (Kendall 1955). Kendall nie znał jednak tej pracy. W zaproponowanej przez niego metodzie dla każdej ocenianej osoby oblicza się średnią arytmetyczną rang przypisanych jej przez wszystkich członków zespołu oceniającego (zob. ostatni wiersz tablicy 5.1). Oceniane osoby uszeregowuje się w niemalejącej kolejności średnich rang. W rozpatrywanym przez nas przykładzie otrzymuje się takie samo uszeregowanie, jak w metodzie Bordy, tj. $k_2 \succ k_1 \succ k_3 \succ k_4$.

FORMULARZ				
Tablica porównań parami				
k_1				k_2
k_1				k_3
k_1				k_4
k_2				k_3
k_2				k_4
k_3				k_4
Kryterium oceny:				

Rys. 5.1. Przykładowy formularz metody Condorceta

Jeszcze inną koncepcję ustalania uszeregowania zespołowego, syntetyzującego uszeregowania podane przez poszczególnych członków zespołu oceniającego, zaproponował Condorcet (1785). W odróżnieniu od metody Bordy jest ona oparta nie na analizie rang, lecz na wynikach porównywania ocenianych osób parami pod względem pewnego z góry określonego kryterium. Każda z osób oceniających porównuje każdą osobę ocenianą z każdą z pozostałych. Załóżmy najpierw, że rozstrzygnięcia muszą mieć charakter binarny, tzn. jedna z rozpatrywanej pary osób musi być lepsza lub gorsza od drugiej. Wyniki

porównywania przedstawia się w odpowiednim formularzu, którego przykład – w przypadku oceniania grupy czteroosobowej k_1, k_2, k_3, k_4 – jest podany na rys. 5.1. W pierwszej kolumnie głównej części formularza są wypisane symbole osób, które porównuje się z osobami, których symbole są wypisane w ostatniej kolumnie. Formularz czyta się i wypełnia wierszami. Jeżeli w wyniku porównania osoby k_i z osobą k_j $(i, j = 1,2,3,4; i \neq j; i > j)$ oceniający stwierdzi, że osoba k_i jest lepsza niż k_j w sensie określonego kryterium, to stawia umowny znak, na przykład $+$, w białej klatce odpowiedniego wiersza stojącej po lewej stronie środkowej (szarej) kolumny. W przeciwnym przypadku stawia ten znak w białej klatce stojącej po prawej stronie środkowej kolumny.

FORMULARZ SUMARYCZNY				
Tablica porównań parami				
k_1	4		2	k_2
k_1	4		2	k_3
k_1	5		1	k_4
k_2	5		1	k_3
k_2	6		0	k_4
k_3	4		2	k_4
Kryterium oceny:				
Kompetencje pedagogiczne nauczyciela				

Rys. 5.2. Przykład wypełnionego formularza sumarycznego (wyraźne zróżnicowanie kompetencji pedagogicznych poszczególnych nauczycieli)

Po odebraniu wypełnionych formularzy od wszystkich członków zespołu oceniającego oblicza się sumę głosów oddanych na każdą z opcji, a wyniki przedstawia się na formularzu sumarycznym. Przyjmijmy, że zespół oceniający liczy 6 osób, a kryterium oceny są kompetencje pedagogiczne nauczycieli. Przypuśćmy, że po zsumowaniu odpowiedzi podanych przez poszczególnych członków zespołu oceniającego otrzymano wyniki przedstawione w formularzu sumarycznym (rys. 5.2). Kierując się zasadą większości głosów stwierdzamy, że $k_1 \succ k_2$, $k_1 \succ k_3$, $k_1 \succ k_4$, $k_2 \succ k_3$, $k_2 \succ k_4$, $k_3 \succ k_4$. Wobec

tego uszeregowanie syntetyzujące oceny wszystkich członków zespołu ma postać: $U: k_1 \succ k_2 \succ k_3 \succ k_4$. Wyciągamy wniosek, że najlepsze przygotowanie pedagogiczne w rozpatrywanej grupie ma nauczyciel k_1, a najgorsze – nauczyciel k_4.

Rozpatrzmy teraz przypadek, gdy w grę wchodzą trzy alternatywy decyzyjne: każdy z dwóch porównywanych ze sobą nauczycieli może być lepszy ($\succ$) lub gorszy ($\prec$) od drugiego, ale może też nie być między nimi różnicy w sensie przyjętego kryterium oceny, czyli może zachodzić między nimi relacja równoważności ($\sim$). Przykład takiej sytuacji jest przedstawiony w tablicy 5.4.

Tablica 5.4

Wyniki oceny i szeregowania nauczycieli (z ocenami równoważnymi)

Numer członka zespołu	Ciąg rang				Uszeregowanie nauczycieli
	k_1	k_2	k_3	k_4	
1	1	2.5	2.5	4	$U_1: k_1 \succ k_2 \sim k_3 \succ k_4$
2	3	1.5	1.5	4	$U_2: k_2 \sim k_3 \succ k_1 \succ k_4$
3	4	1	2.5	2.5	$U_3: k_2 \succ k_4 \sim k_3 \succ k_1$
4	1	3.5	2	3.5	$U_4: k_1 \succ k_3 \succ k_2 \sim k_{41}$
5	1.5	1.5	3.5	3.5	$U_5: k_1 \sim k_2 \succ k_3 \sim k_4$
Suma rang	10.5	10	12	17.5	
Ranga średnia	2.1	2	2.4	3.5	

U podstaw metod Bordy, Kemeny'ego i Condorceta leży koncepcja wykorzystania metod głosowania do skonstruowania uszeregowania, które będzie uznane za wyraz zbiorowej opinii całego zespołu oceniającego. Istotną wadą tych metod jest ich mała obiektywność i z tego powodu ich przydatność do oceniania i konstruowania rankingów nauczycieli jest bardzo mała. Metody te są proste i łatwe w użyciu. Mogą być wprawdzie stosowane przez władze szkół do konstruowania orientacyjnych ocen kadry nauczycielskiej, jednak korzystając z nich trzeba pamiętać, że są one bardzo podatne na różnego rodzaju manipulacje – wymagają więc od stosujących je odpowiedzialności i bardzo wysokiego poziomu etycznego. Z tego powodu powinny być stosowane niezwykle oględnie i z dużą ostrożnością. W żadnym razie oceny uzyskane tą metodą nie powinny traktowa-

ne jako w pełni obiektywnie i nie powinny być wykorzystywane jako podstawa do podejmowania decyzji dotyczących kariery zawodowej nauczycieli.

5.4. Metoda Kemeny'ego-Snella

U podstaw metody Kemeny'ego-Snella leży oczywiste stwierdzenie, że istotą każdej metody zespołowego oceniania i szeregowania jakichkolwiek obiektów wedle stopnia posiadania przez nie określonej cechy lub zbioru cech jest skonstruowanie na podstawie uszeregowań podanych przez poszczególnych członków zespołu takiego uszeregowania wypadkowego, które zostanie uznane przez zespół jako najlepiej wyrażające w danych okolicznościach jego stanowisko. W kontekście tego stwierdzenia powstaje jednak pytanie, jaką wielkość należy przyjąć za miernik względnej optymalności uszeregowania zespołowego?

Dalsze rozważania będziemy odnosić bezpośrednio do grupy nauczycieli $k_1, k_2, \ldots, k_n$. W przypadku, gdy ocenę przeprowadza zespół m-osobowy, uszeregowania nauczycieli podane przez poszczególnych jego członków będziemy oznaczać przez $U_1, U_2, \ldots, U_m$. Symbolem U^* będziemy oznaczać uszeregowanie zespołowe.

Zauważmy, że każdemu uszeregowaniu U_k $(k = 1,2,\ldots,m)$ jest równoważna odpowiednia macierz porównań parami:

$$R_k = \begin{pmatrix} r_{11}^{(k)} & r_{12}^{(k)} & \cdots & r_{1n}^{(k)} \\ r_{21}^{(k)} & r_{22}^{(k)} & \cdots & r_{2n}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1}^{(k)} & r_{n2}^{(k)} & \cdots & r_{nn}^{(k)} \end{pmatrix}, \quad (k = 1,2,\ldots,m), \tag{5.9}$$

której elementy mogą być określone w następujący sposób:

$$r_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{gdy} \quad k_i \succ k_j, \\ 1, & \text{gdy} \quad k_i \sim k_j, \\ 0, & \text{gdy} \quad k_i \prec k_j, \end{cases} \tag{5.10}$$

przy czym $r_{ij} + r_{ji} = 2$ $(i, j = 1,2,\ldots,n;\ i \neq j)$, $r_{ii} = 1$ $(i = 1,2,\ldots,n)$. Powinien być przy tym

spełniony warunek przechodniości ocen polegający na tym, że dla każdych trzech nauczycieli k_r, k_s, k_t należących do rozpatrywanej grupy, warunki $k_r \succ k_s$ i $k_s \succ k_t$ pociągają za sobą warunek $k_r \succ k_t$. Jeżeli zaistnieje taka potrzeba, to macierz (5.9) będziemy zapisywać także w postaci $R_k = (r_{ij}^{(k)})$, gdzie $i, j = 1,2,...,n$, $k = 1,2,...,m$. Symbolem $R^* = (r_{ij}^*)$, gdzie $i, j = 1,2,...,n$, będziemy oznaczać macierz porównań parami odpowiadającą uszeregowaniu zespołowemu U^*.

Oznaczmy przez $U(n)$ zbiór wszystkich możliwych uszeregowań rozpatrywanej n-osobowej grupy nauczycieli, a przez $R(n)$ zbiór macierzy porównań parami odpowiadających tym uszeregowaniom.

Rozpatrzmy trzy uszeregowania $U_k, U_s, U_l \in U(n)$, którym odpowiadają macierze porównań parami $R_k, R_s, R_l \in R(n)$. Jeżeli $U_k \cap U_l \subseteq U_s \subseteq U_k \cup U_l$ to powiemy, że uszeregowanie U_s jest uszeregowaniem pośrednim w stosunku do uszeregowań U_k i U_l, czyli leżącym między nimi. W kategorii elementów macierzy R_k, R_s i R_l warunek ten wyraża się w następujący sposób: $r_{ij}^{(k)} \le r_{ij}^{(s)} \le r_{ij}^{(l)}$ lub $r_{ij}^{(k)} \ge r_{ij}^{(s)} \ge r_{ij}^{(l)}$ $(i, j = 1,2,...,n;\ k, l, s = 1,2,...,m;\ k \ne l \ne s)$.

Aby odpowiedzieć na pytanie, w jaki sposób na podstawie uszeregowań indywidualnych konstruować najlepsze w danych warunkach uszeregowanie zespołowe, trzeba wprowadzić jakąś miarę jakości uszeregowania. To z kolei wymaga uprzedniego wprowadzenia metryki na zbiorze $R(n)$, tzn. takiej funkcji d, która każdej parze macierzy porównań parami $R_k, R_l \in R(n)$, gdzie $k, l = 1,2,...,m$, przypisuje odległość $d(R_k, R_l)$ w taki sposób, że:

(1) Odległość ta jest zawsze liczbą nieujemną, a ściślej, dla każdej pary różnych macierzy jest ona zawsze dodatnia, równa zaś zeru tylko dla pary tych samych macierzy.

(2) Odległość między macierzą R_k a macierzą R_l jest taka sama jak między macierzą R_l a macierzą R_k.

(3) Odległość między macierzami R_k a R_l jest niewiększa od sumy odległości tych macierzy od trzeciej macierzy R_s $(R_s \in R(n))$.

Drugi z tych warunków nazywa się warunkiem symetryczności, a trzeci warunkiem trójkąta. Uporządkowana para $(R(n),d)$ złożona ze zbioru $R(n)$ oraz określonej na nim metryki d jest przestrzenią metryczną. Zgodnie z konwencją przyjętą w matematyce (zob., np., Duda 1986) będziemy ją jednak oznaczać za pomocą pierwszego elementu tej pary, tj. jako $R(n)$.

Specyfika zagadnień oceny i szeregowania wymaga nałożenia na metrykę określoną za pomocą aksjomatów (1), (2) i (3) dodatkowych ograniczeń. Oto ich sformułowania:

(4) Rozpatrzmy dwa różne U_k i U_l $(k,l=1,2,...,m)$ i odpowiadające im macierze porównań parami R_k i R_l. Niech U'_k i U'_l będą uszeregowaniami otrzymanymi odpowiednio z U_k i U_l przez zamianę w każdym z nich miejscami jednych i tych samych elementów. Oznaczmy przez R'_k i R'_l macierze porównań parami odpowiadające uszeregowaniom U'_k i U'_l. Przyjmiemy, że odległość między uszeregowaniami jest niezmiennikiem powyższego przekształcenia, czyli że $d(U'_k,U'_l)=d(U_l,U_k)$ lub – co na jedno wychodzi – że $d(R'_k,R'_l)=d(R_l,R_k)$.

(5) Przyjmiemy, że jeśli dwa uszeregowania U_k i U_l różnią się od siebie tylko pozycjami niektórych elementów, to odległość między tymi uszeregowaniami jest równa odległości między uszeregowaniami częściowymi odpowiadającymi tym elementom.

(6) Przyjmiemy, że najmniejsza odległość między dwoma różnymi uszeregowaniami jest równa 1.

Zbiór macierzy porównań parami $R(n)$ można metryzować w różny sposób. Jednym z nich jest wprowadzenie metryki określonej wzorem

$$d(R_k,R_l)=\sum_{\substack{i=1\\ i>j}}^{n}|\, r_{ij}^{(k)}-r_{ij}^{(l)}\,|,\quad (k,l=1,2,...,m)\,. \tag{5.11}$$

W formule tej sumuje się bezwzględne wartości różnicy odpowiadających sobie elementów macierzy R_k i R_l leżących nad główną przekątną. W każdej macierzy kwadratowej stopnia n elementów tych jest $\frac{1}{2}n(n-1)$. Zawierają one całą informację o uszeregowaniach podanych przez członków zespołu oceniającego, na podstawie której trzeba skonstruować uszeregowanie zespołowe.

Kemeny i Snell (1972) sformułowali i udowodnili twierdzenie mówiące, że istnieje jedna i tylko jedna metryka d określona na zbiorze $R(n)$, która spełnia warunki (1)-(6), przy czym jest to metryka określona formułą (5.11).

Jeśli za uszeregowanie U^* najlepiej wyrażające stanowisko zespołu oceniającego przyjąć takie, dla którego suma odległości odpowiadającej mu macierzy porównań parami R^* od macierzy R_k $(k=1,2,...,m)$ odpowiadających uszeregowaniom podanym przez wszystkich członków zespołu oceniającego jest najmniejsza

$$\sum_{k=1}^{m}d(R_k,R^*)=\min_{R\in R(n)}\sum_{k=1}^{m}d(R_k,R)\,, \tag{5.12}$$

to uszeregowanie spełniające ten warunek nazywa się uszeregowaniem medianowym lub medianą uszeregowań podanych przez członków zespołu. Zwróćmy uwagę, że uszeregowanie medianowe jest jednym z elementów zbioru uszeregowań podanych przez członków zespołu oceniającego.

Innym uszeregowaniem, które można przyjąć za wyrażające stanowisko zespołu oceniającego, jest uszeregowanie średnie. Oznaczmy je symbolem $\overline{R}$. Definiuje się je jako uszeregowanie, dla którego jest spełniony warunek

$$\sum_{k=1}^{m}[d(R_k,\overline{R})]^2=\min_{R\in R(n)}\sum_{k=1}^{m}[d(R_k,R)]^2\,. \tag{5.13}$$

Określenia uszeregowań medianowego i średniego nie zależą od postaci funkcji d. W szczególności można przyjąć, że jest ona określona formułą (5.11).

Przykład

Przypuśćmy, że ocenie podlega trzech nauczycieli k_1, k_2, k_3 pewnego przedmiotu, zaś oceny dokonuje zespół czteroosobowy. Kryterium oceny są wyniki nauczania (np. średnia ocena z tego przedmiotu w grupie uczniów lub studentów) uzyskane w pewnym okresie (np. w ciągu roku szkolnego lub akademickiego, w okresie jaki upłynął od poprzedniej oceny itp.). W uszeregowaniach podanych przez członków zespołu każdy nauczyciel może mieć inną ocenę (będziemy je nazywać uszeregowaniami podstawowymi), lub też oceny niektórych nauczycieli mogą być takie same. W pierwszym przypadku liczba wszystkich możliwych uszeregowań wynosi $3!=6$. Oznaczmy je symbolami U_1, U_3, U_5, U_7, U_9 i U_{11}. Rozpatrzmy następujące pary uszeregowań: (U_1, U_3), (U_3, U_5), (U_5, U_7), (U_7, U_9), (U_9, U_{11}) i (U_{11}, U_1). Z każdą z nich jest związane dokładnie jedno uszeregowanie pośrednie, w którym między dwojgiem nauczycieli zachodzi relacja równości ocen. Wszystkich uszeregowań pośrednich jest też 6. Oznaczmy je symbolami $U_2, U_4, U_6, U_8, U_{10}$ i U_{12}. Szczególnym uszeregowaniem jest U_{13}, odpowiadające sytuacji nierozróżnialności wyników osiągniętych przez poszczególnych nauczycieli.

Zbiór wszystkich rozpatrywanych uszeregowań, odpowiadające im ciągi rang oraz macierze porównań parami są przedstawione w tablicy 5.5. Klatki z szarym tłem odpowiadają uszeregowaniom podstawowym. Zauważmy, że w przypadku uszeregowania $U_{13}: k_1 \sim k_2 \sim k_3$ macierz porównań parami jest macierzą jednostkową.

Niech D będzie macierzą odległości między uszeregowaniami. Jest to macierz kwadratowa trzynastego stopnia. Dla obliczenia wartości jej elementów posługujemy się formułą (5.11). Macierz ta ma postać następującą (z uwagi na symetryczność metryki (5.11) nie wypisujemy wartości elementów stojących poniżej głównej przekątnej):

$$D=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 4 & 5 & 4 & 3 & 2 & 2 \\ & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 & 4 & 3 & 3 \\ & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ & & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 & 3 \\ & & & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ & & & & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 3 \\ & & & & & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2 \\ & & & & & & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ & & & & & & & & & 0 & 1 & 2 & 2 \\ & & & & & & & & & & 0 & 1 & 3 \\ & & & & & & & & & & & 0 & 2 \\ & & & & & & & & & & & & 0 \end{pmatrix}.$$

Zauważmy, że maksymalna odległość między uszeregowaniami podstawowymi $(U_1, U_3, U_5, U_7, U_9, U_{11})$, tj. nie zawierającym jednakowych rang, jest równa 6, zaś w przypadku uszeregowań zawierających jednakowe rangi wynosi ona 4.

Przyjmijmy, że członkowie zespołu oceniającego przypisali rozpatrywanej grupie nauczycieli następujące uszeregowania (zob. tablica 5.5): $R_2 : k_1 \succ k_2 \sim k_3$, $R_6 : k_3 \succ k_1 \sim k_2$, $R_8 : k_3 \sim k_2 \succ k_1$, $R_{11} : k_2 \succ k_1 \succ k_3$. Przypuśćmy, że za uszeregowanie zespołowe uznamy medianę. Aby ją znaleźć, rozpatrzmy – dla przykładu – jako możliwe rozwiązania medianowe następujące uszeregowania: $R_1 : k_1 \succ k_2 \succ k_3$, $R_4 : k_1 \sim k_3 \succ k_2$, $R_{10} : k_2 \succ k_3 \sim k_1$ i $R_{13} : k_1 \sim k_2 \sim k_3$. Korzystając ze wzoru (5.12) otrzymamy kolejno:

$$d(R_2, R_1) + d(R_6, R_1) + d(R_8, R_1) + d(R_{11}, R_1) = 1 + 5 + 5 + 2 = 13$$
$$d(R_2, R_4) + d(R_6, R_4) + d(R_8, R_4) + d(R_{11}, R_4) = 2 + 2 + 4 + 5 = 13$$
$$d(R_2, R_{10}) + d(R_6, R_{10}) + d(R_8, R_{10}) + d(R_{11}, R_{10}) = 4 + 2 + 4 + 5 = 15$$
$$d(R_2, R_{13}) + d(R_6, R_{13}) + d(R_8, R_{13}) + d(R_{11}, R_{13}) = 2 + 2 + 2 + 3 = 9$$

Uszeregowaniem medianowym jest więc $R_{10} : k_2 \succ k_3 \sim k_1$. Można je przyjąć za uszeregowanie wyrażające zdanie zespołu oceniającego.

Tablica 5.5

Uszeregowania, rangi i macierze porównań parami

Uszeregowanie U_k	Rangi			Macierz porównań parami R_k	Uszeregowanie U_k	Rangi			Macierz porównań parami R_k
	k_1	k_2	k_3			k_1	k_2	k_3	
$k_1 \succ k_2 \succ k_3$	1	2	3	$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$k_3 \sim k_2 \succ k_1$	3	1.5	1.5	$R_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$k_1 \succ k_2 \sim k_3$	1	2.5	2.5	$R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$k_2 \succ k_3 \succ k_1$	3	1	2	$R_9 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$k_1 \succ k_3 \succ k_2$	1	3	2	$R_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$k_2 \succ k_3 \sim k_1$	2.5	1	2.5	$R_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$k_1 \sim k_3 \succ k_2$	1.5	3	1.5	$R_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$k_2 \succ k_1 \succ k_3$	2	1	3	$R_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$k_3 \succ k_1 \succ k_2$	2	3	1	$R_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$k_2 \sim k_1 \succ k_3$	1.5	1.5	3	$R_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
$k_3 \succ k_1 \sim k_2$	2.5	2.5	1	$R_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$k_1 \sim k_2 \sim k_3$	2	2	2	$R_{13} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
$k_3 \succ k_2 \succ k_1$	3	2	1	$R_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$					

Gdyby za wyraz opinii zespołowej przyjąć uszeregowanie w sensie Bordy, to byłoby nim $R_3 : k_1 \succ k_3 \succ k_2$ (bo suma rang przypisanych pierwszemu nauczycielowi przez wszystkich członków zespołu wynosi 8.5, drugiemu – 7.5, a trzeciemu – 8). Gdyby natomiast szukać uszeregowania zespołowego w sensie Condorceta, to doszlibyśmy do wniosku, że ponieważ z uszeregowań podanych przez członków zespołu wynikają warunki $k_1 \sim k_2$, $k_2 \sim k_3$, $k_1 \succ k_3$, więc rozwiązanie takie nie istnieje. ■

Jak widać, uszeregowania zespołowe otrzymane metodami Bordy, Condorceta i Kemeny'ego-Snella mogą zdecydowanie różnić się między sobą. Spostrzeżenie to ma istotne znaczenie dla sformułowania założeń, które powinny lec u podstaw nowej metodologii oceniania nauczycieli. Obowiązujący dotychczas tryb przeprowadzania tych ocen jest w zasadzie oparty na technikach głosowania. O zespołowej randze danego nauczyciela decydują wyniki jawnego lub tajnego głosowania, które z reguły jest poprzedzone jawną dyskusją. Wpływ dyskusji na wyniki głosowania może być pozytywny, ale może też być zdecydowanie negatywny. Stosowane zabiegi matematyczne (szukanie rozwiązania medianowego lub średniego) mają na celu wyrównanie ewentualnych odchyleń, ale nie gwarantują obiektywności oceny. Obiektywność tę można by podnieść zwiększając liczbę członków zespołu do granic gwarantujących zaistnienie skutków działania statystycznego prawa wielkich liczb. Takie rozwiązanie byłoby jednak niepraktyczne i nieekonomiczne – zespół oceniający nie może być zbyt liczny, a mimo to wyniki jego pracy muszą być na tyle obiektywne, by były akceptowane i przyjmowane przez społeczność nauczycielską. Wyznaczane w dotychczasowy sposób uszeregowania medianowe i średnie nie są miarodajne również z systemowego punktu widzenia.

5.5. Metoda Cooka-Seiforda

Cook i Seiford (1982) zwrócili uwagę na to, że poważnym ograniczeniem metody Kemeny'ego i Snella, nadmiernie upraszczającym rzeczywistość, jest użyta przez nich metryka. Przyjęli więc, że uszeregowania elementów rozpatrywanej zbiorowości są przedstawione w postaci ciągów rang i na wszystkich możliwych ciągów rang wprowadzili taką miarę odległości:

$$d(U_k,U_l)=\sum_{i=1}^{n}|r_i^{(k)}-r_i^{(l)}|. \tag{5.14}$$

W modelu tym, tak jak w modelu Kemeny'ego-Snella, odległości między sąsiednimi podstawowymi uszeregowaniami są równe 1, natomiast odległości między uszeregowaniami nie sąsiadującymi ze sobą mogą być inne. Na przykład, odległość Kemeny'ego-Snella między uszeregowaniami $U_1 : k_1 \succ k_2 \succ k_3$ i $U_7 : k_3 \succ k_2 \succ k_1$ jest równa 6, podczas gdy odległość Cooka-Seiforda wynosi 4. W modelu Kemeny'ego-Snella największa odległość między uszeregowaniami jest określona formułą

$$\max d(U_k,U_l)=n(n-1), \tag{5.15}$$

natomiast w modelu Cooka-Seiforda wyraża się wzorem

$$\max d(U_k,U_l)=2\sum_{k=1}^{[n/2]}[n-(2k-1)], \tag{5.16}$$

gdzie $[n/2]$ jest częścią całkowitą liczby $\frac{n}{2}$.

Mediana Cooka-Seiforda wyraża się formalnie tym samym wzorem co mediana Kemeny'ego-Snella (wzór (5.12)), z tym jednak, że odległość między uszeregowaniami jest liczona nie wedle wzoru (5.11), lecz wedle formuły (5.14).

Załóżmy, dla ustalenia uwagi, że interesują nas tylko takie uszeregowania, którym odpowiadają ciągi rang nie zawierające powtórzeń. Załóżmy, jak poprzednio, że ocenę n-osobowej grupy nauczycieli przeprowadza zespół m-osobowy. Członkowie zespołu przedstawili uszeregowania $U_k=(r_1^{(k)},r_2^{(k)},...,r_n^{(k)})$, gdzie $k=1,2,...,m$, przy czym $r_i^{(k)}$ $(i=1,2,...,n;\ k=1,2,...,m)$. Nieznane uszeregowanie zespołowe oznaczamy przez $U^*=(r_1^*,r_2^*,...,r_n^*)$. Rozpatrzmy sumę bezwzględnych wartości odchyleń wszystkich rang przypisanych wszystkim nauczycielom przez wszystkich członków zespołu, tj. sumę

$$\Delta=\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}|r_i^{(k)}-r_i^*|. \tag{5.17}$$

Zauważmy, że wielkość

$$\alpha_{il} = \sum_{k=1}^{m} | r_i^{(k)} - l |, \qquad (i,l = 1,2,...,n) \tag{5.18}$$

może być interpretowana jako strata, którą ponosi się wskutek przypisania nauczycielowi i przez k-tego członka zespołu oceniającego rangi $r_i^{(k)}$, podczas gdy w rzeczywistości należało przypisać rangę l. Zbiór wszystkich wartości α_{il} można przedstawić w postaci następującej macierzy kwadratowej stopnia n:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}. \tag{5.19}$$

Zadanie określenia najlepszego zespołowego uszeregowania $U^* = (r_1^*, r_2^*, ..., r_n^*)$ grupy nauczycieli polega więc na znalezieniu takiego ciągu rang r_i^* $(i = 1,2,...,n)$ przypisanych poszczególnym nauczycielom, aby wielkość Δ była jak najmniejsza. Zadanie to można sformułować jako znane z teorii programowania dyskretnego zadanie przydziału. W tym celu załóżmy, że mamy określić wartości n rang, przy czym strata wynikająca z przyporządkowania w uszeregowaniu zespołowym nauczycielowi i $(i = 1,2,...,n)$ rangi l $(l = 1,2,...,n)$ wynosi α_{il}. Niech x_{il} będzie zmienną dyskretną przyjmującą wartość 1, gdy i-temu nauczycielowi jest przyporządkowana ranga l oraz wartość zero w przeciwnym przypadku. Zagadnienie znalezienia najlepszego uszeregowania zespołowego można sformułować tak:

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \alpha_{il} x_{il} \to \min, \tag{5.20}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{i=1}^{n} x_{il} = 1, \qquad (l = 1,2,...,n), \tag{5.21}$$

$$\sum_{l=1}^{n} x_{il} = 1, \qquad (i = 1,2,...,n), \tag{5.22}$$

$$x_{il} = \begin{cases} 1, & \text{gdy} \quad r_i^* = l, \\ 0, & \text{gdy} \quad r_i^* \neq l. \end{cases}, \qquad (i, j = 1,2,...,n). \tag{5.23}$$

W połączeniu z (5.23) ograniczenia (5.21) mówią, że każda z rang jest przyporządkowana dokładnie jednemu nauczycielowi, a ograniczenia (5.22) oznaczają, że każdemu z nauczycieli jest przyporządkowana dokładnie jedna ranga. Zbiór zmiennych x_{il} może być przedstawiony w postaci macierzy kwadratowej $X = (x_{il})$ stopnia n.

Ponieważ

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} s_{il} x_{il} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} | r_i^{(k)} - l | x_{il}, \tag{5.24}$$

więc zadanie (5.20)-(5.23) jest równoważne minimalizacji wyrażenia (5.17). Jeżeli więc $x_{il} = 1$ i $l = r_i^*$, to

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} | r_i^{(k)} - l | x_{il} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} | r_i^{(k)} - r_i^* |. \tag{5.25}$$

Procedura rozwiązywania zadania przydziału jest szczegółowo opisana w literaturze (zob., np., Ackoff i Sasieni 1968; Walukiewicz 1986).

Przykład

Przypuśćmy, że członkowie czteroosobowego zespołu dokonali oceny dorobku dydaktycznego trzech nauczycieli pewnego przedmiotu. Każdy z członków zespołu uznał, że dorobek poszczególnych nauczycieli jest wyraźnie inny niż dwóch pozostałych. Wyniki oceny przedstawili w postaci następujących uszeregowań: $U_1 : k_3 \succ k_1 \succ k_2$, $U_2 : k_3 \succ k_2 \succ k_1$, $U_3 : k_2 \succ k_1 \succ k_3$ i $U_4 : k_2 \succ k_3 \succ k_1$.

Ponieważ każdy z członków zespołu uznał, że dorobek poszczególnych nauczycieli jest wyraźnie inny niż dwóch pozostałych, więc uszeregowaniom tym odpowiadają ciągi rang, które będziemy oznaczać tymi samymi symbolami co odpowiadające im uszerego-

wania. Liczbowe wartości rang są przedstawione w kolejnych kolumnach głównej części tablicy 5.6.

Tablica 5.6

Rangi przypisane poszczególnym nauczycielom

		Członek zespołu oceniającego			
		1	2	3	4
Ciąg rang		U_1	U_2	U_3	U_4
Nauczyciele	1	2	3	2	3
	2	3	2	1	1
	3	1	1	3	2

Na podstawie tej tablicy można skonstruować macierz A. Dla obliczenia wartości jej elementów korzystamy z formuły (5.18). Mamy: $d_{11} = |3-1|+|3-1|+|2-1|+|2-1| = 6$, $d_{12} = |3-2|+|3-2|+|2-2|+|2-2| = 2$ itd. Otrzymujemy macierz

$$A = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Zgodnie z procedurą rozwiązywania zadania przydziału trzeba najpierw sprowadzić macierz A do postaci równoważnej zawierającej co najmniej jedno zero w każdym wierszu i w każdej kolumnie. Osiąga się to poprzez wykonanie odpowiednich operacji elementarnych na wierszach i kolumnach macierzy. W rozważanym przez nas przykładzie wystarczy odjąć od wszystkich elementów każdego wiersza macierzy A jego element najmniejszy. Dostajmy macierz

$$\hat{A} = = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Drugim krokiem procedury jest skonstruowanie macierzy przydziałów X, zawierającej w każdym wierszu i każdej kolumnie dokładnie jedną jedynkę. Są dwie możliwości: macierz ta ma postać

$$X_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

lub

$$X_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & & 0 \end{pmatrix}.$$

Macierzy przydziałów X_1 odpowiada ciąg rang $(3,2,1)$, z którym jest stowarzyszone uporządkowanie $k_3 \succ k_2 \succ k_1$, natomiast macierzy przydziałów X_2 odpowiada ciąg rang $(3,1,2)$, z którym jest związane uszeregowanie $k_2 \succ k_3 \succ k_1$.

W przypadku, gdy rangi przypisane nauczycielom są optymalne, wartość funkcji Δ (zob. wzór (5.20)) powinna być równa sumie odległości uszeregowań od uszeregowania medianowego. W rozważanym przez nas przypadku otrzymujemy, że

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \alpha_{il} x_{il}^{(1)} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{l=1}^{3} \alpha_{il} x_{il}^{(2)} = 8,$$

a więc zarówno dla uszeregowania zespołowego $k_3 \succ k_2 \succ k_1$, jak i dla $k_2 \succ k_3 \succ k_1$ wielkość strat jest taka sama i równa 8. Podobnie dla sumy odległości uszeregowań podanych przez członków zespołu oceniającego od rozwiązania medianowego otrzymujemy (zob. tablica 5.5):

$$\sum_{k=1}^{4} d(U_k, U_7) = \sum_{k=1}^{4} d(U_k, U_5) = 8.$$

Zauważmy, że sumy odległości uszeregowań podanych przez członków zespołu oceniającego od wszystkich pozostałych uszeregowań podstawowych (zob. tablica 5.5) są większe od 8. ■

Podejście zaproponowane przez Cooka i Seiforda miało zapewnić większą miarodajność uszeregowania zespołowego niż w przypadku metod Bordy, Condorceta i Kemeny'ego-Snella. Służyć temu miało sformułowanie zadania wyznaczania mediany jako zadania przydziału i rozwiązanie tego ostatniego za pomocą odpowiedniej procedury numerycznej. Zasadne jest jednak pytanie, czy ten chwyt rzeczywiście zwiększa wiarygodność uszeregowania zespołowego. Wydaje się, że nie. Istota problemu leży bowiem gdzie indziej. Wiadomo, że dane, z których korzysta się w toku tej czy innej procedury matematycznej mają obciążenia właściwe wynikom wszelkich technik głosowania (subiektywność, nieprecyzyjność, niepewność itd.), a z teorii modelowania matematycznego (zob., np., Kacprzyński 1974; Gutenbaum 1987) wiadomo, że jakość rozwiązania zadania rzeczywistego za pomocą modelu matematycznego nigdy nie jest lepsza od jakości danych, na podstawie których estymuje się wartości parametrów modelu. Ogólny kierunek badań nad metodologią oceniania nauczycieli jest więc wyznaczony przede wszystkim przez dążenie do zapewniania jak najlepszej jakości danych wyjściowych. Dokumentacje dotyczące rozwoju zawodowego nauczycieli nie mogą być prowadzone wyłącznie w oparciu o zasadę gromadzenia zaświadczeń o podnoszeniu kwalifikacji, o liczbie i jakości publikacji, o uczestnictwie w konferencjach itp. O zawodowej jakości nauczyciela świadczą przede wszystkim wyniki prowadzonego przez niego procesu edukacyjnego, a jakość ta nie może być oceniana w trybie głosowania, choćby głosującymi byli nawet najwybitniejsi specjaliści. Istnieje więc pilna potrzeba zajęcia się kwestią planowania eksperymentu identyfikacyjnego w zastosowaniu do problematyki oceniania kompetencji zawodowych i skuteczności pracy nauczycieli.

6. Wybór zespołu oceniającego

Trafność decyzji wyrażających ocenę zawodowej jakości nauczycieli zależy przede wszystkim od kompetencji członków zespołu oceniającego, ale silny wpływ na nią mają także takie czynniki, jak liczebność zespołu, procentowy udział w nim odpowiednich specjalistów, rzecznika praw nauczyciela itp. Utworzenie takiego zespołu nie jest rzeczą łatwą, bowiem ani o liczebności zespołu, ani o jego składzie nie powinno się decydować w sposób czysto administracyjny, lecz w oparciu o postulaty teorii systemów i teorii podejmowania decyzji. Powinno się też uwzględniać fakt, że przedmiotem oceny będą ludzie, którzy uczą i wychowują dzieci i młodzież. Człowiek jest osobowym bytem dynamicznym, którego immanentną właściwością jest zdolność do działania wolnego, świadomego i odpowiedzialnego. Zdolność ta powinna być spotęgowana u ludzi, którzy decydują się występować w roli członków zespołu oceniającego innych.

W psychologii człowieka i w psychologicznej teorii decyzji (zob., np., Kozielecki 1981; Gogacz 1985) przyjmuje się, że podstawowymi cechami członka zespołu oceniającego powinny być: otwartość, kompetencja, kreatywność, konstruktywność myślenia, pozytywny stosunek do zadania postawionego przed zespołem, umiejętność pracy zespołowej, samokrytycyzm, życzliwość itp. Są to cechy wybitnie jakościowe. Chociaż więc czynione są próby poszukiwania sposobów wyrażania ich w kategoriach ilościowych, to jednak trzeba pamiętać, że z natury rzeczy są one niekwantyfikowalne i każda reprezentacja liczbowa będzie je zubożała.

Załóżmy, że zostało określone grono kandydatów, spośród których powinno się wybrać członków zespołu oceniającego. Przyjmijmy, że sporządzono ich listę, która następnie przedstawiono zarówno każdemu z kandydatów na członka zespołu, jak i środowisku nauczycielskiemu, którego będzie dotyczyć ocena. Prosi się ich o ewentualne dopisanie do listy nazwisk tych osób, które ich zdaniem nie znalazły się na liście, a powinny. W oparciu o otrzymane odpowiedzi tworzy się nową wersję listy kandydatów, którą też daje się do oceny wszystkim osobom znajdującym się na niej oraz środowisku nauczycielskiemu. Praktyka uczy, że procedura ta jest na ogół szybko zbieżna i zazwyczaj już po kilku jej turach otrzymuje się listę kandydatów akceptowaną przez wszystkich zainteresowanych (kandydatów i środowisko nauczycielskie).

Zauważmy, że w wyniku takiej procedury tworzenia listy kandydatów została zabrana informacja, na podstawie której można określić względne współczynniki kompetencji kandydatów. Załóżmy, że ostateczne grono kandydatów liczy n osób. Przyjmijmy, że oceny kandydatów dokonuje się w ten sposób, że każdy z nich jest oceniany przez każdego z pozostałych. Wprowadźmy zmienną zerojedynkową x_{ij} $(i,j=1,2,...,n)$, która: (1) przyjmuje wartość 1, gdy osoba o numerze j wymieniła nazwisko osoby o numerze i jako tej, która powinna wejść w skład zespołu, (2) przyjmuje wartość 0, gdy osoba o numerze j nie wymieniła osoby i jako tej, która powinna wejść w skład zespołu. Wyniki tak przeprowadzonej oceny można przedstawić w postaci następującej macierzy kwadratowej stopnia n:

$$X=\begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,m} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & \cdots & x_{n,m} \end{pmatrix}. \tag{6.1}$$

Przyjmijmy, że do głosów kandydatów nie przywiązuje się jednakowej wagi. Niech κ_j charakteryzuje wagę przypisywaną wypowiedzi osoby j $(j=1,2,...,n)$. Przyjmiemy, że liczby κ_j są nieujemne i takie, że $\sum_{i=1}^{n}\kappa_j=1$. Liczby κ_j będziemy nazywać współczynnikami wagowymi lub wagami kandydatów. Jako matematyczną reprezentację zbioru wag przyjmiemy wektor $\kappa=(\kappa_1,\kappa_2,...,\kappa_n)$.

Decyzje, jaka wartość zostanie przypisana zmiennej x_{ij} ma charakter subiektywny. Subiektywizmem kandydatów jest więc skażona również macierz X. Tymczasem powołanie danej osoby do zespołu oceniającego powinno być oparte na przesłankach obiektywnych.

Pierwszym krokiem w tym kierunku jest skorygowanie każdej z ocen $x_{i,j}$ $(i,j=1,2,...,n)$ przez pomnożenie jej przez współczynnik wagowy odpowiedniego kandydata. W ten sposób ocena $x_{i,j}$ zostaje zastąpiona przez ocenę $x_{i,j}\kappa_j$, a macierz X przez macierz

$$\hat{X} = \begin{pmatrix} x_{1,1}\kappa_1 & x_{1,2}\kappa_2 & \dots & x_{1,m}\kappa_m \\ x_{2,1}\kappa_1 & x_{2,2}\kappa_2 & \dots & x_{2,m}\kappa_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1}\kappa_1 & x_{n,2}\kappa_2 & \dots & x_{n,m}\kappa_m \end{pmatrix}. \tag{6.2}$$

Aby wyznaczyć wartości współczynników wagowych kandydatów zauważmy, że miarą stopnia wagi przykładanej do zdania danego kandydata może być liczba charakteryzująca stopień zgodności jego opinii z opinią średnią.

Dla znalezienia wartości współczynników wagowych kandydatów można skorzystać z algorytmu zadania o liderze (Berge 1958). Zgodnie z tym algorytmem wprowadźmy pojęcie współczynnika wagowego $\kappa_i^{(s)}$ s-tego rzędu kandydata i określone iteracyjnie w następujący sposób:

$$\kappa_i^{(s)} = \frac{1}{\lambda^{(s)}} \sum_{i=1}^{n} x_{i,j} \kappa_j^{(s-1)} \qquad (i = 1,2,\dots,n), \tag{6.3}$$

gdzie

$$\lambda^{(s)} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \kappa_j^{(s)} \qquad (s = 1,2,\dots), \tag{6.4}$$

przy czym $\sum_{j=1}^{n} \kappa_j^{(s)} = 1$ dla $s = 1,2,\dots$ Łącząc formuły (6.3) i (6.4) otrzymamy

$$\kappa_i^{(s)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} \kappa_j^{(s-1)}}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{i,j} \kappa_j^{(s-1)}}, \qquad (i = 1,2,\dots,n;\ s = 1,2,\dots). \tag{6.5}$$

Posługując się formuł tą formułą można bezpośrednio obliczać wartości współczynników wagowych kolejnych rzędów. Dla wyznaczenia wartości współczynnika wagowego pierwszego rzędu przyjmujemy, że $\kappa_j^{(0)} = 1$ $(j = 1,2,\dots,n)$. Otrzymujemy

$$\kappa_i^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}}, \qquad (i = 1,2,...,n). \tag{6.6}$$

Sens tej formuły polega na tym, że oblicza się liczbę głosów (sumę jedynek) oddanych na kandydata i, a następnie dzieli się ją przez liczbę wszystkich oddanych głosów (sumę wszystkich jedynek). Wobec tego współczynnik wagowy pierwszego rzędu jest względną liczbą kandydatów, którzy opowiedzieli się za włączeniem kandydata i do zespołu oceniającego.

Względny współczynnik wagowy drugiego rzędu $(s = 2)$ wyraża się następującym wzorem:

$$\kappa_i^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i,j}\kappa_j^{(1)}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\kappa_j^{(1)}}, \qquad (i = 1,2,...,n). \tag{6.7}$$

Obliczając wartości współczynników wagowych następnych rzędów łatwo zauważyć, że ciąg tych wartości jest szybko zbieżny. W przypadku korzystania z rachunku komputerowego warto obliczyć graniczne wartości współczynników wagowych przy $s \to \infty$, tj.

$$\kappa_i = \lim_{s\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i,j}\kappa_j^{(s-1)}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\kappa_j^{(s-1)}}, \qquad (i = 1,2,...,n), \tag{6.8}$$

gdzie $\sum_{j=1}^{n} \kappa_j^{(s)} = 1$ dla $s = 1,2,...$ Berge (1958) pokazał, że graniczne wartości współczynników wagowych są składowymi wektora własnego odpowiadającego największe wartości własnej macierzy .

Formułę (6.5) można zapisać w bardzie przejrzystej notacji macierzowej. W tym celu przyjmijmy oznaczenia

$$x^{(s)} = (x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, \ldots, x_n^{(s)})^T, \tag{6.9}$$

$$\kappa^{(s)} = (\kappa_1^{(s)}, \kappa_2^{(s)}, \ldots, \kappa_n^{(s)})^T, \tag{6.10}$$

gdzie T –symbol transpozycji. Zauważmy, że ma mocy formuły (6.3) otrzymuje się

$$\kappa^{(s)} = \frac{1}{\lambda^{(s)}} \cdot X^T \cdot X \cdot \kappa^{(s-1)}. \tag{6.11}$$

Niech $R = X^T \cdot X$. Jeżeli macierz ta jest nieujemna[5] i nierozkładalna[6], to na mocy twierdzenia Perrona-Frobeniusa[7] ciąg wektorów $\kappa^{(s)}$ jest zbieżny do wektora własnego macierzy R, odpowiadającego jej maksymalnej wartości własnej, tzn.

$$\lim_{s\to\infty} \kappa^{(s)} = \kappa, \tag{6.12}$$

Wektor graniczny κ wyznacza się z równania

$$R\kappa = \lambda_R \kappa, \tag{6.13}$$

gdzie $\sum_{i=1}^{n} k_i = 1$, zaś λ_R - największa wartość własna macierzy R.

---

[5] Macierz A jest nieujemna jeśli wszystkie jej elementy są nieujemne.

[6] Macierz A stopnia n jest nierozkładalna, jeśli nie istnieje taka macierz S, że $S^T A S = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ O & A_{22} \end{pmatrix}$, gdzie A_{11} i A_{22} - macierze kwadratowe stopnia mniejszego od n.

[7] Twierdzenie to mówi, że jeżeli macierz A jest nieujemna i nieprzywiedlna, to istnieje dokładnie jedna wartość własna λ o największej wartości bezwzględnej. Ta wartość własna jest dodatnia, a odpowiadający jej wektor może być wybrany dodatnim.

7. Ocena stopnia zgodności uszeregowań

7.1. Uwagi wstępne

Zadaniem każdego z członków zespołu oceniającego jest uszeregowanie nauczycieli w kolejności od najlepszego z punktu widzenia danej cechy lub zbioru cech do najgorszego. Wszystkie te uszeregowania indywidualne wykorzystuje się następnie do skonstruowania uszeregowania zespołowego. Jakość tego uszeregowania, a zwłaszcza jego miarodajność zależą w dużej mierze od tego, czy – a jeśli tak to w jakim stopniu – uszeregowania podane przez poszczególnych członków zespołu oceniającego są ze sobą zgodne. Ważnego znaczenia nabierają więc metody szacowania stopnia zgodności uszeregowań i wyjaśniania przyczyn ich nadmiernej zbieżności lub rozbieżności. Czasem analiza ta pozwala również wykryć błędy rachunkowe popełnione w trakcie numerycznej obróbki zbioru uszeregowań.

Gdyby członkami zespołu oceniającego byli wyłącznie wysoko wykwalifikowani i w pełni kompetentni specjaliści, działający niemal bezbłędnie, to zasadniczo nie ma podstaw, by podane przez nich oceny traktować jako wielkości przypadkowe. Byłaby to jednak sytuacja idealna, która w realnej rzeczywistości prawie nie zdarza się. W skład zespołów oceniających nie wchodzą ideały, lecz osoby mające określony status i kompetencje, określoną postawę etyczną, kierujące się emocjami i motywacjami, popełniające omyłki, ulegające naciskom otoczenia itp. Zasadne jest więc traktowanie formułowanych przez nich ocen jako realizacji pewnych znanych lub nieznanych zmiennych losowych o znanych lub nieznanych rozkładach prawdopodobieństwa. Takie podejście pozwala wykorzystać tradycyjne parametry opisowe zmiennych losowych jednowymiarowych lub wielowymiarowych (wartość oczekiwana, wariancja, odchylenie standardowe, odchylenie przeciętne, stosunek korelacyjny, współczynnik korelacji a w szczególności korelacji rangowej itp.) do charakteryzowania własności zbiorów uszeregowań. Zagadnieniem tym jest poświęcony niniejszy rozdział. Szczególna uwaga będzie zwrócona na wykorzystanie współczynników korelacji rangowej Kendalla i Spearmana jako miar stopnia zgodności uszeregowań grupy nauczycieli, podawanych przez poszczególnych członków zespołu oceniającego. Nie będziemy jednak zajmować się charakterystyczną dla analizy korelacyjnej kwestią sprawdzania ich istotności.

7.2. Ocena stopnia zgodności – dwa uszeregowania

7.2.1. Ogólne pojęcie współczynnika korelacji rangowej

Rozpatrujemy skończony zbiór $U_1,U_2,...,U_m$, którego elementami są uszeregowania n-osobowej grupy nauczycieli podane przez członków m-osobowego zespołu oceniającego. O pozycji nauczyciela w uszeregowaniu U_k świadczy przekonanie k-tego członka zespołu o tym, w jakim stopniu nauczyciel ten posiada pewne z góry określone cechy, które nie dają się wyrazić ilościowo w sposób bezpośredni (np., ma zdolności dydaktyczne, umiejętności wychowawcze, autorytet, jest przyjazny w stosunku do uczniów lub studentów itp.). Cechy te mają charakter losowy w tym sensie, że zarówno ich występowanie, jak i stopień nasilenia są różne u różnych członków badanej zbiorowości nauczycieli. Można je charakteryzować ilościowo w sposób pośredni, przypisując każdemu z nauczycieli określoną umowną ocenę. Metoda ta jest jednak pozbawiona obiektywności, ponieważ różni członkowie zespołu oceniającego i różne zespoły oceniające mogą przypisać jednemu temu samemu nauczycielowi diametralnie różne oceny. Jednym ze sposobów ograniczenia wpływu czynnika subiektywizmu oraz różnych form nieokreśloności na oceny zawodowych kompetencji oraz skuteczności pracy nauczycieli jest rangowanie. Polega ono na szeregowaniu nauczycieli w kolejności od najlepszego do najgorszego w sensie posiadania określonej cechy lub zbioru cech. Numer porządkowy nauczyciela w takim uszeregowaniu nazywa się jego rangą. Korelacja między rangami lepiej odwzorowuje siłę zależności między cechami nauczycieli niż korelacja między ocenami.

Załóżmy, że uszeregowania nauczycieli przedstawione przez poszczególnych członków zespołu oceniającego mają postać n-elementowych ciągów rang. Zbiór wszystkich możliwych uszeregowań oznaczmy, jak poprzednio, przez U. Rozpatrzmy dwa dowolne uszeregowania $U_k=(r_1^{(k)},r_2^{(k)},...,r_n^{(k)})$, $U_l=(r_1^{(l)},r_2^{(l)},...,r_n^{(l)})$ należące do U, gdzie $k,l=1,2,...,m$. Z formalnego punktu widzenia siłę zależności między uszeregowaniami mierzy się dokładnie tak samo, jak siłę zależności między cechami.

Jeżeli więc (zob., np., Hellwig 1980, Nowak 2002) zależność między uszeregowaniami U_k i U_l jest liniowa, to najlepszym miernikiem siły tej współzależności jest współczynnik korelacji ρ, który jest zdefiniowany za pomocą wzoru

$$\rho = \frac{\mathrm{cov}(U_k, U_l)}{\sigma_{U_k}\sigma_{U_l}}, \tag{7.1}$$

gdzie $\mathrm{cov}(U_k, U_l)$ oznacza kowariancję uszeregowań U_k i U_l, zaś σ_{U_k} i σ_{U_l} są ich odchyleniami standardowymi. Współczynnik korelacji jest miarą unormowaną, ponieważ $-1 \le \rho \le 1$. Gdy $\rho = -1$ lub $\rho = 1$, wtedy między uszeregowaniami U_k i U_l istnieje ścisła zależność w postaci funkcji liniowej. Gdy $\rho = 0$, wtedy uszeregowania są nieskorelowane. Im bliższa jedności jest wartość bezwzględna współczynnika ρ, tym korelacja jest silniejsza. Trzeba jednak pamiętać, że zależność korelacyjna różni się od zależności przyczynowo-skutkowej oraz od pojęcia zależności stochastycznej między uszeregowaniami, traktowanymi jako zmienne losowe. Uszeregowania niezależne w sensie stochastycznym są zawsze nieskorelowane, natomiast uszeregowania nieskorelowane nie muszą być niezależne (chyba że ich rozkład dwuwymiarowy jest normalny). Do wyznaczenia współczynnika korelacji ρ jest potrzebna znajomość dwuwymiarowego rozkładu badanych uszeregowań w populacji generalnej. Ponieważ w większości przypadków rozkład ten nie jest znany, więc zachodzi konieczność szacowania wartości współczynnika korelacji w oparciu o dane empiryczne.

Estymatorem zgodnym współczynnika korelacji między dwoma uszeregowaniami $U_k = (r_1^{(k)}, r_2^{(k)}, \ldots, r_n^{(k)})$ i $U_l = (r_1^{(l)}, r_2^{(l)}, \ldots, r_n^{(l)})$ w populacji jest współczynnik korelacji z próby. Będziemy go oznaczać symbolem $\hat{\rho}$. Dla obliczenia jego wartości liczbowej potrzebna jest znajomość n par rang $(r_i^{(k)}, r_i^{(l)})$. Jeżeli są one dane, to posługujemy się wzorem

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - \bar{r}_i^{(k)})(r_i^{(l)} - \bar{r}_i^{(l)})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - \bar{r}_i^{(k)})^2 \sum_{i=1}^{n}(r_i^{(l)} - \bar{r}_i^{(l)})^2}}, \tag{7.2}$$

gdzie $\bar{r}_1^{(k)}$ i $\bar{r}_1^{(l)}$ są wartościami średnimi rang $r_1^{(k)}, r_2^{(k)}, \ldots, r_n^{(k)}$ i $r_1^{(l)}, r_2^{(l)}, \ldots, r_n^{(l)}$

$$\bar{r}^{(k)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i^{(k)}, \qquad \bar{r}_1^{(l)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i^{(l)}. \tag{7.3}$$

Specyfika rangowania pozwala nadać tym ogólnym formułom matematycznym szczególną postać, znacznie upraszczającą obliczenia. Aby to zrobić wprowadźmy oznaczenia $r_i^{(k)} - \bar{r}^{(k)} = \hat{r}_i^{(k)}$, $r_i^{(l)} - \bar{r}^{(l)} = \hat{r}_i^{(l)}$, gdzie $k,l = 1,2,...,m$. Po uwzględnieniu ich w formule (7.1) otrzymamy

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{r}_i^{(k)} \hat{r}_i^{(l)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\hat{r}_i^{(k)})^2 (\hat{r}_i^{(l)})^2}}. \tag{7.4}$$

W zależności od tego, w jaki sposób zdefiniujemy miarę różnicy między wielkościami $\hat{r}_i^{(k)}$ i $\hat{r}_i^{(l)}$, otrzymamy różne rodzaje współczynników korelacji rangowej. Największą popularnością cieszą się dwa z nich: współczynnik korelacji rangowej Kendalla i współczynnik korelacji rangowej Spearmana. Omówimy pokrótce ideę wiodącą do otrzymania każdego z nich, kładąc szczególny akcent na interpretację związanego z tym rozumowania w kategoriach pojęć stosowanych w procedurach oceniania zawodowych kwalifikacji nauczycieli.

7.2.2. Współczynniki korelacji rangowej Kendalla – niepowtarzalność rang

Dla określenia współczynnika korelacji rangowej Kendalla trzeba wprowadzić miarę różnicy między wielkościami $\hat{r}_i^{(k)}$ i $\hat{r}_i^{(l)}$ $(i = 1,2,...,n;\ k,l = 1,2,...,m)$ zdefiniowaną w następujący sposób:

$$\hat{r}_i^{(k)} = \begin{cases} +1, & \text{gdy } i < j, \\ -1, & \text{gdy } i > j, \end{cases} \qquad \hat{r}_i^{(l)} = \begin{cases} +1, & \text{gdy } i < j, \\ -1, & \text{gdy } i > j, \end{cases} \quad (i,j = 1,2,...,n;\ i \neq j). \tag{7.5}$$

Zauważmy, że równoważną formą zapisu tej miary jest

$$\gamma_{ij}=\begin{cases}+1, & \text{gdy} \quad r_i^{(k)}>r_j^{(k)} \text{ i } r_i^{(l)}>r_j^{(l)} \quad \text{lub} \quad r_i^{(k)}<r_j^{(k)} \text{ i } r_i^{(l)}<r_j^{(l)},\\ -1, & \text{gdy} \quad r_i^{(k)}>r_j^{(k)} \text{ i } r_i^{(l)}<r_j^{(l)} \quad \text{lub} \quad r_i^{(k)}<r_j^{(k)} \text{ i } r_i^{(l)}>r_j^{(l)},\end{cases} \tag{7.6}$$

gdzie $i,j=1,2,\ldots,n,\ i>j$. Zbiór wielkości γ_{ij} można przedstawić w postaci naddiagonalnej macierzy kwadratowej

$$\Gamma=\begin{pmatrix} * & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \cdots & \gamma_{1n} \\ * & * & \gamma_{23} & \cdots & \gamma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ * & * & \cdots & * & \gamma_{n-1,n} \\ * & * & \cdots & * & * \end{pmatrix}. \tag{7.7}$$

Dla zaznaczenia tych klatek macierzy, z którymi nie wiąże się potrzeba wykonywania jakichkolwiek obliczeń, użyliśmy symbolu $*$.

W odniesieniu do grupy nauczycieli przyjęcie miary (7.6) jest równoważne założeniu, że w ciągach rang przypisanych im przez poszczególnych członków zespołu oceniającego nie ma rang takich samych, czyli że każdy członek zespołu oceniającego przypisuje każdemu nauczycielowi inną rangę niż każdemu z pozostałych. Posługuje się przy tym metodą porównywania nauczycieli parami, przy czym każdą parę porównuje tylko jeden raz. Liczba wszystkich porównywanych par jest więc równa $\frac{1}{2}n(n-1)$.

Zauważmy, że z uwagi na niepowtarzalność rang w jednym i tym samym uporządkowaniu

$$\sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(k)})^2=\sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(l)})^2=\frac{1}{2}n(n-1). \tag{7.8}$$

Przyjmijmy oznaczenie

$$S=\sum_{\substack{i=1\\ i>j}}^{n}\gamma_{ij}. \tag{7.9}$$

Po uwzględnieniu w formule (7.4) faktu (7.6) i oznaczenia (7.8) otrzymamy współczynnik korelacji rangowej Kendalla. Jeżeli oznaczymy go symbolem $\hat{\rho}_K$, to

$$\hat{\rho}_K = \frac{2S}{n(n-1)}. \tag{7.10}$$

Oznaczmy przez P będzie liczbą przypadków, gdy $\gamma_{ij} = +1$, a przez Q liczbą przypadków, gdy $\gamma_{ij} = -1$. Jeśli $\gamma_{ij} = -1$ to mówimy, że zachodzi inwersja rang. Liczba Q jest więc łączną liczbą inwersji. Ponieważ przyjęliśmy, że w uszeregowaniach podanych przez członków zespołu nie ma rang jednakowych, więc $S = P - Q$, $P + Q = \frac{n(n-1)}{2}$. Formułę (7.10) można więc zapisać w postaci

$$\hat{\rho}_K = \frac{P-Q}{P+Q}. \tag{7.11}$$

Dodając i odejmując w liczniku Q otrzymamy po wykonaniu niezbędnych działań

$$\hat{\rho}_K = 1 - \frac{4Q}{n(n-1)}. \tag{7.12}$$

Z formuły tej wynika, że wielkość współczynnika korelacji rangowej Kendalla nie zależy od numerów rang, dla których ma miejsc inwersja, lecz jest określona przez liczbę inwersji.

Jako szczególny przypadek współczynnika korelacji (7,1) współczynnik $\hat{\rho}_K$ przyjmuje wartości z przedziału liczbowego [-1,1] i ma wszystkie własności współczynnika ρ, przy czym:

1. $\hat{\rho}_K = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy uszeregowania nauczycieli podane przez obu oceniających są identyczne – w tym przypadku liczba inwersji jest równa zero.

2. $\hat{\rho}_K = -1$ wtedy i tylko wtedy, gdy uszeregowanie nauczycieli podane przez jednego z oceniających stanowi całkowite odwrócenie uszeregowania podanego przez drugiego - w tym przypadku liczba inwersji jest maksymalna. Oznaczmy tę liczbę przez $Q_{\max}$.

Ponieważ

$$Q_{\max} = \frac{n(n-1)}{2}, \tag{7.13}$$

więc

$$\hat{\rho}_K = 1 - \frac{2Q}{Q_{\max}}. \tag{7.14}$$

Załóżmy, że nauczycielom tworzącym n-osobową grupę zostały przyporządkowane liczby naturalne od 1 do n. Jeżeli kolejność nauczycieli w tej grupie pokrywa się z kolejnością wskazaną przez jednego z członków zespołu oceniającego, to współczynnik $\hat{\rho}_K$ może być uważany za miarę stopnia przypadkowości kolejności nauczycieli w uszeregowaniu podanym przez drugiego członka zespołu w stosunku do uporządkowania podanego przez pierwszego z nich.

Ponieważ przyjęliśmy, że uszeregowania U_k oraz U_l podane przez członków zespołu oceniającego nie zawierają elementów równoważnych w sensie równości rang, więc (por. pkt 5.4) odległość między nimi jest równa odległości między odpowiadającymi im macierzami porównań parami R_k oraz R_l (tzn. $d(U_k, U_l) = d(R_k, R_l)$) i jest określona wzorem (5.11). Wobec tego, w przypadku modelu Kemeny'ego-Snella, zależność między współczynnikiem korelacji rangowej Kendalla i odległością uszeregowań przyjmuje postać

$$\hat{\rho}_K(U_k, U_l) = 1 - \frac{2d(R_k, R_l)}{n(n-1)}. \tag{7.15}$$

Jeżeli uszeregowania U_k oraz U_l pokrywają się, to $d(R_k,R_l)=0$ i wskutek tego $\hat{\rho}_K(R_k,R_l)=1$. Jeżeli uszeregowania te są całkowicie różne, to $d(R_k,R_l)=n(n-1)$ i dlatego $r_K(U_1,U_2)=-1$. Z porównania ze sobą formuł (7.14) i (7.15) wynika, że $d(R_k,R_l)=2Q$. Uwzględniając to oraz zależność (7.13) można formułę (7.15) przedstawić w takiej postaci

$$\hat{\rho}_K(U_1,U_2)=1-\frac{2d(R_k,R_l)}{Q_{\max}}. \tag{7.16}$$

Przykład

Dwuosobowa komisja rozpatruje kandydatury pięciu osób, ubiegających się o zatrudnienie w szkole wyższej na stanowisku nauczyciele akademickiego. Przypuśćmy, że po zapoznaniu się ze złożoną przez kandydatów dokumentacją i po przeprowadzeniu rozmów kwalifikacyjnych z każdym z nich jeden członek zespołu podał takie uszeregowania kandydatów $U_1=(1,2,3,4,5)$, a drugi $U_2=(4,3,5,2,1)$. W tym przypadku macierz Γ określona wzorem (7.7) ma postać

$$\Gamma=\begin{pmatrix} * & -1 & -1 & -1 & -1 \\ * & * & -1 & -1 & -1 \\ * & * & * & -1 & 1 \\ * & * & * & * & 1 \\ * & * & * & * & * \end{pmatrix}. \tag{7.17}$$

Z macierzy tej wynika, że $P=7$, $Q=3$. Po podstawieniu tych liczb do formuły (7.11) otrzymuje się $\hat{\rho}_k=-0.6$.

Zwróćmy uwagę, że uszeregowanie (1,2,3,4,5) można otrzymać przesuwając kolejno o jedną pozycję w lewo rangi wyznaczające uszeregowanie (4,3,5,2,1), poczynając od ostatniej:

4 3 5 2 1
4 3 5 1 2
4 3 1 5 2
4 1 3 5 2
1 4 3 5 2
1 4 3 2 5
1 4 2 3 5
1 2 4 3 5
1 2 3 4 5

Na każdym kroku tego postępowania usuwa się jedną inwersję. Aby przejść od uszeregowania (4,3,5,2,1) do uszeregowania (1,2,3,4,5) należało wykonać osiem kroków – odpowiada to liczbie ujemnych elementów w macierzy (5.28). Ponieważ $Q=8$, więc odległość między uszeregowaniami U_1 i U_2 jest równa 16. ■

Wcześniej stwierdziliśmy (zob. wzór (7.14)), że współczynnik korelacji rang Kendalla nie zależy od numerów rang, dla których zachodzi inwersja. Zauważmy, że z tego wcale nie wynika, iż jest bez znaczenia to, dla których rang zachodzą inwersje. Jeżeli, na przykład, analizuje się uszeregowanie pewnej grupy nauczycieli to może się zdarzyć, że nauczyciel, który w ubiegłorocznym rankingu zajmował pierwsze miejsce, w tegorocznym rankingu zajmuje pozycję trzecią, natomiast nauczyciel, który w ubiegłym roku był na siódmym miejscu, w tym roku znalazł się na dziewiątym. W obu przypadkach ma miejsce spadek nauczyciela o dwie pozycje, ale trudno byłoby traktować obie te sytuacje za jednakowo istotne. Jest oczywiste, że trzeba je w jakiś sposób zróżnicować. Można to zrobić, na przykład, poprzez przyporządkowanie rangom odpowiednich współczynników wagowych (wag).

Niech ω_i będzie wagą przyporządkowaną randze r_i $(i=1,2,...,n)$. Przypiszmy największą wagę randze pierwszej, wagę bezpośrednio od niej mniejszą – randze drugiej itd. Niech m_i będzie różnicą pozycji zajmowanych przez nauczyciela i w rankingach tegorocznym oraz ubiegłorocznym. Miarą stopnia rozbieżności uszeregowań może być w tym przypadku suma ważona przesunięć poszczególnych nauczycieli w rankingu tegorocz-

nym w stosunku do ubiegłorocznego, tj. $\sum_{i=1}^{n-1}\omega_i m_i$. Suma ta przyjmuje największą wartość wtedy, gdy kolejność nauczycieli w jednym rankingu jest całkowitym odwróceniem ich kolejności w drugim. Niech m_i^* będzie liczbą kroków, które należałoby wykonać, aby przejść z określonej pozycji w jednym z tych rankingów na określoną pozycję w drugim. W tym przypadku współczynnik korelacji rangowej Kendalla, który dla podkreślenia faktu, że rangom są przypisane wagi oznaczymy symbolem $\hat{\rho}_{Kw}$, ma (por. wzór (7.14)) taką postać

$$\hat{\rho}_{Kw} = 1 - \frac{2\sum_{i=1}^{n-1}\omega_i m_i}{\sum_{i=1}^{n-1}\omega_i m_i^*}, \tag{7.18}$$

a ponieważ $m_i^* = n - i$, więc

$$\hat{\rho}_{Kw} = 1 - \frac{2\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i m_i}{\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i (n-i)}. \tag{7.19}$$

Aby skorzystać z tej formuły trzeba określić wagi poszczególnych rang. Można to robić w różny sposób. Przyjmijmy, że wagi kolejnych rang są określone wzorem

$$\omega_i = 1 - \frac{i-1}{n}, \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{7.20}$$

tzn. maleją liniowo ze wzrostem numeru pozycji w uszeregowaniu. W tym przypadku formuła (7.20) przyjmuje postać

$$\hat{\rho}_{Kw} = 1 - \frac{2\sum_{i=1}^{n-1}(n-i+1)m_i}{\sum_{i=1}^{n-1}(n-i+1)(n-i)}. \tag{7.21}$$

Zauważmy, że

$$\sum_{i=1}^{n-1}(n-i+1)(n-i)=\sum_{i=1}^{n-1}(n^2-2ni+n+i^2-i)= \\ =\sum_{i=1}^{n-1}n^2-(2n+1)\sum_{i=1}^{n-1}i+\sum_{i=1}^{n-1}i^2+\sum_{i=1}^{n-1}n. \tag{7.22}$$

Ponieważ

$$\sum_{i=1}^{n-1}n^2=n^2(n-1),$$

$$\sum_{i=1}^{n-1}i=\frac{n(n-1)}{2},$$

$$\sum_{i=1}^{n-1}i^2=\frac{n(n-1)(2n-1)}{6},$$

$$\sum_{i=1}^{n-1}n=n(n-1),$$

więc po uwzględnieniu tych zależności w (7.22) i wykonaniu wskazanych działań otrzymamy

$$\sum_{i=1}^{n-1}(n-i+1)(n-i)=\frac{n(n^2-1)}{3}.$$

Po podstawieniu tego wyrażenia do (7.21) dostaniemy

$$\hat{\rho}_{Kw}=1-\frac{6\sum_{i=1}^{n-1}(n-i+1)m_i}{n(n^2-1)} \tag{7.23}$$

Jeżeli przyjąć, że wagi kolejnych rang są odwrotnie proporcjonalne do numeru pozycji w uszeregowaniu

$$\omega_i = \frac{1}{i}, \qquad (i = 1,2,...,n), \tag{7.24}$$

to formuła (7.18) przyjmie postać

$$\hat{\rho}_{Kw} = 1 - \frac{2\sum_{i=1}^{n-1} \frac{m_i}{i}\,_i}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{n-i}{i}} \tag{7.25}$$

7.2.3. Współczynnik korelacji rangowej Spearmana – niepowtarzalność rang

Wprowadzimy teraz drugą miarę różnicy między rangami, inną niż ta, która wiodła do otrzymania współczynnika korelacji rangowej Kendalla. Rozpatrzmy znów dwa uszeregowania, $U_k = (r_1^{(k)}, r_2^{(k)}, ..., r_n^{(k)})$ i $U_l = (r_1^{(l)}, r_2^{(l)}, ..., r_n^{(l)})$, gdzie $k,l = 1,2,...,m$. Uszeregowaniom tym odpowiadają rangi średnie $\bar{r}^{(k)}$ i $\bar{r}^{(l)}$ określone formułami (7.3). Wprowadzamy oznaczenia: $r_i^{(k)} - \bar{r}^{(k)} = \hat{r}_i^{(k)}$, $r_i^{(l)} - \bar{r}^{(l)} = \hat{r}_i^{(l)}$ $(i = 1,2,...,n;\ k,l = 1,2,...,m)$. Ponieważ rangi $r_i^{(k)}$ i $r_i^{(l)}$ wyrażają się za pomocą liczb naturalnych ze zbioru $\{1, 2, ..., n\}$, więc ich suma jest równa $\frac{1}{2}n(n-1)$, natomiast średnie rangi odpowiadające obu uszeregowaniom są takie same: $\bar{r}^{(k)} = \bar{r}^{(l)} = \frac{n+1}{2}$. Wobec tego

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} (\hat{r}_i^{(k)})^2 &= \sum_{i=1}^{n} \left(r_i^{(k)} - \frac{n+1}{2} \right)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^{n} (r_i^{(k)})^2 - (n+1) \sum_{i=1}^{n} r_i^{(k)} + \frac{n(n+1)^2}{4}. \end{aligned} \tag{7.26}$$

Ponieważ suma kwadratów n początkowych liczb naturalnych jest równa $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, więc po wykonaniu odpowiednich działań otrzymamy, że

$$\sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(k)})^2 = \frac{n(n^2-1)}{12}. \tag{7.27}$$

W analogiczny sposób otrzymamy, że

$$\sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(l)})^2 = \frac{n(n^2-1)}{12}. \tag{7.28}$$

Wprowadźmy teraz wielkość $z_i = r_i^{(k)} - r_i^{(l)}$ równą różnicy rang i wyraźmy za jej pomocą sumę $\sum_{i=1}^{n}\hat{r}_i^{(k)}\hat{r}_i^{(l)}$. Mamy

$$\sum_{i=1}^{n}z_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - r_i^{(l)})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(k)} - \hat{r}_i^{(l)})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(k)})^2 - 2\sum_{i=1}^{n}\hat{r}_i^{(k)}\hat{r}_i^{(l)} + \sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(l)})^2 .$$

Stąd – po wykonaniu niezbędnych przekształceń – otrzymamy

$$\sum_{i=1}^{n}\hat{r}_i^{(k)}\hat{r}_i^{(l)} = \frac{1}{2}\left(\frac{n(n^2-1)}{6} - \sum_{i=1}^{n}z_i^2\right). \tag{7.29}$$

Podstawmy (7.27), (7.28) i (7.29) do wzoru (7.4) i wykonajmy działania. Otrzymamy wyrażenie

$$\hat{\rho}_S = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}z_i^2}{n(n^2-1)}, \tag{7.30}$$

lub

$$\hat{\rho}_S = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - r_i^{(l)})^2}{n(n^2-1)}. \tag{7.31}$$

Wielkość (7.30) nazywa się współczynnikiem korelacji rangowej Spearmana. W odróż-

nieniu od współczynnika korelacji rang Kendalla współczynnik Spearmana nie zależy od liczby inwersji, lecz od sumy kwadratów różnic rang w obu uporządkowaniach. Zbiorem wartości tego współczynnika jest też przedział $[-1,1]$, przy czym przyjmuje on wartość 1 wtedy i tylko wtedy, gdy oba uporządkowania są takie same, tzn. gdy $r_i^{(1)} = r_i^{(2)}$ $(i = 1,2,...,n)$. Jeżeli jedno z uporządkowań jest idealnym przeciwieństwem drugiego, to $\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - r_i^{(l)})^2$ przyjmuje wartość maksymalną. Oznaczmy ją przez $\max \sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - r_i^{(l)})^2$.

Ponieważ

$$\max \sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - r_i^{(l)})^2 = \sum_{i=1}^{n}[n-(2i-1)]^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(n^2 + 2n + 1) - 4(n+1)\sum_{i=1}^{n} i + \sum_{i=1}^{n} i^2 =$$

$$= \frac{n(n^2-1)}{3},$$

więc

$$\hat{\rho}_S = 1 - \frac{2\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - r_i^{(l)})^2}{\max \sum_{i=1}^{n}(r_i^{(k)} - r_i^{(l)})^2}, \qquad (k,l = 1,2,...,m) \tag{7.32}$$

Ważną cechą współczynników Kendalla i Spearmana jest to, że w odniesieniu do każdego z nich stosuje się inną skalę pomiarową. Dlatego posługując się nimi nie należy oczekiwać, że ich wartości w odniesieniu do dwóch danych uszeregowań będą takie same. Doświadczenie uczy, że jeżeli wartości obu współczynników nie są zbyt bliskie 1, to wartość bezwzględna współczynnika $\hat{\rho}_S$ jest mniej więcej dwa razy większa niż współczynnika $\hat{\rho}_K$. W literaturze probabilistycznej są wyprowadzone nierówności zachodzące między tymi współczynnikami. Na przykład, dla dużych n można posługiwać się nierównością $-1 \le 3\hat{\rho}_K - 2\hat{\rho}_S \le 1$. Warto też pamiętać, że chociaż łatwiej jest obliczyć współczynnik $\hat{\rho}_S$, to jednak z punktu widzenia rachunku prawdopodobieństwa bardziej wskazane jest stosowanie współczynnika $\hat{\rho}_K$.

Przykład

Załóżmy, że kompetencje dydaktyczne pięciu nauczycieli pewnego przedmiotu są oceniane przez dwuosobową komisję kwalifikacyjną. W tym przypadku $n = 5$.

Tablica 7.1

Wyniki rangowania i wartości wag

i	$r_i^{(1)}$	$r_i^{(2)}$	m_i	ω_i	$\hat{\omega}_i$
1	1	4	4	1	1
2	2	3	3	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$
3	3	5	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$
4	4	2	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$
5	5	1	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

Każdy z członków komisji przypisuje każdemu z nauczycieli rangę, jaka – jego zdaniem – obiektywnie charakteryzuje kompetencje nauczyciela. Wartości rang, wartości m_i oraz wartości wag przyporządkowanych rangom są podane w tablicy 7.1. Zostały podane dwa układy wag: (1) wagi ω_i $(i = 1,2,3,4,5)$ malejące liniowo oraz (2) wagi $\hat{\omega}_i = \frac{1}{i}$ $(i = 1,2,3,4,5)$ malejące harmonicznie.

W przypadku wag ω_i wartość współczynnika rang Kendalla wynosi $\hat{\rho}_{Kw} = -0.75$, natomiast w przypadku wag $\hat{\omega}_i$ otrzymuje się $\hat{\rho}_{Kw} = -0.82$. Ponieważ wartości tych współczynników są ujemne, więc mamy do czynienia z korelacją ujemną. Znaczy to, że w obu przypadkach wzrostowi wartości rang podanych przez jednego członka komisji oceniającej towarzyszy zmniejszanie się warunkowych wartości oczekiwanych rang podanych przez drugiego. Widać też, że wybór wag rang ma wpływ na wartość współczynnika korelacji Kendalla. Wartość współczynnika Spearmana $\hat{\rho}_S = -0.72$. ■

Kendall (1955) wprowadził pojęcie wagi inwersji rang i przeprowadził wnikliwą ana-

lizę współczynnika korelacji rang Spearmana. Wagę inwersji rang r_i oraz r_j danego obiektu w obu uporządkowaniach określił tak:

$$v_{ij} = m_{ij}(r_i^2 - r_j^2), \tag{7.33}$$

gdzie

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{gdy} \quad r_i^2 > r_j^2, \\ 0 & \text{gdy} \quad r_i^2 < r_j^2. \end{cases} \tag{7.34}$$

Niech V oznacza sumę wag wszystkich inwersji, tzn.

$$V = \sum_{i<j} v_{ij} = \sum_{i<j} (r_i^2 - r_j^2). \tag{7.35}$$

Kendall (1955) wykazał, że zachodzi relacja

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (r_i^{(1)} - r_i^{(2)})^2 \tag{7.36}$$

i wobec tego

$$\hat{\rho}_S = 1 - \frac{12V}{n(n^2 - 1)}. \tag{7.37}$$

Ponieważ suma rang jest największa wtedy, gdy kolejność obiektów w jednym uszeregowaniu jest odwrotnością kolejności w drugim, więc

$$V_{\max} = \frac{1}{2} n(n^2 - 1). \tag{7.38}$$

Ostatecznie więc otrzymujemy, że

$$\hat{\rho}_S = 1 - \frac{2V}{V_{\max}}. \tag{7.39}$$

Istnieją zależności między wielkościami Q i V. Podstawową z nich wyraża nierówność Durbina-Stewarta

$$V \geq \frac{2}{3} Q(1+\frac{Q}{n}) . \tag{7.40}$$

Kuzmin i Owczinnikow (1974) wykazali, że nie istnieje taka funkcja liniowa zależna od współczynnika korelacji rangowej Spearmana, za pomocą której można by określić odległość dwóch uszeregowań. Nie istnieje też kryterium, za pomocą którego można by rozstrzygnąć, czy w danej sytuacji należy skorzystać ze współczynnika Kendalla, czy też ze współczynnika Spearmana. Decyzja odnośnie tego zawsze należy do badacza, a więc ma charakter subiektywny.

7.2.4. Współczynniki korelacji rangowej Kendalla i Spearmana – powtarzalność rang

Wszystkie dotychczasowe rozważania były przeprowadzone przy założeniu, że oceniani nauczyciele na tyle wyraźnie różnią się między sobą pod względem cechy, z punktu widzenia której są oceniani, że we wszystkich uszeregowaniach podanych przez członków zespołu oceniającego każdemu nauczycielowi jest przyporządkowana inna ranga. W rzeczywistości taka idealna sytuacja występuje rzadko. Bardzo często zdarza się, zwłaszcza gdy liczność ocenianej grupy nauczycieli jest duża, że różnice między niektórymi nauczycielami są niedostrzegalne i dlatego trzeba przyznać im jednakowe oceny. W takim przypadku wszystkim nauczycielom mającym taką samą ocenę przypisuje się rangę średnią. Na przykład, jeśli jednakowe oceny otrzymali nauczyciele o numerach 1, 2, 4 i 6, to ich średnia ranga wynosi $\frac{1+2+4+6}{4} = 3.25$. Suma rang nauczycieli o jednakowych ocenach powinna być równa sumie rang jakie przypisano by im w przypadku, gdyby ich oceny były różne.

Aby otrzymać wzory na współczynniki korelacji Kendalla i Spearmana można skorzystać z formuły na współczynnik korelacji wielorakiej (zob., np., Hellwig 1980), który

jest miarą stopnia statystycznej zależności pewnej zmiennej losowej uznanej za zależną, od określonej liczby zmiennych losowych niezależnych. Przyjmuje się przy tym, że zmienne niezależne są reprezentowane przez ich kombinację liniową.

Rozpatrzmy dwa uszeregowania nauczycieli, U_1 i U_2. Załóżmy, że pierwszemu z nich odpowiada ciąg rang $r_1^{(k)}, r_2^{(k)}, \ldots, r_n^{(k)}$, a drugiemu $r_1^{(l)}, r_2^{(l)}, \ldots, r_n^{(l)}$. Przyjmijmy, że w pierwszym z tych ciągów występuje t-elementowy, a w drugim u-elementowy podciąg kolejnych jednakowych rang. I w jednym, i w drugim przypadku wszystkie oceny dowolnej pary nauczycieli, którym odpowiadają te rangi, są równe 0. W pierwszym przypadku par tych jest $t(t-1)$, a w drugim $u(u-1)$. Wobec tego (por. wzór (7.8)) w pierwszym przypadku

$$\sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(k)})^2 = \frac{1}{2}\left[n(n-1) - \sum_t t(t-1)\right], \tag{7.41}$$

zaś w drugim

$$\sum_{i=1}^{n}(\hat{r}_i^{(k)})^2 = \frac{1}{2}\left[n(n-1) - \sum_u u(u-1)\right]. \tag{7.42}$$

Wprowadźmy oznaczenia

$$T = \frac{1}{2}\sum_t t(t-1), \tag{7.43}$$

$$U = \frac{1}{2}\sum_u u(u-1). \tag{7.44}$$

Po uwzględnieniu formuł (7.43) i (7.44) we wzorze (7.4) otrzymamy – w przypadku powtarzających się rang – taką postać współczynnika korelacji rangowej Kendalla

$$\hat{\rho}_K = \frac{S}{\sqrt{\left[\frac{1}{2}n(n-1) - T\right]\left[\frac{1}{2}n(n-1) - U\right]}}. \tag{7.45}$$

Oznaczmy przez Z ogólną liczbę par wspólnych dla obu uporządkowań, ale takich w których nauczycielom przypisano taką samą ocenę. Zauważmy, że ogólną liczbę porównywanych par można przedstawić w taki sposób

$$\frac{1}{2}n(n-=1)=P+Q+T+U-Z. \tag{7.46}$$

Stąd $\frac{1}{2}n(n-=1)=(P-Q)+2Q+T+U-Z$, więc $P-Q=\frac{1}{2}n(n-=1)-2Q-T-U+Z$.

Uwzględniając tę formułę oraz fakt, że $S=P-Q$ (zob. komentarz do formuły (7.10)) we wzorze (7.45) otrzymamy

$$\hat{\rho}_K=\frac{\frac{1}{2}n(n-1)-2Q-(T+U-Z)}{\sqrt{\left[\frac{1}{2}n(n-1)-T\right]\left[\frac{1}{2}n(n-1)-U\right]}}. \tag{7.47}$$

Stwierdzamy więc, że w przypadku, gdy w co najmniej jednym z uszeregowań występują powtarzające się rangi, wtedy współczynnik korelacji rangowej Kendalla zależy nie tylko od liczby inwersji, ale także od liczby i położenia równoważnych sobie w sensie oceny nauczycieli w obu uszeregowaniach U_1 i U_2.

W analogiczny sposób – w przypadku powtarzania się rang i przy tych samych założeniach, które przyjęliśmy przy wyprowadzaniu formuły (7.47) – otrzymuje się wyrażenie na współczynnik korelacji rangowej Spearmana. W tym przypadku wartości poprawek T i U oblicza się według wzorów

$$T=\frac{1}{12}\sum_t t(t^2-1), \tag{7.48}$$

$$U=\frac{1}{12}\sum_u u(u^2-1), \tag{7.49}$$

a współczynnik korelacji wyraża się formułą

$$\hat{\rho}_S = \frac{\frac{1}{6}n(n^2-1)-(T+U)-\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{\sqrt{\left[\frac{1}{2}n(n-1)-T\right]\left[\frac{1}{2}n(n-1)-U\right]}}, \tag{7.50}$$

gdzie $d_i = r_i^{(k)} - r_i^{(l)}$ $(k,l = 1,2,...,m)$.

Przykład

Dziesięcioosobowa grupa nauczycieli $k_1, k_2, ..., k_{10}$ jest oceniana przez dwuosobową komisję kwalifikacyjną. Rangi przypisane każdemu z nauczycieli przez poszczególnych każdego z członków komisji są przedstawione w głównej części tablicy 7.2. Trzeba odpowiedzieć na pytanie, jaka jest siła wzajemnej statystycznej zależności obu uporządkowań.

Tablica 7.2

Wyniki rangowania

	Nauczyciele									
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}
$r_i^{(1)}$	1.5	1.5	3	4	6	6	6	8	9.5	9.5
$r_i^{(2)}$	1	2	4	4	4	6	7	8	9	10
$r_i^{(1)} - r_i^{(2)}$	−0.5	0.5	1	0	−2	0	1	0	0.5	−0.5
$(r_i^{(1)} - r_i^{(2)})^2$	0.25	0.25	1	0	4	0	1	0	0.25	0.25

Obliczmy najpierw wartość współczynnika korelacji rang Spearmana (zob. wzór (7.45)). W uszeregowaniu podanym przez pierwszego członka komisji występują trzy podciągi jednakowych rang $(1.5, 1.5)$, $(6, 6, 6)$, $(9.5, 9.5)$, o długościach – odpowiednio – 2, 3 i 2. W uszeregowaniu podanym przez drugiego członka występuje jeden podciąg takich samych rang, a mianowicie $(4, 4, 4)$, o długości 3. Wobec tego (zob. wzory (7.48) i (7.49))

$$T=\frac{1}{12}[2(2^2-1)+3(3^2-1)+2(2^2-1)]=3,$$

$$U=\frac{1}{12}3(3^2-1)=2.$$

Ponieważ $\sum_{i=1}^{10} d_i^2=7$, $n=10$, więc po podstawieniu tych wartości do formuły (7.50) i wykonaniu obliczeń otrzymamy $\hat{\rho}_S=0.9563$.

Aby obliczyć współczynnik korelacji rangowej Kendalla trzeba skonstruować macierz Γ (zob. wzór (7.7)), a następnie znaleźć wartość $S=\sum_{\substack{i=1\\ i>j}}^{10}\gamma_{ij}$. Dla obliczenia wartości γ_{ij} $(i,j=1,2,...,10;\ i>j)$ korzystamy z formuły (7.6). Macierz Γ ma postać:

$$\Gamma=\begin{pmatrix} * & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ * & * & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & * & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & * & * & * & 0 & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & * & * & * & * & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & 1 & 1 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \end{pmatrix}.$$

Wynika z niej, że $S=37$. Wartości T i U obliczamy według formuł (7.43) i (7.44). Otrzymujemy $T=\frac{1}{2}(2\cdot 1+3\cdot 2+2\cdot 1)=5$, $U=\frac{3\cdot 2}{2}=3$. Po podstawieniu tych wartości liczbowych do wzoru (7.45) i wykonaniu rachunków otrzymamy $\hat{\rho}_K=0.9027$.

Jak widać, rozpatrywane uporządkowania są ze sobą skorelowane, są więc od siebie zależne. W obu przypadkach ma miejsce korelacja dodatnia, a więc wzrostowi średnich wartości rang przyporządkowywanych przez jednego członka komisji odpowiada wzrost

wartości średnich rang podawanych przez drugiego. W obu też przypadkach wartości współczynników korelacji rangowej są duże. Wskazuje to na duże prawdopodobieństwo, że między uporządkowaniami występuje zależność funkcyjna. Świadczy to też o dużej obiektywności ocen podanych przez obu członków komisji. ■

7.3. Ocena stopnia zgodności – wiele uszeregowań

Zespoły oceniające nauczycieli są zazwyczaj ciałami wieloosobowymi. Ostateczne uszeregowanie reprezentujące opinię całego zespołu jest wypadkową uszeregowań wyrażających zdania poszczególnych jego członków. Jest oczywiste, że tym łatwiej jest skonstruować uszeregowanie ostateczne, im mniejsza jest rozbieżność opinii indywidualnych. Sensowne jest więc poszukiwanie miar, za pomocą których można by oceniać stopień zgodności tych opinii. Intuicja podpowiada, że każda taka miara powinna przyjmować wartość najmniejszą wtedy, gdy uszeregowania indywidualne maksymalnie różnią się między sobą, a największą – gdy są identyczne.

Wróćmy jeszcze do przypadku dwuosobowego zespołu oceniającego. Jeżeli obaj członkowie zespołu podali uszeregowania nie zawierające jednakowych rang, przy czym jedno z nich jest w pełni przeciwstawne drugiemu, to w tym i tylko w tym przypadku współczynniki korelacji rang Kendalla i Spearmana, traktowane jako miary stopnia zgodności uszeregowań, przyjmują wartość -1. Jeżeli jednak w którymkolwiek z tych uszeregowań występują co najmniej dwie takie same rangi, to wartość tych współczynników jest zawsze większa od -1. Stosowanie współczynników korelacji rangowej Kendalla i Spearmana traci jednak sens, gdy zespół oceniający liczy więcej niż dwie osoby – nie można bowiem wtedy rozbić zbioru uszeregowań na dwa rozłączne podzbiory, z których jeden zawierałby uszeregowania całkowicie przeciwstawne do będących elementami drugiego. W odniesieniu do zespołów więcej niż dwuosobowych trzeba więc poszukiwać innych niż współczynniki korelacji rangowej Kendalla i Spearmana miar stopnia zgodności uszeregowań, przy czym zasadne a równocześnie wygodne jest przyjęcie, że najmniejszą wartością takich miar powinno być 0, zaś największą 1.

Zdawał sobie z tego sprawę już Kendalla (1955), który zaproponował, by w przypadku wieloosobowych zespołów oceniających za miarę stopnia zgodności uszeregowań

przyjąć względną wielkość sumy kwadratów różnicy dwóch składników: (1) sumy rang przypisanych danej osobie przez wszystkich członków zespołu oceniającego i (2) średniej arytmetycznej sumy. Jeżeli przyjąć, że ocenie podlega n nauczycieli, a ocenę tę przeprowadza zespół liczący m osób, to suma rang przypisanych wszystkim nauczycielom przez j-tego członka zespołu jest równa $r_{\cdot}^{(j)} = \sum_{i=1}^{n} r_i^{(j)} = \frac{1}{2}n(n+1)$, gdzie $j = 1,2,...,m$.

Wobec tego suma rang przypisanych wszystkim nauczycielom przez wszystkich członków zespołu wynosi $r = \sum_{j=1}^{m} r_{\cdot}^{(j)} = \frac{1}{2}mn(n+1)$. Średnia ranga przypadająca na jednego nauczyciela wynosi więc $\bar{r} = \frac{1}{n}r = \frac{1}{2}m(n+1)$.

Tablica 7.3

Wzorcowa tablica rang

	Osoby oceniane				$\sum$
Oceniający	1	2	...	n	
1	$r_1^{(1)}$	$r_2^{(1)}$	...	$r_n^{(1)}$	$r_{\cdot}^{(1)}$
2	$r_1^{(2)}$	$r_2^{(2)}$	...	$r_n^{(2)}$	$r_{\cdot}^{(2)}$
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮	⋮
m	$r_1^{(m)}$	$r_2^{(m)}$	...	$r_1^{(m)}$	$r_{\cdot}^{(m)}$
$\sum$	$r_1^{(\cdot)}$	$r_2^{(\cdot)}$	...	$r_n^{(\cdot)}$	
$\bar{r}$					
$r_i - \bar{r}$					
$(r_i - \bar{r})^2$					

Uwzględniając te fakty Kendall (1955) wprowadził pojęcie współczynnika zgodności uszeregowań, które zdefiniował w następujący sposób:

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n} (r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2}{\max \sum_{i=1}^{n} (r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2}. \tag{7.51}$$

Zauważmy, że w liczniku i mianowniku tego wyrażenia występuje suma kwadratów odchyleń sumy rang przypisanych przez wszystkich członków zespołu oceniającego każ-

demu z nauczycieli od rangi średniej. Zwróćmy też uwagę, że suma ta będzie przyjmowała wartość zdecydowanie większą od zera jedynie wtedy, gdy w każdym uszeregowaniu ranga przypisana każdemu z nauczycieli będzie różna od rang przypisanych każdemu z pozostałych nauczycieli.

Przykład

Załóżmy, że ocenie podlega czteroosobowa grupa nauczycieli. Oceny dokonują cztery niezależnie od siebie pracujące zespoły czteroosobowe. W tym przypadku $n = 4$, $m = 4$. Zadaniem każdego członka każdego zespołu jest uszeregowanie nauczycieli w taki sposób, żeby ranga każdego nauczyciela w każdym z uszeregowań była inna niż rangi wszystkich pozostałych nauczycieli. Każdy z członków pierwszego zespołu uszeregował nauczycieli w taki sam sposób jak pozostali, przy czym tak, że ciąg rang odpowiadających tym uszeregowaniom jest rosnący. Członkowie drugiego zespołu podali wprawdzie różne uszeregowania, ale takie, że suma rang przypisanych każdemu z nauczycieli przez wszystkich członków zespołu jest taka sama. Członkowie trzeciego zespołu podali uszeregowania, które nie pokrywają się z żadnym z tych dwóch szczególnych przypadków. Wyniki ocen dokonanych przez członków poszczególnych zespołów są przedstawione w tablicach 7.4, 7.5 i 7.6.

Tablica 7.4

Wyniki oceny dokonanej przez pierwszy zespół

	Nauczyciele			
Oceniający	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
$\sum$	4	8	12	16
$\bar{r}$	10			
$r_i^{(\cdot)} - \bar{r}$	-6	-2	2	6
$(r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2$	36	2	4	36

Tablica 7.5

Wyniki oceny dokonanej przez drugi zespół

	Nauczyciele			
Oceniający	1	2	3	4
1	1	2	4	3
2	2	1	3	4
3	4	3	1	2
4	3	4	2	1
$\sum$	10	10	10	10
$\bar{r}$	10			
$r_i^{(\cdot)} - \bar{r}$	0	0	0	0
$(r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2$	0	0	0	0

Tablica 7.6

Wyniki oceny dokonanej przez trzeci zespół

	Nauczyciele			
Oceniający	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	1	4
3	1	4	3	2
4	1	2	3	4
$\sum$	5	11	10	14
$\bar{r}$	10			
$r_i^{(\cdot)} - \bar{r}$	-5	1	0	4
$(r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2$	25	1	0	16

Sumy rang przypisanych kolejnym nauczycielom przez wszystkich członków pierwszego zespołu oceniającego (tablica 7.4) tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy 2. W tym przypadku $\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2$ przyjmuje wartość największą równą 78.

Sumy rang przypisanych kolejnym nauczycielom przez wszystkich członków drugiego zespołu oceniającego (tablica 7.5) są jednakowe i równe 10. Wobec tego średnia ranga przypisana jednemu nauczycielowi jest też równa 10 ($\bar{r}=10$) i wskutek tego $\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(\cdot)}-\bar{r})^2=0$.

Sumy rang przypisanych kolejnym nauczycielom przez wszystkich członków trzeciego zespołu oceniającego (tablica 7.6) są zróżnicowane i nie wykazują żadnej prawidłowości. W tym przypadku $\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(\cdot)}-\bar{r})^2=42$.■

Zastanówmy się teraz, jaka jest maksymalna wartość sumy $\sum_{i=1}^{n}(r_i^{(\cdot)}-\bar{r})^2$ w ogólnym przypadku, gdy ocenia podlega n nauczycieli, a zespół oceniający liczy m osób. Trzeba rozpatrzyć dwa przypadki: (1) w każdym uszeregowaniu każda ranga występuje dokładnie jeden raz, przy czym ciąg rang jest rosnący, (2) w co najmniej jednym uszeregowaniu jedna z rang występuje co najmniej dwa razy.

W pierwszym przypadku załóżmy dodatkowo, że każdy oceniający przedstawił dokładnie takie samo uszeregowanie. Wskutek tego sumy rang przyporządkowanych kolejnym nauczycielom przez wszystkich członków zespołu tworzą całkowitoliczbowy ciąg arytmetyczny

$$m, 2m, \ldots, (n-1)m, nm \tag{7.52}$$

o różnicy m. Ciągowi temu odpowiada taki ciąg wartości $r_i^{(\cdot)}-\bar{r}$:

$$m-\frac{m(n+1)}{2}, 2m-\frac{m(n+1)}{2}, \ldots, (n-1)m-\frac{m(n+1)}{2}, nm-\frac{m(n+1)}{2}, \tag{7.53}$$

tj. ciąg

$$-\frac{m(n-1)}{2}, -\frac{m(n-3)}{2}, \ldots, \frac{m(n-3)}{2}, \frac{m(n-1)}{2}. \tag{7.54}$$

Wobec tego

$$\max \sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2 = \frac{1}{4} m^2 [(n-1)^2 + (n-3)^2 + \ldots + (n-3)^2 + (n-1)^2]. \tag{7.55}$$

Za pomocą indukcji matematycznej (Mostowski i Stark 1970) można wykazać, że

$$[(n-1)^2 + (n-3)^2 + \ldots + (n-3)^2 + (n-1)^2] = \frac{n(n^2-1)}{3}. \tag{7.56}$$

A zatem

$$\max \sum_{i=1}^{n} (r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2 = \frac{1}{12} m^2 n(n^2-1). \tag{7.57}$$

Uwzględniając to w formule (7.51) i wprowadzając oznaczenie $S = \sum_{i=1}^{n} (r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2$ nadamy jej postać

$$W = \frac{12S}{m^2 n(n^2-1)}. \tag{7.58}$$

Formuła ta została wyprowadzona przy założeniu, że w żadnym z uszeregowań podanych przez członków zespołu oceniającego nie ma rang identycznych.

Przykład

Zauważmy najpierw, że dla danych przedstawionych w tablicach 7.4, 7.5 i 7.6 otrzymujemy kolejno: $W = 1$, $W = 0$ i $W = 0.5250$. W odniesieniu do zespołów pierwszego i drugiego wyniki są oczywiste. W odniesieniu zespołu trzeciego stwierdzamy, że zgodność uszeregowań wynosi około 50%. ■

W drugim przypadku, gdy przynajmniej jeden z oceniających przypisał co najmniej dwóm nauczycielom taką samą rangę (tzn. uznał ich kwalifikacje za takie same), otrzymujemy

$$W = \frac{12S}{m^2 n(n^2-1) - m\sum_j T_j}, \tag{7.59}$$

gdzie

$$T_j = \frac{1}{12}\sum_{t=1}^{t^{(j)}}[(n_t^{j)})^3 - n_t^{(j)}], \tag{7.60}$$

przy czym $t^{(j)}$ - liczba grup osób nierozróżnialnych w uszeregowaniu podanym przez j-tego członka zespołu oceniającego, $n_t^{(j)}$ - liczba osób wchodzących w skład j-tej grupy. Oczywiście, w przypadku, gdy w j-tym uszeregowaniu nie ma rang powtarzających się, wtedy $t^{(j)} = n$, $n_1^{(j)} = n_2^{(j)} = \ldots = n_n^{(j)} = 1$ i wobec tego $T_j = 0$.

Przykład

Załóżmy, że ocenie kwalifikacyjnej podlega ośmiu nauczycieli $(n = 8)$, przy czym zespół oceniający liczy pięć osób $(m = 8)$. Rozważmy najpierw sytuację, gdy w opinii każdego z członków zespołu kwalifikacje poszczególnych nauczycieli są wyraźnie różne, czego wyrazem jest przypisanie każdemu nauczycielowi innej rangi. Wartości rang i wartości wszystkich wynikających z nich wielkości potrzebnych do obliczenia współczynnika zgodności są podane w głównej części tablicy 7.7.

Ponieważ $S = 440$, więc na podstawie formuły (7.58) otrzymuje się, że $W = 0.4190$. Oznacza to, że zgodność opinii członków zespołu oceniającego na temat kwalifikacji poszczególnych nauczycieli jest dość słaba. W tej sytuacji nie można traktować wyników pracy zespołu jako miarodajnego dla podejmowana jakichkolwiek decyzji, które zależą od tych wyników. Należy sprawdzić kompetencje członków zespołu lub zlecić ponowne wykonania zadania innemu zespołowi.

Tablica 7.7

Wartości rang, rangi średniej i odchyleń od średniej ($n = 8, m = 5$, rangi różne)

	Osoby oceniane								$\sum$
Oceniający	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	2	1	6	4	7	3	8	5	
2	1	3	7	6	8	5	2	4	
3	8	1	6	4	2	5	3	7	
4	3	1	5	8	4	7	2	6	
5	1	2	6	4	5	8	3	7	
$\sum$	15	8	30	26	26	28	18	29	180
$\bar{r}$	22.5								
$r_i^{(\cdot)} - \bar{r}$	-7.5	-14.5	7.5	3.5	3.5	5.5	-4.5	6.5	
$(r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2$	56.25	210.25	56.25	12.25	12.25	30.25	20.25	42.25	440

Przypuśćmy teraz, że niektórzy członkowie zespołu oceniającego uznali, że w ocenianej grupie nauczycieli występują osoby o jednakowych kwalifikacjach. Każdej z tych osób przyporządkowuje się rangę równą średniej arytmetycznej liczb określających ich pozycję w uszeregowaniu. Wartości rang są podane w głównej części tablicy 5.8.

Tablica 7.8

Wartości rang, rangi średniej i odchyleń od średniej ($n = 8, m = 5$, rangi powtarzające się

		Osoby oceniane								$\sum$
		1	2	3	4	5	6	7	8	
Osoby oceniające	1	1	4.5	2	4.5	3	7.5	6	7.5	
	2	3	3	3	1	5	6.5	6.5	8	
	3	2	1	4	6	4	4	8	7	
	4	1	2	3.5	3.5	4	7	6	8	
	5	4	2	1	6	3	8	5	7	
$\sum$		11	12.5	13.5	21	19	33	31.5	37.5	179
$\bar{r}$		22.375								
$r_i^{(\cdot)} - \bar{r}$		-11.375	9.875	-8.875	-1.375	-3.375	10.625	9.125	15.125	
$(r_i^{(\cdot)} - \bar{r})^2$		129.3906	97.5156	78.7626	1.8906	11.3906	17.2656	83.2656	228.7656	648.2468

Teraz $S = 648.2468$, natomiast wartości T_j, obliczane zgodnie z formułą (5.61), wynoszą kolejno: $T_1 = \frac{1}{12}[(2^3-2)+(2^3-2)] = 1$, $T_2 = \frac{1}{12}[(3^3-3)+(2^3-2)] = 2.5$, $T_3 = 0$, $T_4 = \frac{1}{12}[(2^3-2) = 0.5$, $T_5 = 0$. Wobec tego, zgodnie z formułą (5.60), $W = 0.6175$.

Stwierdzamy więc, że chociaż stopień zgodności członków zespołu oceniającego co do kwalifikacji poszczególnych nauczycieli jest nieco lepszy niż w poprzednim przypadku, to jednak wciąż jest zbyt mało przekonujący. Trzeba sprawdzić, czy wszyscy członkowie zespołu posiadają odpowiednie kwalifikacje do sprawdzania kompetencji nauczycieli. I w tym przypadku albo należy dokonać zmian w zespole, albo też zadanie powinno być wykonane jeszcze raz, ale przez inny zespół. ■

7.4. Ocena stopnia zgodności – metoda Winnikowa

Współczynnik W Kendalla nie jest jedyną miarą oceny stopnia zgodności zbioru uszeregowań. Winnikow, Gochman i Gochman (1987) zaproponowali miarę, która zależy nie od sumy kwadratów odchyleń sumy rang przypisanych poszczególnym nauczycielom przez wszystkich członków zespołu oceniającego, ale bezpośrednio od sumy odległości uszeregowań od siebie. Miarę te określili w następujący sposób:

$$L = 1 - \frac{D_{m,n}}{D_{m,n}^{\max}}, \tag{7.61}$$

gdzie $D_{m,n}$ jest sumą odległości między m uszeregowaniami n obiektów będących przedmiotem oceny, tzn.

$$D_{m,n} = \sum_{\substack{k=1 \\ k<l}}^{m} \sum_{l=1}^{m} d(U_k, U_l), \qquad (k,l = 1,2,\ldots,m), \tag{7.62}$$

zaś $D_{m,n}^{\max}$ - największą możliwą wartością tej sumy. Zauważmy od razu, że niezależnie od sposobu określenia odległości, jeśli wszystkie uszeregowania są takie same, to

$D_{m,n}=0$ i wobec tego $L=1$. Jeśli $D_{m,n}=D_{m,n}^{\max}$, tzn. jeśli ma miejsce największa z możliwych rozbieżność uszeregowań, to $L=0$.

Uszeregowaniom $U_1,U_2,...,U_m$ odpowiadają, jak w metodzie Kemeny'ego-Snella, macierze porównań parami $R_1=(r_{ij}^{(1)}), R_2=(r_{ij}^{(2)}), \ldots, R_m=(r_{ij}^{(m)})$. Są to macierze kwadratowe stopnia n. Tak samo jak w metodzie Kemeny'ego-Snella odległość $d(U_k,U_l)$ uszeregowań U_k i U_l jest określona wzorem

$$d(U_k,U_l)=d(R_k,R_l)=\sum_{i<j}|r_{ij}^{(k)}-r_{ij}^{(l)}|, \qquad (k,l=1,2,...,m), \tag{7.63}$$

gdzie $r_{ij}^{(k)}$, $r_{ij}^{(l)}$ - elementy macierzy R_k i R_l. Wobec tego wyrażenie na $D_{m,n}^{\max}$ przyjmuje postać

$$\begin{aligned} D_{m,n}^{\max} &= \max_{R_1,R_2,...,R_m} \sum_{k<l} d(R_k,R_l)= \\ &= \max_{R_1,R_2,...,R_m} \sum_{k<l}\sum_{i<j}|r_{ij}^{(k)}-r_{ij}^{(l)}|, \end{aligned} \tag{7.64}$$

przy czym maksimum jest brane po zbiorze macierzy porównań parami odpowiadających uszeregowaniom przedstawionym przez członków zespołu oceniającego. Ponieważ indeksy k, l oraz i,j są wzajemnie niezależne, więc w ostatniej formule można zmienić kolejność sumowania. Otrzymamy

$$D_{m,n}^{\max} = \max_{R_1,R_2,...,R_m} \sum_{i<j}\sum_{k<l}|r_{ij}^{(k)}-r_{ij}^{(l)}|, \tag{7.65}$$

lub

$$D_{m,n}^{\max} = \sum_{i<j} \max_{R_1,R_2,...,R_m} \sum_{k<l}|r_{ij}^{(k)}-r_{ij}^{(l)}|. \tag{7.66}$$

Otrzymaliśmy formułę, w której maksymalizacja odbywa się na zbiorze elementów macierzy porównań parami. Wprowadźmy oznaczenia

$$\delta = \sum_{k<l} | r_{ij}^{(k)} - r_{ij}^{(l)} |, \tag{7.67}$$

$$\delta_{\max} = \max_{r_{ij}^{(1)}, r_{ij}^{(2)}, \ldots, r_{ij}^{(m)}} \sum_{k<l} | r_{ij}^{(k)} - r_{ij}^{(l)} | . \tag{7.68}$$

Zauważmy, że wielkość $\delta_{\max}$ nie zależy od i oraz j, lecz jedynie od wartości $r_{ij}^{(1)}, r_{ij}^{(2)}, \ldots, r_{ij}^{(m)}$. Zbiór tych wartości oznaczymy symbolem $\widetilde{R}$. Ponieważ liczba niezależnych elementów każdej macierzy porównań parami wynosi $\frac{1}{2}n(n-1)$, więc

$$D_{m,n}^{\max} = \frac{1}{2}n(n-1)\delta_{\max} . \tag{7.69}$$

Oznaczmy przez $\widehat{R}_h$ ten podzbiór zbioru $\widetilde{R}$, którego elementami są wszystkie $r_{ij}^{(k)} \in \widetilde{R}$, spełniające warunek $r_{ij}^{(k)} = h$ $(k = 1,2,\ldots,m;\ h = 0,1,2)$. Oznaczmy liczność zbioru $\widehat{R}_h$ przez m_h, tzn. przyjmijmy, że m_0 elementów zbioru $\widetilde{R}$ przyjmuje wartość 0, m_1 - wartość 1, m_2 - wartość 2. Zachodzą oczywiste równości

$$m_0 + m_1 + m_2 = m \tag{7.70}$$

$$\widetilde{R} = \widehat{R}_0 \cup \widehat{R}_1 \cup \widehat{R}_2 . \tag{7.71}$$

Biorąc to pod uwagę można zależność (7.67) zapisać w postaci

$$\delta = \sum_{\substack{r_{ij}^{(k)} \in \widehat{R}_0 \\ r_{ij}^{(l)} \in \widehat{R}_1}} | r_{ij}^{(k)} - r_{ij}^{(l)} | + \sum_{\substack{r_{ij}^{(k)} \in \widehat{R}_0 \\ r_{ij}^{(l)} \in \widehat{R}_2}} | r_{ij}^{(k)} - r_{ij}^{(l)} | + \sum_{\substack{r_{ij}^{(k)} \in \widehat{R}_1 \\ r_{ij}^{(l)} \in \widehat{R}_2}} | r_{ij}^{(k)} - r_{ij}^{(l)} | , \tag{7.72}$$

lub

$$\delta = m_0 m_1 + 2m_0 m_2 + m_1 m_2 . \tag{7.73}$$

Ponieważ z równości (7.70) wynika, że $m_1 = m-(m_0+m_2)$, więc po podstawieniu tego do (7.73) otrzymamy

$$\delta = 2m_0m_1 + [(m-(m_0+m_2)](m_0+m_2), \tag{7.74}$$

a po wykonaniu działań

$$\delta = m(m_0+m_2) - (m_0^2+m_2^2). \tag{7.75}$$

Stwierdzamy więc, że wielkość δ jest funkcją zmiennych m_0 i m_2. Maksymalną wartość δ wyznaczamy więc z następującego układu równań

$$\begin{aligned} \frac{\partial\delta}{\partial m_0} &= m-2m_0 = 0, \\ \frac{\partial\delta}{\partial m_2} &= m-2m_2 = 0. \end{aligned} \tag{7.76}$$

Jego rozwiązaniem są

$$m_0 = \frac{m}{2}, \quad m_2 = \frac{m}{2}. \tag{7.77}$$

Ponieważ m_0 i m_2 muszą być liczbami całkowitymi dodatnimi, więc formuły (7.77) mają praktyczny sens jedynie wtedy, gdy m jest liczbą parzystą. W przypadku nieparzystości m trzeba posłużyć się formułami

$$m_0 = \frac{m+1}{2}, \quad m_2 = \frac{m-1}{2}, \tag{7.78}$$

lub

$$m_0 = \frac{m-1}{2}, \quad m_2 = \frac{m+1}{2}. \tag{7.79}$$

Ostatecznie więc otrzymujemy

$$\delta_{\max} = \begin{cases} \dfrac{m^2}{2}, & \text{gdy } m \text{ parzyste,} \\ \dfrac{m^2-1}{2}, & \text{gdy } m \text{ nieparzyste.} \end{cases} \tag{7.80}$$

Po uwzględnieniu tego w formule (7.69) dostajemy następujące wyrażenie na maksimum sumy odległości między m macierzami porównań parami stopnia n:

$$D_{m,n}^{\max} = \begin{cases} \dfrac{1}{4}n(n-1)m^2, & \text{gdy } m \text{ parzyste,} \\ \dfrac{1}{4}n(n-1)(m^2-1), & \text{gdy } m \text{ nieparzyste.} \end{cases} \tag{7.81}$$

Z formuły tej wynika, że jeśli liczba członków zespołu oceniającego jest parzysta, to $D_{m,n}$ przyjmuje wartość maksymalną jedynie wtedy, gdy w jednej połowie wszystkich macierzy porównań parami wartości wszystkich elementów niediagonalnych są równe 2, a w drugiej – 0. Jeśli jednak liczba członków zespołu oceniającego jest nieparzysta, to są możliwe dwa następujące przypadki, w których $D_{m,n}$ osiąga maksimum:

1. Gdy $\dfrac{m+1}{2}$ lub $\dfrac{m-1}{2}$ niediagonalnych elementów macierzy porównań parami jest równe 0, a wszystkie pozostałe są równe 2.
2. Gdy $\dfrac{m-1}{2}$ niediagonalnych elementów macierzy porównań parami jest równe 0, tyle samo elementów jest równe 2, a jeden który pozostał jest równy 1.

W każdym z tych przypadków z formuły (7.72) wynika, że

$$\delta = \delta_{\max} = \frac{m^2-1}{2}. \tag{7.82}$$

Ze współczynnika zgodności L określonego za pomocą formuły (7.61) można korzystać zawsze, ilekroć ma się do czynienia z relacjami dwuczłonowymi, które można przedstawić postaci macierzy porównań parami. Jeżeli zespół oceniający liczy m osób, to wyniki oceny są przedstawione w postaci m macierzy porównań parami i dla określenia wartości $D_{m,n}$ trzeba obliczyć $\frac{1}{2}m(m-1)$ odległości między tymi macierzami. Zauważmy, że liczba tych obliczeń bardzo szybko rośnie ze wzrostem liczby członków zespołu oceniającego (tablica 7.9). Z tego powodu liczność zespołu nie powinna być zbyt duża. W świetle tych uwag tym większego znaczenia nabiera więc kwestia doboru składu zespołu, w którym powinny się znaleźć osoby przede wszystkim wysoce etyczne (Hompplewicz 1996). Ponadto muszą mieć one właściwe interdyscyplinarne kwalifikacje merytoryczne oraz doświadczenie nauczycielskie i rozumiejące istotę metody oceniania, z której będą korzystać.

Tablica 7.9

Liczba odległości między macierzami
jako funkcja liczby członków zespołu oceniającego

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{1}{2}m(m-1)$	0	1	3	6	10	15	23	28	36	45

Przykład

Wróćmy do zadania oceny czteroosobowej grupy nauczycieli przez trzy czteroosobowe zespoły i związanych z nim tablic 7.4, 7.5 i 7.6.

W pierwszym przypadku uszeregowania podane przez poszczególnych członków zespołu oceniającego są takie same i wobec tego $D_{m,n}=0$. Zatem $L=1$, co potwierdza idealną zgodność opinii członków zespołu odnośnie do kompetencji zawodowych nauczycieli.

W drugim przypadku poszczególni członkowie zespołu podali takie uszeregowania: $U_1=(1,2,4,3)$, $U_2=(2,1,3,4)$, $U_3=(4,3,1,2)$, $U_4=(3,4,2,1)$. Uszeregowaniom tym odpowiadają kolejno następujące macierze porównań parami:

$$R_1=\begin{pmatrix}1&2&2&2\\0&1&2&2\\0&0&1&0\\0&0&2&1\end{pmatrix},\ R_2=\begin{pmatrix}1&0&2&2\\2&1&2&2\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{pmatrix},\ R_3=\begin{pmatrix}1&2&0&0\\0&1&0&0\\2&2&1&0\\2&2&2&1\end{pmatrix},\ R_4=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\2&1&0&0\\2&2&1&2\\2&2&0&1\end{pmatrix}.$$

Odległości między tymi macierzami wynoszą: $d(R_1,R_2)=4$, $d(R_1,R_3)=8$, $d(R_1,R_4)=12$, $d(R_2,R_3)=12$, $d(R_2,R_4)=8$, $d(R_3,R_4)=4$. Wobec tego $D_{4,4}=48$. Ponieważ liczba członków zespołu oceniającego jest parzysta, więc (zob. wzór (7.81)) $D_{4,4}^{\max}=48$. Zatem $L=0$ – brak zgodności opinii.

W trzecim przypadku poszczególni członkowie zespołu przedstawili następujące uszeregowania: $U_1=(1,2,3,4)$, $U_2=(2,3,1,4)$, $U_3=(1,4,3,2)$ i $U_4=(1,2,3,4)$. Odpowiadają im następujące macierze porównań parami:

$$R_1=\begin{pmatrix}1&2&2&2\\0&1&2&2\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{pmatrix},\ R_2=\begin{pmatrix}1&0&0&2\\2&1&2&2\\2&0&1&2\\0&0&0&1\end{pmatrix},\ R_3=\begin{pmatrix}1&2&2&2\\0&1&0&0\\0&2&1&0\\0&2&2&1\end{pmatrix},\ R_4=\begin{pmatrix}1&2&2&2\\0&1&2&2\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{pmatrix}.$$

Odległości między tymi macierzami wynoszą: $d(R_1,R_2)=4$, $d(R_1,R_3)=6$, $d(R_1,R_4)=0$, $d(R_2,R_3)=10$, $d(R_2,R_4)=4$, $d(R_3,R_4)=6$. Wobec tego $D_{4,4}=30$, $D_{4,4}^{\max}=48$, zaś $L=0.3750$. W tym przypadku zgodność ocen jest więc dość słaba. ■

W sytuacjach praktycznych często popełnia się dwa błędy, których źródłem jest niewłaściwa interpretacja wartości współczynnika zgodności. Pierwszy ma miejsce wtedy, gdy wartość ta jest bliska dolnej granicy przedziału określoności współczynnika. W tej sytuacji wydawanie jakichkolwiek sądów o ocenianej grupie nauczycieli jest bezzasadne. Wartość współczynnika zgodności bliska jego wartości minimalnej świadczy bowiem

najczęściej albo o niedostatecznych kompetencjach co najmniej niektórych członków zespołu oceniającego, albo o niezbyt dokładnym określeniu tej cechy ilościowej, wedle której ocenia się nauczycieli. Z kolei, współczynnik zgodności przyjmuje wartość bliską jedności na ogół tylko w przypadku niezbyt złożonych zadań szeregowania, ale takich sytuacjach rozwiązanie można otrzymać prostszymi metodami.

8. Wielokryterialna ocena kandydatów – metoda maksymalnej wartości własnej

8.1. Potrzeba oceny wielokryterialnej

Szkoła wyższa tylko wtedy skutecznie realizuje swoją funkcję społeczną i misję edukacyjną, jeśli struktura jej kadry nauczycielskiej w pełni odpowiada strukturze wydziałowej oraz kierunkom i specjalnościom prowadzonych w niej studiów. Aby podołać temu zadaniu szkoła musi stopniowo, ale systematycznie, doskonalić swoją jakość, dopasowywać swoją strukturę organizacyjną, tryb funkcjonowania i sposób prowadzenia procesu edukacyjnego do zmieniających się potrzeb. Jednym z działań sprzyjających tym przedsięwzięciom jest uruchomienie nowego kierunku studiów – co często wiąże się z koniecznością zmiany dotychczasowej struktury wydziałowej szkoły – lub utworzenie w ramach już istniejącej struktury nowej specjalności. Dla skupienia uwagi odniesiemy dalsze rozważania do decyzji o utworzeniu nowej specjalności.

Podjęcie i wdrożenie takiej decyzji musi być bardzo wyważone, ponieważ uruchomienie nowej specjalności wiąże się przede wszystkim z przygotowaniem dla niej programów nauczania, odpowiadających profilowi szkoły, spójnych z programami istniejącymi na już istniejących specjalnościach i spełniających obowiązujące standardy merytoryczne. Uruchomienie nowej specjalności wiąże się też na ogół z koniecznością co najmniej częściowego zreorganizowania dotychczasowego systemu obsługi administracyjnej, zatrudnienia nowych pracowników naukowych i dydaktycznych, zabezpieczenia lokalowego, wyposażenia w stosowne środki dydaktyczne itp. Jest to decyzja wieloaspektowa i wielokontekstowa, odpowiedzialna i ryzykowna. Popełnienie jakiegokolwiek błędu w tym zakresie odbija się wcześniej czy później negatywnie na efektywności ekonomicznej, finansowej i edukacyjnej szkoły, a to z kolei wpływa na kształtowanie wizerunku szkoły w oczach potencjalnych jej studentów oraz na pozycję szkoły na rynku edukacyjnym. Zrozumiałe jest więc coraz częstsze artykułowanie przez władze szkół wyższych potrzeby opracowania metodologii podejmowania decyzji dotyczących kształtowania rozwoju i jakości szkoły, a w szczególności decyzji związanych z reorganizacją jej struktury wydziałowej oraz wprowadzaniem nowych kierunków i specjalności. Metodologia ta powinna w jak największym stopniu racjonalizować i obiektywizować powyższy proces decyzyjny – jest on bowiem wciąż jeszcze wykonywany niemal wyłącznie za pomocą metod heurystycznych, których immanentną cechą jest propagacja wpływu czynnika subiektywizmu osób biorących udział w procesie na ostateczne decyzje. Wskutek tego często poziom racjonalności i obiektywności tych decyzji nie jest najwyższy. Nie znaczy to, że wszelkie dotychczasowe decyzje dotyczące reorganizacji struktury kierunkowej i specjalności studiów w szkołach wyższych, podejmowane przez specjalnie

do tego utworzone bądź upoważnione zespoły ludzkie, były niewłaściwe. Doświadczenie szkolnictwa wyższego na całym świecie uczy, że na ogół były to decyzje trafne. Ale to samo doświadczenie prowadzi do w pełni uzasadnionego stwierdzenia, że mogłyby one być dużo lepsze, a zatem bardziej racjonalne i w większej mierze obiektywne, gdyby pewne – nieraz bardzo istotne – części procesu decyzyjnego zostały sformalizowane i były rozwiązywane za pomocą metod matematycznych. W tym stwierdzeniu jest więc wyrażona potrzeba opracowania takiej metodologii podejmowania wieloaspektowych i wielokontekstowych decyzji związanych z kształtowaniem rozwoju szkoły wyższej, w której modele matematyczne byłyby środkami wspomagającymi pracę zespołów ludzkich. Obecnie szkolnictwo wyższe nie dysponuje taką metodologią. Podejmowane są wprawdzie próby zastosowania metod wieloatrybutowej teorii podejmowania decyzji do rozwiązywania niektórych cząstkowych zadań związanych z kształtowaniem rozwoju i jakości szkoły, ale wciąż jeszcze są to próby sporadyczne (zob., np., Saaty i Ramanujam 1983; White 1987; Tummala i Sanchez 1988; Cole 1995; Liberatore i Nydick 1997). Mimo to, wynikają z nich pewne przesłanki, które – jak się wydaje – powinny być uwzględnione w ogólnej metodologii. I tak, Cole (1995) zwraca uwagę na niebezpieczeństwo nadmiernego wpływu czynnika subiektywizmu na decyzje dotyczące utworzenia nowego wydziału, kierunku lub specjalności i wyraża przekonanie, że postępowanie wiodące do podjęcia tych decyzji powinno być pozbawione spontaniczności, powinno być procesem ustrukturalizowanym, być osadzone w całym kontekście organizacji oraz zarządzania szkołą i dobrze udokumentowane. Hahn (2002) podziela ten pogląd. Wyraża zdanie, że w każdej firmie – i to nie tylko w sferze edukacji – proces doboru pracowników powinien być dobrze ustrukturalizowany, przy czym kryteria oceny kandydatów i stosowany system preferencji powinny być jasno i jednoznacznie określone. Marchese i Lawrence (1987) też stwierdzają, że kluczowe znaczenie dla organizacji i funkcjonowania nowych kierunków i specjalności ma trafność doboru kadry. Ich zdaniem proces oceny kandydatów na stanowiska nauczycieli akademickich powinien być wykonywany w ośmiu następujących krokach:

1. Szczegółowe przemyślenie zasadności i sensowności wprowadzenia nowego kierunku lub specjalności.
2. Powołanie zespołu, który zajmie się zorganizowaniem i przeprowadzeniem procesu decyzyjnego związanego z doborem kadry.
3. Rozdzielenie pracy w zespole.
4. Poszukiwanie kandydatów.
5. Wstępny odsiew i sporządzenie ostatecznej listy kandydatów
6. Przeprowadzenie rozmów z kandydatami.

7. Wybór osób, które zostaną zatrudnione na wydziale.
8. Załatwienie wszystkich formalności związanych z zatrudnieniem.

Marchese i Lawrence (1987) zwracają uwagę na praktyczne trudności związane z przeprowadzeniem tej procedury, a przede wszystkim na niechęć nauczycieli już zatrudnionych w szkole do określania cech, jakie powinien mieć nowo przyjmowany pracownik naukowy lub dydaktyczny – wpływa to bowiem pośrednio na ocenę ich samych. Gray (1999) zwraca uwagę na to, że na proces doboru kadry wydziału trzeba patrzeć zarówno z punktu widzenia szkoły, jak i z punktu widzenia kandydata na pracownika: to nie tylko szkoła ocenia kandydata, ale także kandydat ocenia szkołę. Jakość kandydatów zależy w dużym stopniu nie od oferowanych warunków pracy i płacy, lecz od jakości szkoły. Im lepsza jakość szkoły, tym lepsi jakościowo kandydaci ubiegają się o podjęcie w niej pracy.

Te wypowiedzi świadczą, że do problemu oceny osób ubiegających się o zatrudnienie w szkole wyższej, zwłaszcza na nowo tworzonym wydziale, który od chwili zaistnienia musi być jednostką spójną organizacyjnie, funkcjonalnie i merytorycznie z pozostałymi wydziałami, przywiązuje się bardzo dużą wagę. Artykułuje się specyfikę ogólnych uwarunkowań, wspólnych wszystkim szkołom wyższym, podkreślając jednocześnie systemową odrębność i unikatowość każdej z nich. Sprawia to, że chociaż na pewnym poziomie ogólności można konstruować powszechną metodologię oceny kandydatów na pracowników naukowych i dydaktycznych nowo organizowanego wydziału, to jednak w każdym konkretnym przypadku trzeba tę metodologię dostosować do specyficznych uwarunkowań danej szkoły. Podkreśla się też, że zarówno metodologia ogólna, jak i jej wszystkie konkretyzacje muszą uwzględniać fakt, że ocena kandydatów jest zadaniem wieloaspektowym i wielokontekstowym. Stwarza ta określone problemy, ponieważ kryteria charakteryzujące poszczególne aspekty nie są wyłącznie ilościowe lub wyłącznie jakościowe, lecz mieszane. Co więcej kryteria te są niewspółmierne – a więc odpowiadają im różne skale pomiarowe – i na ogół są częściowo ze sobą sprzeczne. W efekcie tego proces wielokryterialnej oceny kandydatów jest bardzo złożony, a podejmowane decyzje personalne są obciążone dużą dozą ryzyka.

Wielokryterialna ocena kandydatów jest wielopoziomowym procesem hierarchicznym. Każdemu z kryteriów głównych trzeba podporządkować zbiór podkryteriów, które będziemy również nazywać kryteriami drugiego rzędu. Na przykład, kryterium głównemu „doświadczenie zawodowe" można podporządkować takie kryteria drugiego rzędu, jak „doświadczenie w pracy w szkole wyższej", „doświadczenie w szkolnictwie niż-

szym", „doświadczenie w pracy poza sferą edukacji" itp. Wszystkie kryteria drugiego rzędu tworzą drugi poziom hierarchii systemu kryteriów. Jeżeli zachodzi taka konieczność, to kryterium drugiego rzędu podporządkowuje się kryteria trzeciego rzędu. Na przykład, kryterium drugiego rzędu „doświadczenie w pracy w szkole wyższej" można by podporządkować takie kryteria trzeciego rzędu, jak „doświadczenie w prowadzeniu wykładów", „doświadczenie w prowadzeniu warsztatów", „doświadczenie w prowadzeniu kół zainteresowań" itp. Kryteria trzeciego rzędu stanowią trzeci poziom hierarchii systemu kryteriów. W razie potrzeby można tę dekompozycję kryteriów kontynuować, otrzymując kryteria czwartego rzędu, piątego itd. Na ogół wystarcza jednak ograniczenie się do struktury nie więcej niż trójpoziomowej.

8.2. Uzasadnienie wyboru metody

Jednym ze sposobów zwiększenia obiektywności procedur oceniania nauczycieli powinno stać się stosowanie procedur oceny wielokryterialnej (wieloatrybutowej). Niestety, w dziedzinie edukacji metody te są niemal nieznane. Powszechnie postępuje się w ten sposób, że poszczególni członkowie zespołu oceniającego oceniają punktowo kompetencje zawodowe nauczyciela i jako wyraz opinii zespołu przedstawiają ocenę średnią (najczęściej obliczaną jako średnia arytmetyczna punktów przyporządkowanych nauczycielowi przez członków zespołu), lub ocenę otrzymaną w drodze głosowania. Ten tryb oceniania nauczycieli jest obecnie przedmiotem ostrej krytyki nie tylko ze strony samych nauczycieli, ale także za strony środowisk naukowych zajmujących się problematyką edukacji (zob., np., Bisset, Fisher, Macrosson i Phillips 2000; Chan 2001; Evans i Tomlinson 1989; Kouba 1994; Scriven 1973Wilson 1999). Podzielamy ich stanowisko, że ocenianie nauczycieli jest sprawą tak wielkiej wagi, że procedura oceny powinna korzystać z metod naukowych, a zwłaszcza z metodologii podejmowania decyzji wielokryterialnych. Metodologia ta jest dobrze rozwinięta, ale jest niemal nieznana w sferze badań nad edukacją. Pojawiają się dopiero pierwsze sugestie jej wykorzystania w tej dziedzinie, zwłaszcza do oceny nauczycieli (zob., np., Saaty i Ramanujam 1983; Leyva López 2005; Wang 2005). Sugestie te wskazują na potrzebę rozwinięcia badań przede wszystkim nad metodą Saaty'ego, zwaną też metodą maksymalnej wartości własnej lub metodą analitycznego procesu hierarchicznego (AHP). Chociaż jest to metoda szeroko analizowana i dyskutowana w literaturze, zwłaszcza zastosowaniowej, to jednak wciąż najlepiej jest ona opisana w monografii Saaty'ego (1980). Czytelnika pragnącego szczegółowo zapoznać się z metodą odsyłamy więc do tej monografii. W tym rozdziale przedstawimy szczegółowo procedurę metody bezpośrednio na przykładzie jej zastosowania do oceny nauczycieli.

8.3. Przykład zastosowania metody

Rozpatrzmy uczelnię, na której istnieje kilka wydziałów. Na każdym z nich, w zależności od specyfiki wydziału, są przez pewien okres czasu prowadzone zajęcia z różnych działów matematyki czystej i stosowanej. Zajęcia z matematyki czystej mają dać uczestnikom określony stopień ogólnej wiedzy matematycznej, wymaganej na danym wydziale. Zajęcia z matematyki stosowanej są ukierunkowane na obszary przedsiębiorczości, marketingu, bankowości, finansów, zarządzani, podejmowania decyzji itp. Załóżmy, że dla usprawnienia nauczania matematyki władze uczelni postanowiły zorganizować Międzywydziałowe Studium Matematyczne (MSM), którego zadaniem ma być obsługa istniejących w uczelni wydziałów w sensie przygotowywania programów nauczania matematyki i prowadzenia zajęć z tego przedmiotu. Przyjęto, że zakres programów musi być zgodny z obowiązującymi standardami edukacyjnymi i musi uwzględniać potrzeby prowadzonych w uczelni kierunków oraz specjalizacji. Aby uszczegółowić rozważania przyjmijmy, że postanowiono ogłosić konkurs na zatrudnienie w MSM czterech pracowników naukowo-dydaktycznych. Dla określenia formalnych i merytorycznych wymogów, jakie musi spełniać osoba ubiegająca się o zatrudnienie, powołano sześcioosobową komisję. Ogłoszono konkurs – w określonym terminie zgłosiło się czternastu kandydatów. Komisję obciążono obowiązkiem oceny kandydatów i uszeregowania ich w kolejności od najlepszego do najgorszego w sensie przyjętych kryteriów oceny.

Krok 1: Określenie systemu kryteriów i jego hierachizacja

Jest to krok najważniejszy, bo od poprawności ustalenia systemu kryteriów zależy, czy ocena kandydatów będzie wykonana racjonalnie i obiektywnie, czy też nie. Gdyby wybrano złe kryteria, to nawet bardzo dobrzy kandydaci mogliby uzyskać złe oceny, podczas gdy mierni mogliby otrzymać wysokie noty. Konstruowanie systemu kryteriów należy rozpocząć od sformułowania kryteriów ogólnych, najważniejszych z punktu widzenia tworzonego MSM. Przyjęto, że są nimi:

- przygotowanie do pracy naukowej, badawczej i dydaktycznej (K_1),
- wyniki dotychczasowej działalności naukowej, badawczej i dydaktycznej (K_2),
- umiejętność korzystania z techniki i technologii informatycznej (K_3),

- stopień możliwości prowadzenia różnych zajęć (K_4),
- doświadczenie z pracy w różnych środowiskach (K_5).

Tablica 8.1

Hierarchiczna struktura systemu kryteriów

Kryteria pierwszego rzędu	Kryteria drugiego rzędu	Kryteria trzeciego rzędu	Sposób oceniania
K_1	K_{11}	K_{111}	Liczba wysłuchanych w toku studiów i zakończonych egzaminem wykładów podstawowych i monograficznych dziedziny matematyki czystej i stosowanej.
		K_{112}	Liczba wysłuchanych w toku studiów i zakończonych egzaminem wykładów podstawowych i monograficznych z dziedziny badań operacyjnych i analizy systemowej.
		K_{113}	Liczba ukończonych kursów, szkoleń itp. z dziedziny pedagogiki i dydaktyki.
	K_{12}	K_{121}	Ocena matematycznego aspektu zajęć przeprowadzonych przez kandydata – bardzo dobry, dobry, prawie dobry, średni, słaby.
		K_{122}	Ocena umiejętności posługiwania się aparatem teorii badań operacyjnych i logiką systemową – bardzo dobry, dobry, prawie dobry, średni, słaby.
		K_{123}	Ocena dydaktycznego i pedagogicznego aspektu zajęć przeprowadzonych przez kandydata – bardzo dobry, dobry, prawie dobry, średni, słaby.
	K_{13}	K_{131}	Czas zatrudnienia poza szkolnictwem wyższym w dziedzinie matematyki.
		K_{132}	Czas zatrudnienia poza szkolnictwem wyższym w dziedzinie badań operacyjnych i systemowych.
		K_{133}	Czas pełnienia poza szkolnictwem wyższym funkcji opiekuna lub wychowawcy.
	K_{21}	K_{211}	Publikacje.
		K_{212}	Referaty na konferencjach.
		K_{213}	Udziały w sesjach plakatowych.

K_2	K_{22}	K_{221}	Opisowa merytoryczna charakterystyka dotychczasowych osiągnięć w dziedzinie matematyki.
		K_{222}	Opisowa merytoryczna charakterystyka dotychczasowych osiągnięć w dziedzinie badań operacyjnych systemowych.
		K_{223}	Opisowa merytoryczna charakterystyka dotychczasowych osiągnięć dydaktycznych i pedagogicznych.
	K_{23}		Intensywność współpracy z jednostkami zewnętrznymi.
K_3	K_{31}		Stopień umiejętności korzystania z gotowych pakietów informatycznych
	K_{32}		Stopień umiejętności tworzenia własnych programów komputerowych.
K_4			Liczba różnych zajęć (wykładów, ćwiczeń, warsztatów, seminariów itp.).
K_5			Opisowa charakterystyka pracy w różnych zespołach.

Kryteria te stanowią pierwszy poziom hierarchii systemu kryteriów. Załóżmy, że po przeprowadzeniu dyskusji zespół oceniający uznał, że kryteria K_1, K_2 i K_3 są zbyt zagregowane. Postanowiono więc, że kryterium K_1 zostanie pogłębione przez podporządkowane mu trzech następujących kryteriów drugiego rzędu: przygotowanie do pracy naukowo-badawczej (K_{11}), przygotowanie do pracy dydaktycznej (K_{12}), dotychczasowa praca poza szkolnictwem wyższym (szkolnictwo niższe, banki, organizacje przemysłowe lub naukowe itp.) - (K_{13}). Kryterium K_2 podporządkowano także trzy kryteria: dorobek naukowo-badawczy - (K_{21}), osiągnięcia pedagogiczne i dydaktyczne - (K_{22}) oraz współpraca z jednostkami zewnętrznymi (K_{23}). Kryterium K_3 podporządkowano następujące dwa kryteria: umiejętność korzystania z gotowych pakietów informatycznych i umiejętność programowania (K_{31}) oraz doświadczenie w nauczaniu na odległość (K_{32}). W odniesieniu do kryteriów K_4 i K_5 uznano, że nie wymagają one dekompozycji. Przyjmijmy również, że po przeanalizowaniu kryteriów K_{11}, K_{12}, K_{13}, K_{21}, K_{22} zespół uznał, że są one także zbyt zagregowane. Biorąc pod uwagę specyfikę uczelni zdecydowano, że każdemu z nich zostaną podporządkowane po trzy takie same kryteria trzeciego rzędu: kryterium charakteryzujące zakres matematycznego wykształcenia kandydata (kryteria

$K_{111}, K_{121}, K_{131}, K_{211}, K_{221}$), kryterium charakteryzujące zakres wiedzy kandydata z zakresu badań operacyjnych i analizy systemowej (kryteria $K_{112}, K_{122}, K_{132}, K_{212}, K_{222}$) oraz kryterium charakteryzujące przygotowanie i doświadczenie pedagogiczno-dydaktyczne kandydata (kryteria $K_{113}, K_{123}, K_{133}, K_{213}, K_{223}$). Kryteria K_4 i K_5 oraz kryteria $K_{2.3}$, K_{31} i K_{32} nie wymagają dekompozycji. Symbole wszystkich kryteriów oraz nazwy kryteriów trzeciego rzędu są podane w tablicy 8.1.

Sformułowanie systemu kryteriów jest procesem czasochłonnym. Zespół oceniający musi opierać się nie tylko na wiedzy, doświadczeniu zawodowym oraz życiowym i intuicji jego członków, ale także szeroko korzystać z konsultacji z władzami uczelni i władzami poszczególnych wydziałów. Członkowie zespołu powinni odbywać rozmowy z już zatrudnionymi w szkole nauczycielami akademickimi, z przedstawicielami samorządu studenckiego, korzystać z wyników sondaży przeprowadzonych bezpośrednio wśród kandydatów do szkoły oraz jej studentów i absolwentów. Byłoby rzeczą pożądaną, aby władze uczelni oddały do dyspozycji zespołu w charakterze stałego konsultanta specjalistę mającego dużą wiedzę teoretyczną w zakresie wieloatrybutowych metod decyzyjnych oraz doświadczenie w ich stosowaniu. W toku pracy zespołu szczególną uwagę należy zwrócić na to, by przyjęte kryteria były w jak największym stopniu obiektywne, tzn. by nie faworyzowały – w z góry zamierzony sposób – żadnego z potencjalnych kandydatów.

Krok 2: Określenie względnej ważności kryteriów

Dla określenia względnej ważności kryteriów posłużono się metodą porównywania kryteriów parami (zob. rozdz. 5). Każdy z członków zespołu oceniającego otrzymał do wypełnienia następujące formularze. Sposób odczytywania i wypełniania formularzy został omówiony w rozdz. 5. Formularze są wypełnione danymi przykładowymi i są przedstawione na rysunkach od 8.1 do 8.9.

- **Formularz 1** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów pierwszego rzędu K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 (rys. 8.1).

FORMULARZ 1

Tablica porównań parami – kryteria pierwszego rzędu: K_1, K_2, K_3, K_4, K_5

K_1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_2
K_1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_3
K_1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_4
K_1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_5
K_2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_3
K_2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_4
K_2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_5
K_3	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_4
K_3	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_5
K_4	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_5

Kryteria:

K_1 - przygotowanie do pracy naukowej, badawczej i dydaktycznej

K_2 - wyniki dotychczasowej działalności naukowej, badawczej i dydaktycznej,

K_3 - umiejętność korzystania z techniki i technologii informatycznej,

K_4 - stopień możliwości prowadzenia różnych zajęć,

K_5 - doświadczenie w pracy w różnych zespołach.

Rys 8.1. Formularz dla porównania parami kryteriów K_1, K_2, K_3, K_4, K_5

- **Formularz 2** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów drugiego rzędu K_{11}, K_{12}, K_{13}, podporządkowanych kryterium K_1 (rys. 8.2).

FORMULARZ 2

Tablica porównań parami - kryteria drugiego rzędu kryterium: K_{11}, K_{12}, K_{13}

K_{11}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{12}
K_{11}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{13}
K_{12}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{13}

Kryteria:

K_{11} - przygotowanie do pracy naukowo-badawczej,

K_{12} - przygotowanie do pracy dydaktycznej,

K_{13} - dotychczasowa praca poza szkolnictwem wyższym

Rys. 8.2. Formularz dla porównania parami kryteriów K_{11}, K_{12}, K_{13}

- **Formularz 3** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów drugiego rzędu K_{21}, K_{22}, K_{23}, podporządkowanych kryterium K_2 (rys. 8.3).

FORMULARZ 3

Tablica porównań parami – kryteria drugiego rzędu kryterium: K_{21}, K_{22}, K_{23}

K_{21}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{22}
K_{21}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{23}
K_{22}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{23}

Kryteria:

K_{21} - dorobek naukowo-badawczy,

K_{22} - osiągnięcia pedagogiczno-dydaktyczne,

K_{23} - współpraca z jednostkami zewnętrznymi.

Rys. 8.3. Formularz dla porównania parami kryteriów K_{21}, K_{22}, K_{23}

- **Formularz 4** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów drugiego rzędu K_{31}, K_{32}, podporządkowanych kryterium K_3 (rys. 8.4)

FORMULARZ 4

Tablica porównań parami – kryteria drugiego rzędu: K_{31}, K_{32}

K_{31}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{32}

Kryteria:

K_{31} - umiejętność korzystania z gotowych pakietów informatycznych i umiejętność programowania,

K_{32} - doświadczenie w nauczaniu na odległość.

Rys. 8.4. Formularz dla porównania parami kryteriów K_{31}, K_{32}

- **Formularz 5** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów trzeciego rzędu $K_{111}, K_{112}, K_{113}$, podporządkowanych kryterium K_{11}.

FORMULARZ 5

Tablica porównań parami – kryteria trzeciego rzędu: K_{111}, K_{112}, K_{113}

K_{111}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{112}
K_{111}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{113}
K_{112}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{113}

Kryteria:

K_{111} - obszar matematyki,

K_{112} - obszar badań operacyjnych i systemowych,

K_{113} - obszar pedagogiki i dydaktyki.

Rys. 8.5. Formularz dla porównania parami kryteriów $K_{111}, K_{112}, K_{113}$

- **Formularz 6** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów trzeciego rzędu $K_{121}, K_{122}, K_{123}$ podporządkowanych kryterium K_{12}.

FORMULARZ 6

Tablica porównań parami – kryteria trzeciego rzędu: $K_{121}, K_{122}, K_{123}$

K_{121}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{122}
K_{121}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{123}
K_{122}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{123}

Kryteria:

K_{121} - obszar matematyki,

K_{122} - obszar badań operacyjnych i systemowych,

K_{123} - obszar pedagogiki i dydaktyki.

Rys. 8.6. Formularz dla porównania parami kryteriów $K_{121}, K_{122}, K_{123}$

- **Formularz 7** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów trzeciego rzędu $K_{131}, K_{132}, K_{133}$, podporządkowanych kryterium K_{13}.

FORMULARZ 7

Tablica porównań parami – kryteria trzeciego rzędu: $K_{131}, K_{132}, K_{133}$

K_{131}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{132}
K_{131}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{133}
K_{132}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{133}

Kryteria:

K_{131} - obszar matematyki,

K_{132} - obszar badań operacyjnych i systemowych,

K_{133} - obszar pedagogiki i dydaktyki.

Rys. 8.7. Formularz dla porównania parami kryteriów $K_{131}, K_{132}, K_{133}$

- **Formularz 8** – dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów trzeciego rzędu $K_{211}, K_{212}, K_{213}$, podporządkowanych kryterium K_{21}.

FORMULARZ 8

Tablica porównań parami – kryteria trzeciego rzędu: $K_{211}, K_{212}, K_{213}$

K_{211}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{212}
K_{211}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{213}
K_{212}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{213}

Kryteria:

K_{211} - obszar matematyki,

K_{212} - obszar badań operacyjnych i systemowych,

K_{213} - obszar pedagogiki i dydaktyki.

Rys. 8.8. Formularz dla porównania parami kryteriów $K_{211}, K_{212}, K_{213}$

- **Formularz 9** - dla przedstawienia wyników porównywania parami kryteriów $K_{221}, K_{222}, K_{223}$ podporządkowanych kryterium K_{22}.

FORMULARZ 9

Tablica porównań parami – kryteria trzeciego rzędu: $K_{221}, K_{222}, K_{223}$

K_{221}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{222}
K_{221}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{223}
K_{222}	9	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	K_{223}

Kryteria:

K_{221} - obszar matematyki,

K_{222} - obszar badań operacyjnych i systemowych,

K_{223} - obszar pedagogiki i dydaktyki.

Rys. 8.9. Formularz dla porównania parami kryteriów $K_{221}, K_{222}, K_{223}$

Każdy z członków zespołu oceniającego powinien otrzymać następującą instrukcję wypełniania formularzy:

1. Tablice zawarte w formularzach analizuje się wierszami.
2. Dla każdego wiersza porównuje się ważność kryterium K_i wymienionego w pierwszej kolumnie z ważnością kryterium K_j wymienionego w ostatniej kolumnie, przy czym wynikowi oceny przyporządkowuje się:
   - liczbę 1, gdy uzna się, że oba kryteria są jednakowo ważne – w tym przypadku zaznacza się pole z liczbą 1,
   - liczbę 3, gdy uzna się, że kryterium K_i jest nieco lepsze od K_j lub kryterium K_j jest nieco lepsze od K_i - w pierwszym przypadku zaznacza się pole z liczbą 3 stojące na lewo, a w drugim – na prawo od pola z liczbą 1,
   - liczbę 5, gdy uzna się, że kryterium K_i jest wyraźnie lepsze od K_j lub kryterium K_j jest wyraźnie lepsze od K_i - w pierwszym przypadku zaznacza się pole z liczbą 5 stojące na lewo, a w drugim – na prawo od pola z liczbą 1,
   - liczbę 7, gdy uzna się, że kryterium K_i jest zdecydowanie lepsze od K_j lub

kryterium K_j jest zdecydowanie lepsze od K_i - w pierwszym przypadku zaznacza się pole z liczbą 7 stojące na lewo, a w drugim – na prawo od pola z liczbą 1,

- liczbę 9, gdy uzna się, że kryterium K_i jest bezwzględnie lepsze od K_j lub kryterium K_j jest nieco lepsze od K_i - w pierwszym przypadku zaznacza się pole z liczbą 9 stojące na lewo, a w drugim – na prawo od pola z liczbą 1,
- liczby 2, 4, 6 i 8 odpowiadają sytuacjom pośrednim między sąsiednimi ocenami nieparzystymi.

Po wypełnieniu formularzy w każdym ich wierszu powinna być zaznaczona jedna i tylko jedna liczba.

Ponieważ zespół oceniający liczył sześć osób, więc otrzymano dziewięć grup formularzy, po sześć formularzy w każdej. Dla każdej grupy, na podstawie danych zawartych w odpowiadających jej formularzach, obliczono względne wagi porównywanych w niej kryteriów. Rozpatrzmy grupę kryteriów $K_1,K_2,,,,,K_m$. Oznaczmy ich względne wagi przez $w_1,w_2,,,,,w_n$. Numeryczne wartości tych wag dla rozpatrywanego przykładu zostały wyznaczone za pomocą metody logarytmicznych najmniejszych kwadratów. Niech $a_{i,j}$ będzie liczbą naturalną ze zbioru $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, wyrażającą wynik porównania kryterium K_i z kryterium K_j $(i,j=1,2,...,m;\ i \le j)$, wedle zasad podanych w instrukcji. Przyjmijmy, że liczbą wyrażającą wynik porównania kryterium K_j z kryterium K_i jest odwrotność liczby $a_{i,j}$, tzn. $a_{j,i}=\frac{1}{a_{i,j}}$ $(i,j=1,2,...,n;\ j \ge j)$, więc wagi kryteriów wyrażają się wzorem (zob. Saaty 1980)

$$w_i = \sqrt[m]{\sum_{j=1}^{m} a_{ij}} \qquad (i=1,2,...,m) \tag{a}$$

i na każdym poziomie hierarchii kryteriów sumują się do 1. Otrzymane w ten sposób wartości wag są podane w tablicy 8.2.

Tablica 8.2

Wartości wag kryteriów

Kryteria pierwszego rzędu	Kryteria drugiego rzędu	Kryteria trzeciego rzędu
$K_1 = 0.5184$	$K_{11} = 0.3654$	$K_{111} = 0.2003$
		$K_{112} = 0.3998$
		$K_{113} = 0.4000$
	$K_{12} = 0.4811$	$K_{121} = 0.2175$
		$K_{122} = 0.2011$
		$K_{123} = 0.5813$
	$K_{13} = 0.1534$	$K_{131} = 0.1994$
		$K_{132} = 0.1888$
		$K_{133} = 0.6118$
$K_2 = 0.3014$	$K_{21} = 0.3216$	$K_{211} = 0.1179$
		$K_{212} = 0.2134$
		$K_{213} = 0.6688$
	$K_{22} = 0.5007$	$K_{221} = 0.1203$
		$K_{222} = 0.2564$
		$K_{223} = 0.6332$
	$K_{23} = 0.1776$	
$K_3 = 0.1021$	$K_{31} = 0.8677$	
	$K_{32} = 0.1324$	
$K_4 = 0.0654$		
$K_5 = 0.0126$		

Na pierwszym poziomie hierarchii przygotowanie do pracy naukowej, badawczej i dydaktycznej (K_1) zostało uznane za bez mała dwa razy ważniejsze niż wyniki dotychczasowej działalności naukowej, badawczej i dydaktycznej (K_2) oraz prawie pięciokrotnie ważniejsze niż umiejętność korzystania z techniki i technologii informatycznej (K_3). Przeanalizujmy dla przykładu pion hierarchii odpowiadający kryterium K_1. Na drugim poziomie za najważniejsze uznano przygotowanie do pracy pedagogicznej (K_{12}), następnie przygotowanie do pracy naukowo-badawczej (K_{11}), a znaczenie mniejsze – chociaż liczące się – znaczenie przypisano dotychczasowemu do-

świadczeniu w pracy poza szkolnictwem wyższym (K_{13}). Przyjrzyjmy się teraz kryteriom stojącym na trzecim poziomie hierarchii, podporządkowanym kryterium (K_{11}). Za najważniejsze z nich uznano posiadanie przygotowania pedagogicznego i dydaktycznego (K_{113}), prawie taką samą rangę przypisano przygotowaniu w zakresie badań operacyjnych i analizy systemowej (K_{111}), a dwukrotnie mniejszą rangę przypisano przygotowaniu w zakresie matematyki (K_{112}).

Krok 3: Wstępny odsiew kandydatów

Istotą tego kroku jest wyeliminowanie tych wszystkich kandydatów, którzy w sposób oczywisty nie spełniają wymogów formalnych i merytorycznych narzuconych przez wymogi konkursu. Wymogi te powinny być sformułowane w ogłoszeniu o konkursu, ale praktyka pokazuje, że zgłaszający się nie zawsze ich przestrzegają. Trzeba więc zawsze sprawdzić formalną zgodność dokumentów złożonych przez wszystkich kandydatów z wymogami konkursu. Przypuśćmy, że w dwóch przypadkach stwierdzono niekompletność dokumentów, a w jednym – zupełną niezgodność wykształcenia kandydata i pola jego dotychczasowej pracy z wymaganiami określonymi w konkursie. Po wyeliminowaniu tych kandydatów w konkursie pozostaje więc jedenaście osób.

Krok 4: Wybór skal pomiarowych

Przypuśćmy, że zespół postanowił, iż stopień spełnienia każdego z kryteriów będzie wyrażany w pięciostopniowej skali ilościowej lub jakościowej, której wartości progowe odpowiadają następującym stopniom: bardzo dobry, dobry, prawie dobry, średni, słaby.

W odniesieniu do kryteriów ilościowych $K_{11}, K_{21}, K_{23}, K_{32}, K_4$ przyjmijmy, że stopniom tym odpowiadają kolejno liczby 4, 3, 2, 1, 0, przy czym: (1) w przypadku kryterium K_{11} wyrażają one liczbę semestrów zaliczonych przez kandydata w czasie odbywania studiów magisterskich, doktorskich itd., (2) w przypadku kryterium K_{21} – ocenę dorobku naukowo-badawczego kandydata, (3) w przypadku kryterium K_{23} –

ocenę współpracy kandydata innymi środowiskami, (4) w przypadku kryterium K_{32} – ocenę umiejętności wykorzystywania przez kandydata gotowych pakietów informatycznych i programowania, (5) w przypadku kryterium K_4 - ocenę prowadzonych przez kandydata kursów szkolenia na odległość. W przypadku kryterium K_{13} przyjmijmy, że kolejnym progom jakościowym, począwszy od najwyższego, odpowiadają następujące liczby miesięcy przepracowanych w biznesie: 24, 18, 12, 6, 0. Przyjęte skale są przedstawione w tablicy 8.3.

Tablica 8.3

Skale odpowiadające kryteriom

<table>
<tr><th rowspan="2">Kryteria pierwszego rzędu</th><th rowspan="2">Kryteria drugiego rzędu</th><th rowspan="2">Kryteria trzeciego rzędu</th><th colspan="5">Ocena słowna</th></tr>
<tr><th>Bardzo dobry</th><th>Dobry</th><th>Prawie dobry</th><th>Średni</th><th>Słaby</th></tr>
<tr><td rowspan="9">$K_1 = 0.5184$</td><td rowspan="3">$K_{11} = 0.3654$</td><td>$K_{111} = 0.2003$</td><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">0</td></tr>
<tr><td>$K_{112} = 0.1998$</td></tr>
<tr><td>$K_{113} = 0.6000$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$K_{12} = 4811$</td><td>$K_{121} = 0.2175$</td><td colspan="5" rowspan="3">Ocena jakościowa</td></tr>
<tr><td>$K_{122} = 0.2011$</td></tr>
<tr><td>$K_{123} = 0.5813$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$K_{13} = 0.1534$</td><td>$K_{131} = 0.1994$</td><td rowspan="3">20</td><td rowspan="3">15</td><td rowspan="3">10</td><td rowspan="3">5</td><td rowspan="3">0</td></tr>
<tr><td>$K_{132} = 0.1888$</td></tr>
<tr><td>$K_{133} = 0.6118$</td></tr>
<tr><td rowspan="9">$K_2 = 0.3014$</td><td rowspan="3">$K_{21} = 0.3216$</td><td>$K_{211} = 0.1179$</td><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">0</td></tr>
<tr><td>$K_{212} = 0.2134$</td></tr>
<tr><td>$K_{213} = 0.6688$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$K_{22} = 0.5007$</td><td>$K_{221} = 0.1203$</td><td colspan="5" rowspan="3">Ocena jakościowa</td></tr>
<tr><td>$K_{222} = 0.2564$</td></tr>
<tr><td>$K_{223} = 0.6332$</td></tr>
<tr><td>$K_{23} = 0.1776$</td><td></td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$K_3 = 0.1021$</td><td>$K_{31} = 0.8677$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$K_{32} = 0.1324$</td><td></td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$K_4 = 0.0654$</td><td colspan="2"></td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$K_5 = 0.0126$</td><td colspan="2"></td><td colspan="5">Ocena jakościowa</td></tr>
</table>

Przyjmijmy, że kryteria K_{12}, K_{22}, K_4 będą wyrażane w sposób czysto jakościowy, przy czy: (1) wartość kryterium K_{12} będzie oceniona na podstawie opinii wszystkich słuchaczy wykładu klasyfikacyjnego poprowadzonego przez kandydata, (2) wartość kryterium K_{22} – na podstawie rozmowy z kandydatem. (3) wartość kryterium K_4 – na podstawie dokumentów złożonych przez kandydata.

Krok 5: Sprawdzenie pełności dokumentacji każdego z kandydatów

Każdy z członków zespołu oceniającego dokonał przeglądu wszystkich dokumentów dotyczących każdego z kandydatów, które powstały w toku pracy zespołu i w razie potrzeby dokonał niezbędnych uzupełnień.

Krok 6: Określenie wstępnego uszeregowania kanydatów

Wstępnego uszeregowania kandydatów dokonano za pomocą metody Saaty'ego. W efekcie zastosowania otrzymano uszeregowanie kandydatów wedle stopnia ich kompetencji do pełnienia funkcji nauczyciela akademickiego. Czterem pierwszym z nich zaproponowano podjęcie pracy w szkole.

9. Zakończenie i wnioski

Ocena nauczycieli jest jednym z podstawowych mechanizmów poprawy jakości procesów edukacyjnych. W pracy stwierdzono, że zasadniczą wadą dotychczasowych form oceny jest prowadzenie jej w trybie administracyjnego nadzoru nad nauczycielem i przekonanie o możliwości wyrażenia jej w kategoriach czysto ilościowych. Zwrócono uwagę, że chociaż w ocenie zawodowej jakości nauczyciela trzeba korzystać z opinii wizytatorów i bezpośrednich uczestników zajęć (uczniów lub studentów), to do formułowanych przez nich opinii trzeba podchodzić z rozumną rezerwą. Wyrażono pogląd, że praca dydaktyczno-wychowawcza nauczyciela powinna być monitorowana i oceniana w sposób ciągły.

W pracy zaproponowano, by na proces oceny nauczyciela spojrzeć jako na wieloatrybutowy ilościowo-jakościowy proces decyzyjny, któremu są właściwe cechy ryzyka i nieokreśloności oraz niepełności, niepewności i nieprecyzyjności danych. Proces ten powinien być oparty na rzetelnych i obiektywnych faktach. Powinien być przeprowadzony w sposób bezstronny, a będąca jego wynikiem ocena zawodowej jakości nauczyciela powinna być sprawiedliwa. Ocena nie powinna być przeprowadzana w trybie zaocznym, lecz mieć charakter jawny, a nauczyciel lub jego rzecznik powinien brać aktywny udział w pracach zespołu oceniającego. W formułowaniu oceny trzeba korzystać z opinii środowiska uczniowskiego lub studenckiego o nauczycielu, a w przypadku uczniów – również z opinii rodziców lub opiekunów prawnych. Zawsze jednak prawdziwość tych opinii te powinna być zweryfikowana. Istotnym elementem dokumentacji, na podstawie której dokonuje się oceny zawodowych kompetencji nauczyciela powinna być samoocena nauczyciela.

Oceniając zawodową jakość nauczyciela trzeba przestrzegać zasad etyki zawodowej – proces oceny musi być oparty na faktach i prawdzie, a nie na pogłoskach i przypuszczeniach. Ocena musi być przeprowadzana z pełnym poszanowaniem godności osoby ocenianej, musi być wolna od sarkazmów i niedomówień, a jej wyniki muszą być objęte klauzulą poufności. Członkowie zespołu oceniającego muszą pamiętać o tym, że nie oceniają człowieka, lecz jego kwalifikacje zawodowe i muszą to zrobić w sposób uczciwy. Ocena ma bowiem wyzwolić w nauczycielu efekt pozytywnego sprzężenia zwrotnego,

ma go zachęcić do ustawicznego poszerzania i pogłębiania wiedzy, do dalszego doskonalenia jego warsztatu metodycznego oraz umiejętności pedagogicznych.

Istotą pracy jest koncepcja wykorzystania w procesie oceny nauczycieli metod współczesnej analizy systemowej i teorii decyzyjnej. Ponieważ ocena nie może być dokonywana w oderwaniu od organizmu szkolnego, bo nauczyciel wykonuje swą pracę konkretnej szkole i w konkretnym środowisku społecznym, więc warunkiem rzetelności oceny jest przeprowadzanie jej w kontekście uwarunkowań danej szkoły i uwarunkowań pracy edukacyjnej nauczyciela w tej szkole. Zwrócono uwagę, że ze względu na systemową unikatowość każdej szkoły, każda powinna posiadać własny system oceny, spełniający – rzecz jasna – obowiązujące w tym zakresie normy i wytyczne nadrzędne. System oceny nie może być jednak sprowadzony jedynie do poprawnego wykonania tych wytycznych, lecz powinien być skonstruowany w ich ramach. W przeciwnym razie w procedurach oceniania będzie przeważał czynnik formalny nad merytorycznym. Skonstruowano matematyczno-fizyczny model organizacji i pracy szkoły, w którym oddziaływanie szkoły na otoczenie i otoczenia na szkołę są wyrażone w kategoriach przepływów i przetwarzania odpowiednich strumieni energomaterii i energii organizacyjnej, reprezentujący przepływy kapitału materialnego i intelektualnego. W każdym konkretnym przypadku oceny nauczycieli zespół oceniający powinien dysponować informacją pochodzącą z takiego modelu, wyrażającą zależność między charakterystykami strumieni wejściowych i podstawowym efektem pracy szkoły, jakim jest ilość wytwarzanej energii intelektualnej, wyrażona za pomocą podstawowej dynamicznej charakterystyki każdego systemu, jaką jest pęd systemu (ilość ruchu).

W nawiązaniu do tego modelu przeprowadzono analizę podstawowych tradycyjnych metod oceniania pod kątem możliwości ich wykorzystania jako procedur oceny nauczycieli. Rozważania ilustrowano licznymi przykładami, które ułatwią zespołom oceniającym ich wykorzystanie. Ważnym wynikiem jest ocena każdej z analizowanych metod z punktu widzenia specyfiki procedur oceniania nauczycieli. W szczególności zwrócono uwagę na małą przydatność do oceniania nauczycieli metod Bordy i Condorceta. Przeanalizowano metodą porównań parami – stwierdzono, że metoda ta mogłaby być narzędziem wspomagającym pracę zespołów oceniających, ale czynnikiem limitującym jej stosowanie jest liczebność członków zespołu. Konieczne jest ustalenie takiej liczebności

zespołu, która zapewni funkcjonowanie statystycznego prawa wielkich liczb w odniesieniu do małej populacji. W przeciwnym razie oceny stopnia zgodności indywidualnych opinii członków zespołu, wyrażone za pomocą odpowiednich współczynników korelacji, będą mało wiarygodne.

W pracy wielokrotnie zwrócono uwag ę na to, że proces oceny zawodowych kompetencji nauczyciela musi być wykonany rzetelnie i sprawiedliwie. Ten wymóg sprawia, że ocenie muszą być również poddawane osoby, spośród których powołuje się członków zespołów oceniających. Przedstawiono więc metodę oceny kandydatów na członków zespołu oceniającego.

Ważnym wynikiem pracy jest stwierdzenie konieczności wielokryterialnej oceny nauczycieli. Omówiono więc możliwości wykorzystania do tego metody największej wartości własnej nazywanej też metodą analitycznego procesu decyzyjnego. Podano przykład ilustrujący tryb korzystania z metody w ocenie zawodowych kompetencji nauczycieli. Stwierdzono, że kryteria oceny muszą być tak sformułowane, by nie tylko pozwoliły scharakteryzować jakość istotnych kompetencji zawodowych nauczyciela, ale by także w pełni respektowały prawa zawodowe nauczyciela – nauczyciel musi mieć zapewnione prawo do odpowiednio wczesnego zapoznania się z kryteriami i sposobem przeprowadzania oceny, ma prawo znać skład zespołu oceniającego, ma też prawo do odwołania się od opinii bądź do ponownej oceny przez inny zespół.

Tematyka zastosowania metod analizy systemowej i teorii podejmowania decyzji do oceny nauczycieli nie była dotychczas podejmowana w tak szerokim zakresie, jak to uczyniono w pracy. Praca jest pierwszą próbą krytycznego, ale zarazem konstruktywnego całościowego ujęcia tej tematyki.

Literatura

ACSMI (1992). Staff appraisal in schools. Hong Kong Education Department, Advisory Committee on the School Management Initiative. Hong Kong.

Ackoff R.L., Sasieni M.W. (1968). Fundamentals of operations research. Wiley, New York.

Adams R. (1970). Duration and incident frequencies as observation indices. *Education and Psychological Measurement*, **30**, 669-674.

Avent J.E. (1931). The excellent teacher. Jos E. Avent, Tennessee.

Barr A.S., Eustice D.E., Noe E.J. (1955). The measurement and prediction of teacher efficiency. *Review of Educational Research*, **25**, 261-269.

Barr R.B., Tagg J. (1995). From teaching to learning. A new paradigm for undergraduate education. *Change*, 13-25.

Becker G.S. (1993). Human capital: a theoretical and empirical analysis with special reference to education. The University of Chicago Press, Chicago.

Bellman R. (1960). Introduction to matrix analysis. MaGraw-Hill, New York.

Bereziński M. (2002a). Kapitał intelektualny: termodynamiczny model wiedzy. *Raport Badawczy, Instytut Badań Systemowych PAN, RB/82/2002*, Warszawa.

Bereziński M. (2002b). Relacja porównywania parami a prawdopodobieństwo subiektywne. *Raport Badawczy, Instytut Badań Systemowych PAN, RB/57/2002*, Warszawa.

Bereziński M. (2003). Markowski model procesu edukacyjnego na wyższej uczelni. *Raport Badawczy, Instytut Badań Systemowych PAN, RB/73/2003*, Warszawa.

Bereziński M., Inkielman M., Wagner D. (2004). Markowskie modele procesów edukacyjnych. *Raport Badawczy, Instytut Badań Systemowych PAN, RB/63/2004*, Warszawa.

Bereziński M., Inkielman M., Wagner D. (2005a). Wieloaspektowy statystyczny model sterowania procesem edukacyjnym. *Raport Badawczy, Instytut Badań Systemowych PAN, RB/45/2005*, Warszawa.

Bereziński M., Inkielman M., Wagner D. (2005b). Sieciowy stochastyczny model procesu kształcenia w szkole wyższej. W: Z. Bubnicki, R. Kulikowski, J. Kacprzyk, XV Krajowa Konferencja Automatyki, T. III. Instytut Badań Systemowych PAN Warszawa, 359-364.

Bereziński M., Wagner D. (2003). Stochastyczny model strumienia nakładów na edukację. *Raport Badawczy, Instytut Badań Systemowych PAN, RB/72/2003*, Warszawa.

Berge C. (1958). Théorie des graphes et ses applications. Dunod, Paris.

Bisset I.M., Fisher S.G., Macrosson W.D.K., Phillips C.W. (2000). The selection of academic staff. *Higher Education Management*, **12**, 129-143.

Borda J.Ch. (1781). Sur la forme des élections. Memoire sur les elections au scrutiny. *Histoire de L'Acadèmie Royale de Science*, Paris.

BSE (2001). Szkoły wyższe wobec wyzwań integracji europejskiej. Sejmowa Komisja Edukacji, Nauki i Młodzieży, Biuro Studiów i Ekspertyz Kancelarii Sejmu, Warszawa.

BSE (2002). Strategia rozwoju szkolnictwa wyższego w Polsce do roku 2010. Sejmowa Komisja Edukacji, Nauki i Młodzieży, Biuro Studiów i Ekspertyz Kancelarii Sejmu, Warszawa.

Borich G.D. (1986). Paradigms of teacher effectiveness research: their relationship to the concept of effective teacher. *Education and Urban Society*, **18**, 143-167.

Calhoun E.F. (2002). Action research for school improvement. *Educational leaderships*, **59,** 18-24.

Cannon R.H. (1973). Dynamika układów fizycznych. Wydawnictwa Naukowo-Technicz-ne, Warszawa.

Chan K. (2001). The difficulties and dilemma of constructing a model for teacher evaluation in higher education. *Higher Education Management*, **13**, 93-111.

Cole B,R. (1995). Applying total quality management principles to faculty selection. *Higher Education*, **29**, 59-75.

Coleman J.S. (1996). Equality of educational opportunity. U.S. Government Planning Office, Washington. Condorcet (1785).Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des elections rendues à la pluralité de voix. Paris.

Cook W.D., Seiford L.M. (1982). On the Borda-Kendall consensus method for priority ranking problem. *Management Science*, **28**, 621-637.

Cronbach L.J., Gleser G.C. (1965). Psychological tests and personnel decisions. University of Illinois Press, Urbana.

Danielson C. (1996). Enhancing professional practice: a framework for teaching. Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria.

Danielson C., McGreal T. (2000). Teacher evaluation to enhance professional practice. Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria.

Darling-Hammond L. (2000). Teacher quality and student achievement: a review of state policy evidence. *Education Policy Analysis Archives*, **8**, 1-33.

Dewar K. (2002). On being a good teacher. *Journal of Hospitality, Leisure, Sport and Tourism Education*, **1**, 61-67.

Director S., Rohrer R. (1972). Introduction to systems theory. John Wiley, New York.

Douglas J.M. (1976). Dynamika i sterowanie procesów. Analiza układów dynamicznych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.

Drucker P. (1973). Nowa forma kształcenia. *Dialogue-USA*, **2**, 30-37.

Druva C.A., Anderson R.D. (1983). Science teacher characteristics by teacher behavior and by student outcome: a meta-analysis of research. *Journal of Research in Science Teaching*, **20**, 467-479.

Duda R. (1986). Wprowadzenie do topologii. Część I. Topologia ogólna. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Edvinson L., Malone M.S. (2001). Kapitał intelektualny. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Elmore R.F. (1995). Structural reform in educational practice. *Education Researcher*, **24**, 23-36.

Evans A., Tomlinson J. red. (1989). Teacher appraisal: a nationalwide approach. Jessica Kingsley Publishers, London.

Feldman K.A. (1976). The superior college teacher from the student's point of view. *Research in Higher Education*, **5**, 243-288.

Feller W. 1966). Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Findeisen W. (1974).Wielopoziomowe układy sterowania. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Giedymin J. (1964). Problemy, założenia, rozstrzygnięcia. Studia nad logicznymi podstawami nauk społecznych. Polskie Towarzystwo Ekonomiczne, Poznań.

Glass G.V. (1989). Using student test scores to evaluate teachers. W: J. Millman I L. Darling-Hammond, New handbook of teacher evaluation. SAGE, Beverly-Hills.

Gogacz M. (1985). Człowiek i jego relacje. Materiały do filozofii człowieka). Akademia Teologii Katolickiej, Warszawa.

Goldhaber D.D., Brewer D.J. (1996). Why don't scholars and teachers seem to matter?

Assessing the impact of unobservables on educational productivity. *Journal of Human Resources*, **32**, 505-520.

Gottl-Ottlilienfeld F., von (1914). Wirtschaft und Technik. W: Grundriss der Sozialökonomik. Erstes Buch, Abt. II-IV, J.C. Mohr, Tübingen.

Gray M.L. (1999). To: All search committees From: A stymied job seeker Re: How about some respect? *Chronicle of Higher Education*, **45**, B9.

Gumiński T. (1983). Termodynamika procesów nieodwracalnych. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Gutenbaum J. (1987). Modelowanie matematyczne systemów. Państwowo Wydawnictwo Naukowe, Warszawa-Łódź.

Haberman M.K. (1995). Star teachers of children in powerty. Kappa, Delta Pi, Bloomington.

Hahn E.D. (2002). Better decisions come from a result-based approach. *Marketing News*, **36**, 24.

Hanushek E.A. (1973). Teacher characteristics and gains in student achievement: estimation using micro data. *The American Economic Review*, **61**, 280-288.

Hanushek E.A. (1996). A more complete picture of school resource policies. *Review of Educational Research*, **66**, 397-409.

Hanoushek E.A. (1997). Assessing the effects of school resources on student performance: an update. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, **19**, 141-164.

Hawkins D. (1973). John Dewey, nauczyciel nauczycieli. *Dialogue-USA*, **2**, 22-29.

Hellfritzch A.G. (1945). A factor analysis of teacher abilities. *Journal of Experimental Education*, **14**, 166-169.

Hellwig Z. (1980). Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Homplewicz J. (1996). Etyka pedagogiczna. Wydawnictwo Salezjańskie, Warszawa.

Hutchison B. (1995). Appraising appraisal: some tensions and some possibilities. *Higher Education*, **29**, 19-35.

IPWC (2002). Kierunki kształcenia i standardy nauczania w polskim szkolnictwie wyższym. Instytut Problemów Współczesnej Cywilizacji, Warszawa.

Iwanicki E.F. (1990). Teacher evaluation for school improvement. W: J. Millman i L. Darling-Hammond, red., The new handbook of teacher evaluation: assessing elemen-

tary and secondary school teacher. Sage, Newbury Park, 158-174.

JCSEE (1988). The personnel evaluation standards. Joint Committee on Standards for Educational Evaluation. Corwin Press, Newbury Park.

Kacprzyński B. (1974). Planowanie eksperymentów. Podstawy matematyczne. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.

Kemeny J., Snell J. (1972). Kiberneticzeskoje modielirowanije. Mir, Moskwa.

Kendall M.G. (1955). Rank correlation methods. Griffin, London.

Kennard R.B. (1939). Criteria for the construction and the evaluation of the student-teacher rating sheet. *Education Administration and Supervision*, **25**, 625-630.

Konarzewski K. 2004). Reforma oświaty. Podstawa programowa i warunki kształcenia. Instytut Spraw Publicznych, Warszawa.

Kouba V.L. (1994). Self-evaluation as an act of teaching. *Mathematics Teacher*, **87**, 354-358.

Kozielecki J. (1981). Psychological decision theory. D. Reidel, Dordrecht.

Kukliński A., red. (1995). Nauka – Technologia – Gospodarka. Wzajemne powiązania i globalne tendencje rozwoju. Komitet Badań Naukowych, Warszawa.

Kukliński A., red. (2001). Gospodarka oparta na wiedzy. Wyzwanie dla Polski XXI wieku. Komitet Badań Naukowych, Warszawa.

Kula W. (1962). Teoria ekonomiczna ustroju feudalnego. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Kulikowski R. (1970). Sterowanie w wielkich systemach. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.

Kuzmin B.W., Owczinnnikow S.B. (1974). Ob izmierenijach w porjadkowoj szkalie. *Awtomatika i Telemechanika*, **11**, 106-112.

LaDuce D.V. (1945). The measurement of teaching ability. *Journal of Experimental Education*, **14**, 75-100.

Lange O. (1959). Ekonomia polityczna. PWN, Warszawa.

Lange O. (1964). Optymalne decyzje. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Lankaster P. (1969). Theory of matrices. Academic Press, New York.

Leyva López J.C. (2005). Mutlicriteria decision aid to a student selection problem. *Pes-*

quisa Operacional, **25**, 45-68.

Levia M.A. (1995). Empowering teachers through the evaluation process. . *Mathematics Teacher*, **88**, 44-47.

Liberatore M.J., Nydick R.L. (2004). Group decision making in higher education using the analytic hierarchy process. *Research in Higher Education*, **38**, 593-614.

Lins L. (1946). The prediction of teaching efficiency. *Journal of Experimental Education*, **15**, 2-60.

Lipski W., Marek W. (1986). Analiza kombinatoryczna. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Litvak B.G. (1982). Ekspertnaja informacija: metody połuczenija i analiza. Nauka, Moskwa.

Lombard M.J., Bunting B.P. (1989). Teachers' views on methods of appraisal. *Educational Research*, **31**, 150-153.

Lonmg M.B. (1957). A synthesis of recent research studies on predicting teaching efficiency. *Catholic Educational Review*, **55**, 217-231.

Marchese T.J., Lawrence J.F. (1987). The search committee handbook. American Association for Higher Education, Washington.

Marciniak S. (2002). Perspektywy kapitału ludzkiego jako czynnika wzrostu gospodarczego Polski. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.

Mayor F.(2001). Przyszłość świata. Fundacja Studiów i Badań Edukacyjnych, Warszawa.

McAlpine L., Weston C. (2000). Reflections: issues related to improving professors' teaching and student's learning. *Instructional Science*, **28**, 363-185.

McNeil J., Popham W. (1973). The assessment of reacher competence. W: R.M. Travers, red., Second handbook of research on teaching. Rand McNally, Chicago.

Mietzel G. (2001).Pädagogische Psychologie des Lernens und Lehrens. Hogrefe-Verlag, Göttingen.

Mo K.W., Conners R., McCormick R. (1998). Teacher appraisal in Hong Kong selfmanaging secondary schools: factor for effective practices. *Journal of Personnel Evaluation in Education*, **12**, 19-42.

Monk D.H. (1994). Subject matter preparation of secondary mathematics and science teachers and student achievement. *Economics of Education Review*, **13**, 125-145.

Mostowski A., Stark M. (1970). Elementy algebry wyższej. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Murnane R.J., Phillips B.R. (1981). What do effective teachers of inner-city children have in common? *Social Science Research*, **10**, 83-100.

Niemierko B. (1991). Między oceną szkolną a dydaktyką. Bliżej dydaktyki. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa.

Niemierko B. (1999). Pomiar wyników kształcenia. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa.

Novak M. (1989). Free person and the common good. Madison Books, Lanham. Nowak R. (2002). Statystyka dla fizyków. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Paulos J.A. (1989). Mathematical illiteracy and its consequences. Hill and Wang, New York.

Paynter H.M. (1961). Analysis and design of engineering systems. M.I.T. Press, Cambridge.

Pelczar A., Szarski J. (1987). Wstęp do teorii równań różniczkowych. Część I: Wstęp do teorii równań zwyczajnych i równań cząstkowych pierwszego rzędu. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Perkins J.A. (1974). Pięć przyczyn kryzysu uniwersytetów. *Dialogue – USA*, **3**, 3-8.

Perkins J.A. (1973). The university as an organization. McGraw-Hill, New York.

Peterson K.D. (2000). Teacher evaluation: A comprehensive guide to new directions and practices. Corwin Press, Thousand Oaks.

Peterson K.D., Kelly P.P., Caskey M.M. (2002). Ethical considerations for teachers in the evaluation of other teachers. *Journal of Personnel Evaluation in Education*, **16**, 317-324.

Pointon A.J., Elwell D. (1978). Fizyka dla inżynierów. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Ravitch D. (1981). Some answers ... and new questions. *The American Scholar*, **50**, nr 3.

Reid J. (1999). Improving teaching in higher education: student and teacher perspectives. *Educational Studies*, **24**, 269-282.

Saaty T.L. (1980). The analytic hierarchy process. Planning, priority setting, resource allocation. McGraw-Hill, New York.

Saaty T.L.,France J.W., Valentine K.R. (1991). Modeling the graduate business school

admissions process. *Socio-Economic Planning Sciences*, **25**, 155-162.

Saaty T.L., Ramanujam V. (1983). An objective approach to faculty promotion and tenure by the analytic hierarchy process. *Research in Higher Education*, **18**, 311-331.

Schalock D. (1979). Research on teacher selection. *Review of Research in Education*, **7**, 364-417.

Schalock D., Myton D. (2000). Connecting teaching and learning: an introduction to teacher work sampling. W: G.R. Girod, red., A handbook for the preparation and licensing of teachers. American Association for Colleges for Teacher Education, Washington.

Scriven M. (1973). The methodology of evaluation. W: R.E. Stake, red., Perspectives of Curriculum Evaluation. Rand and McNally, Chicago.

Semkow J. (1974). Spór o metodę. Teoriopoznawcze i metodologiczne aspekty ekonomi politycznej. PWN,, Warszawa.

Silberman Ch.E. (1973). Kryzys w klasie. *Dialogue-USA*, **2**, 3-11.

Simon A.A. (1976). Działanie administracji. PWN, Warszawa.

Smith R. (1995). Staff appraisal in higher education. A study of perfermance review at Nene College, Northampton. *Higher Education*, **30**, 189-205.

Smyth J. (1996). Evaluation of teacher performance: move over hierarchy, here comes collegiality. *Journal of Education Policy*, **11**, 185-196.

Soar R.S., Medley D.M., Coker H. (1983). Teacher evaluation: a critique of currently used methods. *Phi Delta Kappan*, **65**, 239-246.

Spackman P. (1973). Czy szkoły są potrzebne? *Dialogue-USA*, **2**, 12-21.

Szücs E. (1974). Dialogi o naukach technicznych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.

Tadeusiewicz R. (2003). Ile kosztuje kształcenie kadr naukowych i kto za to płaci? *Biuletyn Informacyjny Pracowników AGH*. Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, nr 122, 4-8.

Takahashi Y., Rabins M.J., Auslander D.M. (1976). Sterowanie i systemy dynamiczne. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.

Tate P. (1993). The two worlds of teaching. *Journal of Education*, **175**, 15-30.

Tummala V.M.R., Sanchez P.P. (1988). Evaluating faculty merit awards by analytic hierarchy process. *Modelling, Simulation and Control C: Environmental, Biomedical,*

Human and Social Systems, **11**, 1-13.

Turowski J. (1993). Socjologia. Małe struktury społeczne. Wydawnictwo Naukowe KUL, Lublin.

Turowski J. (1994). Socjologia. Wielkie struktury społeczne. Wydawnictwo Naukowe KUL, Lublin.

Valentine J.W. (1992). Principles and practices for effective teacher evaluation. Allyn and Bacon, Needham Heights.

Walker D.F., Soltis J.F. (1997). Curriculum and aims. Teachers College – Columbia University, New York.

Walukiewicz S. (1986). Programowanie dyskretne. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.

Wang J. (2005). Application of AHP on cadre selection. *China-USA Business Review*, **4**, 66-69.

Weizsäcker C.F. von. red. (1988). Europa und die Folgen. Institut für die Wissenschafter vom Menschen, Wien.

White G.P. (1987) A survey of recent management science applications in higher education. *Interfaces*, **17**, 97-108.

Wilson T. (1999). Validity issues in higher education selection: a Swedish example. *Studies in Educational Evaluation*, **25**, 335-351.

Wood C.J., Pohland P.A. (1979). Teacher evaluation: the myth and realities. W: W.R. Duckett, red., Planning for the evaluation of teaching. Phi Delta Kappa, Bloomington, 73-82.

Yeh Ch.-H. (2003). The selection of multiattribute decision making methods for scholarship student selection. *International Journal of Selection and Assessment*, **11**, 289-296.

Spis treści

Streszczenie 1

1. Wprowadzenie 2

2. Ogólny kontekst problemu 10

3. Ogólne zasady oceny jakości nauczycieli 18

3.1. Czynniki charakteryzujące dobrego nauczyciela 18

3.2. Podstawowe sposoby oceny zawodowej jakości nauczycieli 26

3.3. Okresowość czy ciągłość oceny jakości nauczycieli 29

3.4. Ocena nauczycieli przez uczniów lub studentów 31

4. Model szkoły w skali makro 34

4.1. Uwagi wstępne 34

4.2. Szkoła i proces edukacyjny a ekonomika edukacji 34

4.3. Ogólna struktura procesu rozwoju szkoły 38

4.4. Koncepcja dynamicznego makromodelu szkoły 42

4.5. Fizyczny analog szkoły 48

4.6. Matematyczny model makroskopowy szkoły 49

4.7. Uwagi końcowe 58

5. Zespołowa ocena nauczycieli 60

5.1. Uwagi wstępne 60

5.2. Ogólna liczba możliwych uszeregowań 61

5.3. Metody Bordy, Kendalla i Condorceta znajdowania uszeregowania zespołowego 67

5.4. Metoda Kemeny'ego-Snella 71

5.5. Metoda Cooka-Seiforda 78

6. Wybór zespołu oceniającego 85

7. Ocena stopnia zgodności uszeregowań 90

7.1. Uwagi wstępne 90

7.2.1. Ocena stopnia zgodności – dwa uszeregowania 91

7.2.2. Współczynniki korelacji rangowej Kendalla – niepowtarzalność rang 93

7.2.3. Współczynnik korelacji rangowej Spearmana – niepowtarzalność rang 101

7.2.4. Współczynniki korelacji rangowej Kendalla i Spearmana – powtarzalność rang 106

7.3. Ocena stopnia zgodności – wiele uszeregowań 111
7.4. Ocena stopnia zgodności – metoda Winnikowa 119
8. Wielokryterialna ocena kandydatów – metoda maksymalnej wartości własnej 127
8.1. Potrzeba oceny wielokryterialnej 127
8.2. Uzasadnienie wyboru metody 130
8.3. Przykład zastosowania metody 131
9. Zakończenie i wnioski 145
Literatura 148